

**ЗАКОНОМЕРНОСТИ ЗАЖИГАНИЯ ГАЗОВ
НАКАЛЕННОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ
С УЧЕТОМ ДИФФУЗИИ И ГИДРОДИНАМИКИ**

К. Г. Шкадинский, В. В. Барзыкин

(Москва)

При изучении закономерностей зажигания вещества обычно рассматривают простейшую модель, полагая, что тепловыделение происходит гомогенно за счет реакции нулевого или первого порядка, а распространение тепла по веществу — только за счет теплопроводности (см., например, [1—3]). Такая модель не учитывает возникающих в газах конвективных движений, в связи с чем встает вопрос о ее применимости к газовым системам. В настоящей работе, выполненной для выяснения этого вопроса, предпринята попытка учесть влияние гидродинамических и диффузионных процессов, а также влияние зависимости коэффициентов теплопроводности и диффузии от температуры на характеристики зажигания.

Газовая смесь, способная к экзотермической реакции и имеющая полубесконечную протяженность, в начальный момент времени приводится в соприкосновение со стенкой, температура которой T_0 не меняется во времени. Начальная температура смеси — T_n ($T_n < T_0$). Горючая смесь и продукты реакции рассматриваются как смесь идеальных газов, удовлетворяющих уравнению состояния:

$$p = R \rho T \left(\frac{1 - \eta}{\mu_1} + \frac{\eta}{\mu_2} \right).$$

В начальный момент горючая смесь находится в покое и имеет плотность ρ_0 . Описывающая данный процесс система дифференциальных уравнений имеет вид¹:

(уравнение неразрывности)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v}{\partial x} = 0,$$

(уравнение движения)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \nu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2},$$

¹ В уравнении движения не учтены силы тяжести, т. е. свободная конвекция не учитывается. В энергетическом уравнении опущен член, соответствующий работе сил давления.

(уравнение энергии)

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + Q \rho (1 - \eta) k e^{-\frac{E}{RT}},$$

(уравнение диффузии)

$$\rho \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} + v \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \rho \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) + \rho (1 - \eta) k e^{-\frac{E}{RT}},$$

где

$$\lambda = \lambda_0 (T/T_0)^s, \quad D \rho = D_0 \rho_0 (T/T_0)^s;$$

$$t = 0; \quad v = 0, \quad \eta = 0, \quad T = T_n, \quad \rho = \rho_0;$$

$$x = 0; \quad v = 0, \quad \eta_x = 0, \quad T = T_0.$$

Или в безразмерных переменных:

$$\frac{\partial \chi}{\partial \tau} + \frac{\partial \chi u}{\partial \xi} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} + u \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\pi}{\chi} \frac{\partial}{\partial \xi} [\chi (1 + \beta \theta) (1 - \eta + \eta/\sigma)] = \text{Pr} \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2}, \quad (2)$$

$$\chi \left(\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[(1 + \beta \theta)^s \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right] + \chi (1 - \eta) e^{\frac{\theta}{1 + \beta \theta}}, \quad (3)$$

$$\chi \left(\frac{\partial \eta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \eta}{\partial \xi} \right) = L \frac{\partial}{\partial \xi} \left[(1 + \beta \theta)^s \frac{\partial \eta}{\partial \xi} \right] + \gamma \chi (1 - \eta) e^{\frac{\theta}{1 + \beta \theta}}, \quad (4)$$

здесь

$$\tau = 0; \quad u = 0; \quad \eta = 0; \quad \theta = -\theta_n; \quad \chi = 1; \quad \xi = 0; \quad u = 0; \quad \theta = 0; \quad \eta_x = 0.$$

Безразмерные переменные: η — глубина разложения; $\theta = \frac{E}{RT_0^2} \times$
 $\times (T - T_0)$ — разогрев; $\tau = t/t_0$ — время (где $t_0 = \frac{c_p T_0^2 R}{E Q k} \exp \frac{E}{RT_0}$);
 $\xi = x / \sqrt{\frac{t_0 \lambda_0}{c_p \rho_0}}$ — координата; $\chi = \rho/\rho_0$ — плотность; $u = v / \sqrt{\lambda_0 / t_0 c_p \rho_0}$ — скорость.

