

ми расходами лития. Оказалось, что концентрация электронов в активной зоне слабо зависит от расхода рабочего тела. При уменьшении расхода лития в 12 раз (от 0,018 до 0,0015 г/с) величина  $n_e$  изменялась в 1,75 раза (от  $1,75 \cdot 10^{15}$  до  $1 \cdot 10^{15}$  см $^{-3}$ ). При тех же условиях концентрация нейтральных атомов уменьшилась приблизительно в 2,6 раза, что соответствует увеличению  $\alpha$  от  $\sim 88$  до  $\sim 92\%$ .

На полученных спектrogramмах отсутствуют спектральные линии ионов и атомов аргона. Это значит, что аргон, подаваемый в вакуумную камеру для защиты оптической системы, не вносит вклада в ионную компоненту плазмы. Подтверждением этого служит тот факт, что увеличение давления в вакуумной камере от  $\sim 10^{-3}$  до  $\sim 5 \cdot 10^{-1}$  мм рт. ст. за счет изменения расхода аргона не влияет на электрические параметры разряда. Полученные экспериментальные результаты могут быть использованы при разработке теоретической модели рабочего процесса в многоканальном катоде.

*Поступила 5 I 1976*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Fradkin D. B., Blackstock A. W. a. o. Experiments using a 25 kw hollow cathode lithium vapor MPD arcjet.— «AIAA J.», 1970, vol. 8, N 5, p. 886.  
Рус. пер.— «Ракет. техн. и космонавтика», 1970, т. 8, № 5.
2. Агеев Л. И., Гришин С. Д., Михалев В. Г., Огородников С. П., Степанов В. Н. О характеристиках сильноточных источников плазмы с полым катодом.— «Радиотехника и электроника», 1975, т. 20, № 9, с. 93.
3. Delcroix J. L., Minoo P., Trindade A. R. Gas fed multichannel hollow cathode arcs.— «Rev. Scient. Instrum.», 1969, vol. 40, N 12, p. 1555—1562.
4. Trindade A. R. Étude des mecanismes de fonctionnement des cathodes creuses en regime d'arc. These d'Etat, Faculte des Sciences d'Orsay, 1970.
5. Delcroix J. L., Minoo H., Trindade A. R. Etablissement d'une regle generale pour une decharge d'arc a cathode creuse.— «J. de Physique», 1968, vol. 29, N 6, p. 605—610.
6. Lorente — Areas A. Model of the discharge in the hollow cathode.— «Plasma Phys.», 1972, vol. 14, N 6, p. 651—659.
7. Holtsmark I., Trumpy B. Über die Verbreiterung von Spektrallinien.— «Z. Phys.», 1925, Bd 31, S. 803.
8. Преображенский Н. Г. Спектроскопия оптически плотной плазмы. Новосибирск, «Наука», 1971.

УДК 621.365.2 : 621.365.95

#### ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДУГ ПЛАЗМЕННЫХ ПЛАВИЛЬНЫХ ПЕЧЕЙ

*Н. И. Бортничук, В. Ю. Сандлер, А. В. Хотина*

*(Москва)*

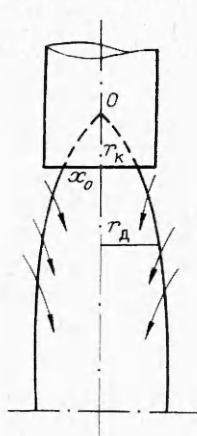
В плазменных плавильных печах с керамическим тиглем приходится (в отличие от обычных дуговых печей) иметь дело с длинными дугами (длина метр и более). При этом для реализации больших мощностей (десять мегаватт и выше) используются несколько дуг, горящих параллельно.

В таких условиях оказывается существенным электромагнитное взаимодействие дуг, приводящее к их стягиванию — искривлению осей и сближению анодных пятен. Сила взаимодействия зависит от расстояния между плазмотронами, длины дуг и силы тока. Начиная с каких-то значений этих параметров, анодные пятна дуг сливаются в одно. Опытным путем установлено, что при дальнейшем увеличении стягивания дуг их горение становится нестабильным: возникают резкие пространственные колебания дуг и колебания напряжения на них, что неблагоприятно оказывается на работе печи. Это обстоятельство, во-первых, требует тщательного продумывания конструкции токонаправляющих к плазмотронам и подвodu электроду с тем, чтобы уменьшить их воздействие на столб дуги, и, во-вторых, накладывает определенные ограничения на параметры дуги и их взаимное расположение, т. е. в конечном счете на форму и размеры печного пространства.