Безразмерные параметры:

$$\beta = \frac{R T_0}{E}; \quad \pi = \frac{R T_0 t_0 \rho_0}{\mu_1 \lambda_0}; \quad \text{Pr} = \frac{\nu \rho_0 c_p}{\lambda_0}; \quad \sigma = \frac{\mu_2}{\mu_1};$$

$$\theta_n = \frac{E}{R T_0^2} (T - T_n); \quad \gamma = \frac{c_p R T_0^2}{Q E}; \quad L = \frac{D_0 \rho_0 c_p}{\lambda_0}$$

(β, γ, θ_n — обычные параметры теории зажигания, σ — отношение моле-

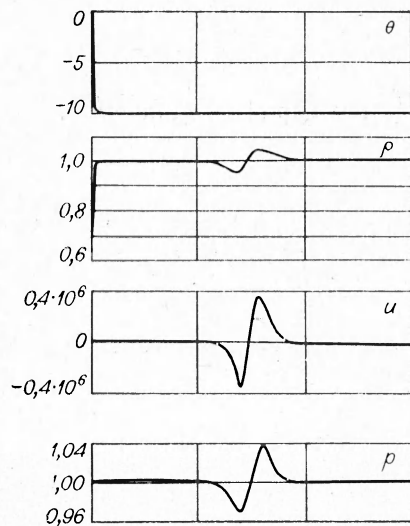


Рис. 1. Волна-возмущение при $\tau = 0,2 \cdot 10^{-5}$.

кулярных весов, L — число Льюиса, Pr — число Прандтля, π — гидродинамический параметр).

Система численно решалась на электронно-вычислительной машине разностным методом. Расчеты проводились при следующих значениях параметров $\theta_n = 3 \div 30$; $\gamma = 0 \div 0,3$; $\beta = 0 \div 0,2$; $\sigma = 1 \div 0,1$; $L = 1$; $Pr = 1$; $\pi \sim 10^{14}$. Результаты счета показали, что имеет место следующее начало развития процесса. Из-за скачка температуры на границе возникает волна-возмущение, которая движется со скоростью звука по непрогретому газу (рис. 1). Так как при выбранных параметрах скорость звука большая, то волна покидает зону прогрева и реакции и не оказывает в дальнейшем влияния на процесс. За волной устанавливается скорость движения газа, соот-

ветствующая расширению нагретого газа, и давление, равное исходному. Такая картина развития процесса позволяет сделать допущение независимости давления от координаты в зоне реакции, которое, впрочем, следует и из системы уравнений (1) — (4). Рассмотрим уравнение (2). Если изменение скорости газа мало по сравнению с $\pi \sim 10^{14}$, то давление можно считать постоянным в зоне реакции:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} [\chi (1 + \beta \theta) (1 - \eta + \eta / \sigma)] = \frac{\chi}{\pi} \left(- \frac{\partial u}{\partial \tau} - u \frac{\partial u}{\partial \xi} + Pr \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} \right) \approx 0. \quad (5)$$

Замена уравнения (2) на уравнение (5) приводит к более простой системе уравнений, позволяющей значительно сократить машинное время.

Как показали расчеты по (1) — (4) и по упрощенной (1), (3), (4), (5) системам, такая замена справедлива для времен, когда волна-возмущение покинула зону реакции. Все основные результаты работы были получены по упрощенной системе.

Пространственно-временное распределение переменных для последующих моментов времени показано на рис. 2. Здесь изображены только зоны реакции. На рис. 2, а, б изображено пространственно-временное распределение θ и η , оно аналогично ранее рассмотренному в [3]. На рис. 2, в, г изображено пространственно-временное распределение плотности и скорости. Из рисунка видно, что плотность изменяется довольно значительно. Так, для $\theta_n = 10$ плотность около стенки падает вдвое. Следует отметить, что с увеличением температурного напора это изменение увеличивается. Таким образом, допущение о постоянстве плотности, справедливое для конденсированных систем, в случае газов является некорректным.