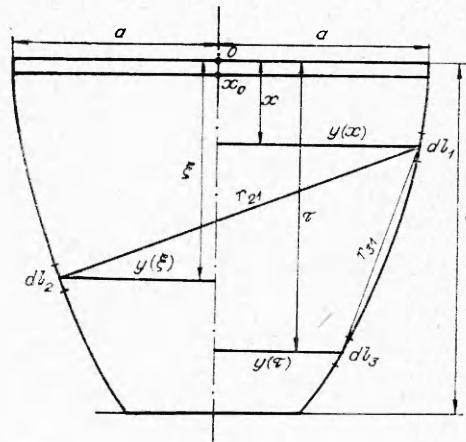
Ниже приводятся результаты расчетов взаимодействия параллельно горящих дуг плазменных печей, выполненных на основе разработанной модели дуги плавильного плазмотрона [1, 2].

Согласно модели, длинная открытая дуга работает как электромагнитный насос, засасывая в своей начальной конической части газ из окружающего пространства (фиг. 1). Этот газ, находясь уже в плазменном состоянии, течет вдоль столба в направлении к аноду, причем по сечению столба сохраняется равенство  $\rho v_x = \text{const}$  ( $v_x$  — осевая составляющая скорости;  $\rho$  — плотность газа). При стягивании дуг в результате искривления оси столба возникают центробежные силы, а также силы, обусловленные собственным магнитным полем дуги, распрямляющие столб.

Равенство электромагнитных и центробежных сил и определяет форму оси столба дуги.



Фиг. 1



Фиг. 2

Фиг. 1, 2 поясняют путь расчета электромагнитных сил, действующих на столб.

Индукция магнитного поля, создаваемого в точке  $(x_1; y_1)$  линейным элементом  $dL_2$  второй дуги, равна

$$dB_{21} = \frac{\mu_0 i [dL_2 r_{21}^0]}{4\pi r_{21}^2}.$$

Сила, действующая на элемент первой дуги  $dL_1$

$$(1) \quad dF_{21} = \frac{\mu_0 i^2 [dL_1 [dL_2 r_{21}^0]]}{4\pi r_{21}^2},$$

где

$$r_{21}^2 = (\xi - x_1)^2 + [y_1(x_1) - \eta(\xi)]^2;$$

$$\mathbf{r}^0 = \mathbf{r}/|\mathbf{r}|$$

(здесь и далее предполагается, что токи обеих дуг одинаковы и равны  $i$ ).

Индукция магнитного поля, создаваемого в точке  $(x_1, y_1)$  линейным элементом  $d\mathbf{l}_3$  той же дуги, равна

$$dB_{31} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{[dl_3 r_{31}^0]}{r_{31}^2},$$

соответствующая сила

$$(2) \quad dF_{31} = \frac{\mu_0 i^2}{4\pi} \frac{[dl_1 [dl_3 r_{31}^0]]}{r_{31}^2},$$

где

$$r_{31}^2 = (\xi - x_1)^2 + (|y_1(x_1) - \eta(\xi)| + y_0)^2$$

$(y_0 = 0,7788 r_0)$  — среднее геометрическое расстояние площади сечения дуги (в ее цилиндрической части) от самой себя [3]. Это выражение вполне справедливо лишь при постоянном радиусе  $r_0$  (отсутствие конуса в начальной части при  $x > x_0$ ) и при равномерном распределении плотности тока по сечению столба. Однако ошибка, вызванная этими допущениями, невелика, так как начальный (конический) участок столба составляет незначительную часть его общей длины (менее 10  $r_0$ ) и величина  $r_0$  мала по сравнению с длиной дуги.

Полная пондеромоторная сила, действующая на элемент, равна

$$(3) \quad dF_1 = \int_{x_0}^l (dF_{21} - dF_{31}),$$

где  $x_0$  — расстояние между началом координат 0, находящимся в теле катода в вершине конуса дуги, и поверхностью катода — плоскостью катодного пятна (см. фиг. 1);

$l$  — расстояние между началом координат и плоскостью анода — поверхностью жидкой ванны.