Скорость движения газа в зоне реакции является возрастающей функцией по пространству. Отличительной особенностью пространственно-временного распределения скорости является ее первоначальное уменьшение по времени до какой-то величины, а затем увеличение. Это

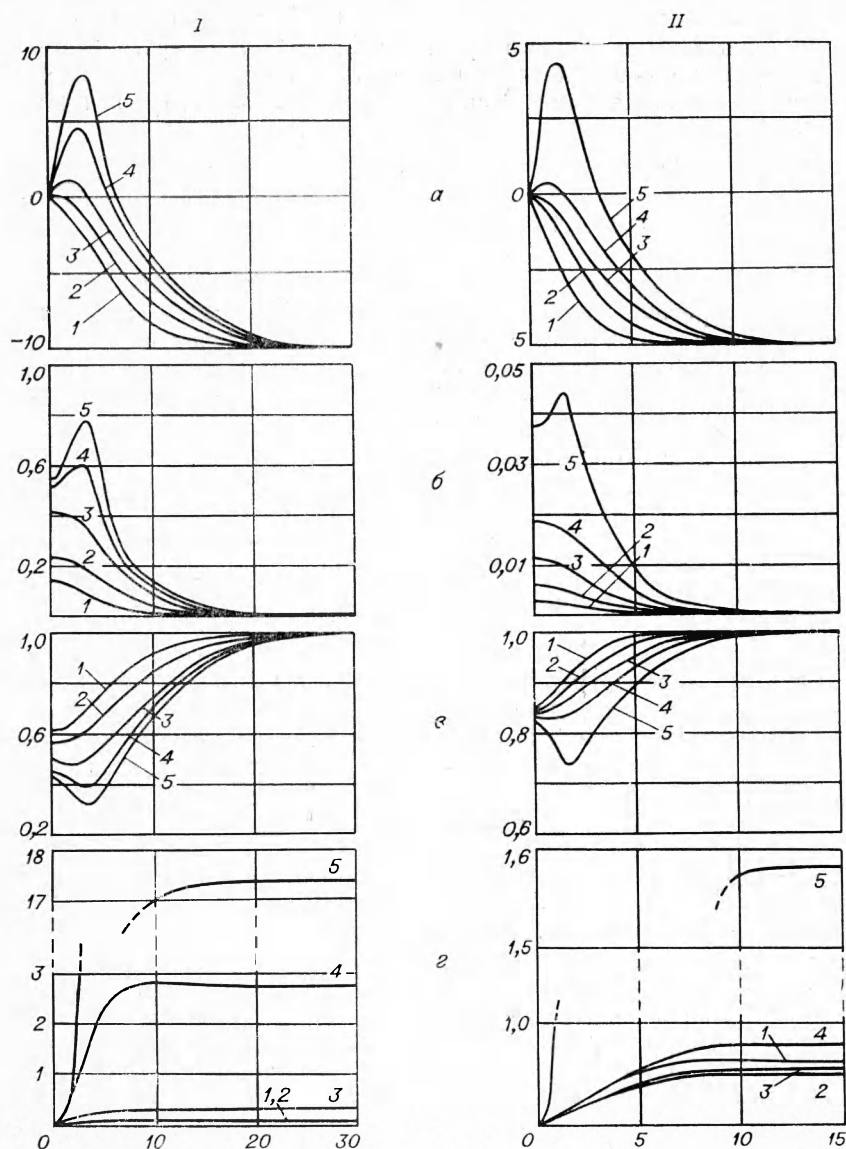


Рис. 2. Пространственно-временное распределение переменных:
 I — $\theta_n = 10$, $\gamma = 0,05$, $\beta = 0,03$, $\sigma = 0,5$; $S = 1$, $L = 1$ (при τ , равном 24 (1), 37 (2), 46 (3), 48 (4), 48,2 (5)); II — $\theta_n = 5$, $\gamma = 0,005$, $\beta = 0,03$, $\sigma = 0,5$, $S = 1$, $L = 1$ (при τ , равном 2,9 (1), 5,9 (2), 9,6 (3), 12,1 (4), 14,4 (5)).

связано с тем, что в начальные моменты времени в систему поступает убывающий по времени поток тепла от стенки, а затем по мере прогрева увеличивается приток тепла за счет экзотермической реакции.