Сила  $dF_1$  уравновешивается центробежной силой, обусловленной потоком плазмы вдоль оси столба путем  $dF_\Pi$

$$dF_\Pi = \left\{ 2\pi \int_0^{r_\Pi} \frac{\rho v_x^2 r}{\sqrt{R_{kp}^2 - r^2}} dr \right\} dl_1,$$

где  $R_{kp}$  — радиус кривизны оси столба,  $\rho$  — плотность плазмы.

Из принятого допущения  $\rho v_x = \text{const}$  и того, что  $R_{kp} \gg r_0$ , следует

$$dF_\Pi = \left\{ \frac{2\pi(\rho v_x)^2}{R_{kp}} \int_0^{r_\Pi} J_0 \left( \gamma_1 \frac{r}{r_\Pi} \right) r dr \right\} dl_1 = \frac{\mu_0 i^2 \Phi(x) f^2(x)}{8\pi} \frac{\left| \frac{d^2 y}{dx^2} \right|}{\left[ 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2}} dl_1.$$

При этом использованы следующие соотношения, полученные в [1,2]:  
плотность газа

$$(4) \quad \begin{aligned} \rho &= \frac{\rho_0}{J_0 \left( \gamma_1 \frac{r}{r_\Pi} \right)} \\ \rho v_x &= \left[ \frac{\gamma_1}{16 J_1(\gamma_1)} \frac{\mu_0 i^2}{\pi^2 r_0^2} \rho_0 \Phi(x) \right]^{1/2}; \end{aligned}$$

радиус дуги

$$(5) \quad r_d = r_0 f(x)$$

$$f(x) = \left[ 1 - e^{-2 \left( \beta^2 + A_0 \frac{\lambda x}{\rho v_x c_p} \right)} \right]^{1/2}$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{f^2(x)} \left( \frac{1 - f^2(x)}{f^2(x)} \right)^t \left\{ \ln \left( \frac{r_0 f(x)}{r_K} \right)^2 \left[ 1 + \frac{t}{2} \ln \left( \frac{r_K f(x)}{r_0} \right)^2 \right] + \right.$$

$$\left. + \frac{\pi t}{3} \left[ \arcsin f^2(x) - \arcsin \left( \frac{r_K}{r_0} \right)^2 \right] \right\},$$

$$t = \frac{\gamma_1 \mu_B c_p}{2 \lambda (A_0 r_0^2 + \gamma_1^2)},$$

$x_0$  определяется из уравнения [2]

$$\frac{x_0 \lambda}{\rho v_x c_p} = -\frac{1}{2(A_0 + \beta^2)} \ln \left( 1 + \frac{r_K}{r_0} \right).$$

Здесь  $\gamma_1 = 2,405$  — первый корень функции Бесселя нулевого порядка;  $\rho_0$  — плотность газа на оси столба;  $r_K$  и  $r_0$  — радиусы катодного пятна и столба дуги в цилиндрической части соответственно;  $\hat{\rho} = \gamma_1/r_0$ ;  $\mu_B$ ,  $\lambda$ ,  $c_p$  — коэффициенты вязкости, теплопроводности и теплоемкости плазмы;  $u_0$  — магнитная проницаемость вакуума;  $A_0$  — коэффициент, связанный со значением функции теплопроводности в цилиндрической части столба дуги.

Диапазон изменения  $c_p/\lambda$  при температурах дуги достаточно узок, и это отношение во всем столбе дуги считается постоянным.

Уравнение для оси столба дуги имеет вид

$$dF_1 - dF_{\perp} = 0.$$

Вводя безразмерные координаты  $x_* = x/a$ ;  $\xi_* = \xi/a$ ;  $y_* = y/a$  и безразмерные параметры  $x_{0*} = x_0/a$ ;  $y_{0*} = y_0/a$ ;  $l_* = l/a$  и учитывая (1) — (3), получаем уравнение для расчета (здесь переменная интегрирования для обоих слагаемых левой части обозначена через  $\xi_*$ )

$$(6) \quad \int_{x_{0*}}^{l_*} \left\{ \frac{\left| \frac{dy_*(\xi_*)}{d\xi_*} \right| (\xi_* - x_*) + [y_*(\xi_*) - y_*(x_*)]}{\{[y_*(\xi_*) - y_*(x_*)]^2 + (\xi_* - x_*)^2\}^{3/2}} - \right.$$

$$\left. - \frac{\left| \frac{dy_*(\xi_*)}{d\xi_*} \right| (\xi_* - x_*) + [y_*(\xi_*) - y_*(x_*)]}{\{[y_*(\xi_*) - y_*(x_*)]^2 + y_{0*}^2\}^{3/2}} \right\} d\xi_* = \frac{\Phi(x_*) f^2(x_*)}{2[1 + \left( \frac{dy_*}{dx_*} \right)^2]^{3/2}} \left| \frac{d^2 y_*}{dx_*^2} \right|$$

с начальными условиями  $y_*|_{x_*=x_{0*}} = 1$ ;  $\frac{dy_*}{dx_*}|_{x_*=x_{0*}} = \alpha$ .

При переходе к безразмерным координатам показатель экспоненты в правой части выражения (5) приобретает вид

$$-2(\beta^2 + A_0 \lambda a x_* / \rho v_x c_p).$$

Это накладывает дополнительное требование  $a/\rho v_x = \text{const}$  или  $a/i = \text{const}$  (см. соотношение (4)).

В случае параллельной работы большего количества плазмотронов результирующая сила, действующая на элемент дуги, является вектор-

ной суммой сил, вызванных каждой дугой в отдельности. Это учитывается введением коэффициента  $k$  в первое слагаемое под интегралом правой части равенства (3), которое принимает вид

$$d\mathbf{F}_1 = \int_{x_0}^l (kd\mathbf{F}_{21} - d\mathbf{F}_{31}).$$

Уравнения (6), (7) решены для значений токов от 2000 до 12000 А ( $a = 1$  м, т. е.  $0,8 \cdot 10^{-4} < a/i < 5 \cdot 10^{-4}$ ,  $\alpha = 0$  (оси плазмотронов параллельны)) для двух и трех параллельно горящих дуг, причем три плазмотрона расположены по вершинам правильного треугольника. Для заданной величины  $a/l$  каждому значению  $a/i$  соответствует свое решение. На фиг. 3 приводятся результаты расчета для дуг с силой тока 12000 А \*. Здесь 1 — ось столба дуги; 2 — кривая, проходящая через центры анодных пятен дуг разной длины. Расчеты для других значений сил токов дали малоотличающиеся результаты (изменение тока от 2000 до 12000 А дали различие примерно на 1%) в дуге. Поэтому для практических целей можно пользоваться расчетами, проведенными для одного значения силы тока.

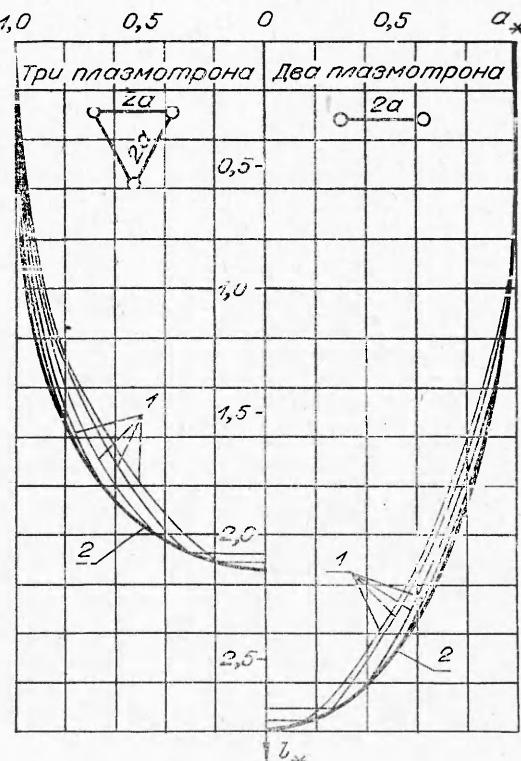
Из проведенных расчетов следует:

1) в случае двух и более плазмотронов постоянного тока форма столба дуги, горящей в пучном пространстве, зависит от длины, количества параллельно горящих дуг и от их взаимного расположения и практически не зависит от силы тока и расхода плазмообразующего газа;

2) в случае двух плазмотронов с параллельными осями длина дуги (расстояние от среза сопла до металла) для обеспечения стабильного горения должна быть не более 1,3 — 1,35 расстояния между осями плазмотронов;

3) для трех плазмотронов с параллельными осями, расположенных по вершинам правильного треугольника, длина дуги не должна превышать расстояния между плазмотронами;

4) взаимодействие дуг существенно ослабевает при наклоне осей плазмотронов. При угле наклона к вертикали, равном  $30^\circ$  ( $\alpha = 0,58$ ), взаимодействием можно пренебречь.



Фиг. 3

Поступила 18 XI 1975

\* Расчет на ЭЦВМ выполнен И. В. Чихладзе.  
3 ПМТФ, № 6, 1976

## ЛИТЕРАТУРА

1. Промышленные установки электродугового нагрева и их параметры. М., «Энергия», 1971.
2. Бобровская Р. С., Бортничук Н. И., Воропаев А. А., Донской А. В., Дресвин С. В., Крутинский М. М. Параметры открытой дуги, стабилизированной продольным потоком аргона.— ПМТФ, 1973, № 1.
3. Калантаров П. Л., Цейтлин Л. А. Расчет индуктивностей. Л., «Энергия», 1970.

УДК 533.6.011

## ИЗУЧЕНИЕ ДВУМЕРНОГО НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ В РАДИАЛЬНОМ КАНАЛЕ

*Н. П. Гриднев, В. А. Деревянко, В. Ф. Куликов*

*(Новосибирск)*

Несмотря на значительное развитие за последние годы численных методов, решение задач газовой динамики, связанных с ударно-волновыми процессами, остается еще сложной проблемой. Одной из таких задач является расчет нестационарных двумерных течений в  $T$ -образных каналах при выходе ударной волны из плоской или цилиндрической трубы. Наиболее изученным моментом в этой задаче является сам выход из узкого канала в широкий и образование дифрагированной ударной волны. Этому вопросу посвящен ряд теоретических [1—3] и экспериментальных работ [4,5]. Менее изучен, особенно в теоретическом плане, вопрос отражения дифрагированной ударной волны от торцевой стенки и дальнейшее развитие течения в канале. Трудность заключается в том, что в зоне отраженных ударных волн появляются значительные градиенты параметров потока. Последнее обстоятельство обуславливает неустойчивость разностной схемы и приводит к сильным осцилляциям. В некоторых случаях это явление можно ослабить, вводя в разностную схему сглаживающие члены [6]. Между тем известно, что схемы повышенного порядка точности дают значительно меньшие осцилляции вблизи разрыва [7], кроме того, зона «размазывания» разрыва для этих схем минимальна. Предварительные расчеты одномерного отражения падающей ударной волны от твердой стенки показали, что эти схемы устойчивы при значительном количестве шагов по времени ( $n = 800$ ) и дают высокую степень точности в зоне отраженных ударных волн [8].

С учетом этих обстоятельств для проведения расчетов нестационарного течения в радиальных каналах выбрана схема третьего порядка точности, аналогичная схеме, описанной в работе [9].

Система уравнений газовой динамики записывается в дивергентной форме и имеет следующий вид:

$$\partial \mathbf{f} / \partial t + \partial \mathbf{F}(\mathbf{f}) / \partial z + \partial \mathbf{G}(\mathbf{f}) / \partial r + \mathbf{H}(\mathbf{f}, r) = 0;$$

$$\mathbf{f} = \begin{vmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ l \end{vmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{vmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (l + p)u \end{vmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{vmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (l + p)v \end{vmatrix}, \quad \mathbf{H} = 1/r \begin{vmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 \\ (l + p)v \end{vmatrix},$$

где  $l = \rho u^2/2 + \rho v^2/2 + p/(\gamma - 1)$ .

В качестве масштабов плотности, скорости, давления, температуры взяты соответственно значения  $\rho$ ,  $c$ ,  $\rho c^2$ ,  $T$  в невозмущенном газе перед