Как и следовало ожидать [3], вид пространственно-временного распределения переменных существенно зависит от параметра γ , характеризующего роль выгорания. При малых γ процесс разогрева похож на созревание теплового взрыва, глубина превращения мала и не влияет на характеристики. При увеличении γ взрывная картина становится менее четкой. В настоящей работе расчет характеристик зажигания про-

веден для нормальных режимов (при малых γ [3]). Определялись следующие величины: τ_* — время прогрева (промежуток времени, по истечении которого тепловой поток у поверхности обращается в нуль); τ_z — время задержки зажигания (определяется по моменту интенсивного

роста максимальной температуры); $\omega_* = - \int_0^{\tau_*} (1 + \beta\theta)^s \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} d\tau$ —

количество тепла, полученного газовой смесью от нагретой стенки за время прогрева.

При соответствующих значениях (иногда формальных) параметров можно пренебрегать теми или другими эффектами. Так, при $\pi=0$ не учитываются в (1)—(4) гидродинамические эффекты, при $S=0$ — зависимость коэффициентов теплопроводности и диффузии от температуры; при $\gamma=0$ имеем случай реакции нулевого порядка, при $L=0$ исключаем из рассмотрения диффузию.

Результаты счета приведены в таблице. Данные в первом столбце соответствуют системе, рассмотренной в [3]. Во втором, третьем и четвертом столбцах приведены данные с учетом указанных выше эффектов независимо один от другого: во втором учитывалась зависимость коэффициента теплопроводности от температуры, в третьем — наличие диффузии, в четвертом — гидродинамические эффекты. В пятом столбце приведены характеристики зажигания с одновременным учетом всех эффектов.

Сравним характеристики, приведенные во втором и первом столбцах. Для более низких температур коэффициент теплопроводности меньше и тепло, идущее от стенки, накапливается в меньшей зоне, чем это наблюдалось в условиях первого столбца. Это приводит к уменьшению τ_* , τ_z и ω_* . Различие должно быть тем существенней, чем больше θ_n . Для $\theta_n = 20$ (при $\gamma=0$) различие в τ_* достигает 25%, в τ_z — 20%, в ω_* — 17%.

Учет диффузии при малых γ дает малый эффект, так как известно, что в этом случае глубина разложения мала и ею можно пренебречь. По мере вырождения процесса (увеличение γ) роль η растет и увеличивается эффект от влияния диффузии.

Если учитывать гидродинамику процесса, ρ становится переменным. При более высоких температурах ρ уменьшается и одна и та же масса газа занимает больший объем, градиенты температур падают, что приводит к замедлению процесса, τ_* и τ_z увеличиваются. Этот эффект тем существенней, чем больше разность температур (θ_n). Так, для $\theta_n = 20$, а $\gamma = 0$, τ_* и τ_z увеличиваются на 30%; для $\gamma = 0,005$ τ_* и τ_z больше на 72%. Гидродинамика может оказать влияние на процесс также через параметр σ , однако, как показали расчеты, для нормальных режимов наблюдается слабая зависимость характеристик от σ .

Результаты, приведенные в последнем столбце, практически совпадают с результатами, приведенными в первом, так как эффекты гидродинамики и учета зависимости коэффициентов λ и $D\rho$ от температуры направлены противоположно друг другу. В определении времени прогрева и времени зажигания для газов можно пользоваться ранее полученными результатами, не учитывающими гидродинамической и диффузионной картины. Различие ω_* для больших температурных напоров θ_n может достигать более значительной величины. Сильного влияния гидродинамики следует ожидать при вырожденных режимах.

В заключение авторы благодарят А. Г. Мержанова и Б. И. Хайкина за постоянное внимание и ценные советы при выполнении данной работы.

γ	θ_H	Пара- метры	$P_r = \pi = S =$ $= L = 0$	$S = 1$ $P_r = \pi = L = 0$ $\beta = 0,03$	$L = 1$ $P_r = \pi = S = 0$	$P_r = 1; \pi = 10^{14};$ $\sigma = 0,5; S = L = 0$	$P_r = 1; \pi = 10^{14};$ $\sigma = 0,5; S = L = 1$
0	5	$\frac{r_1}{r_3}$ $\frac{r_1}{r_3}$ $\frac{r_1}{r_3}$	9,3 14,2 12,6	9,1 14 12,5	9,3 14,2 12,6	9,2 14,4 12	9,3 14,2 12,1
	10	$\frac{r_1}{r_3}$ $\frac{r_1}{r_3}$ $\frac{r_1}{r_3}$	30,2 37,5 46,5	28,2 35,1 45	30,2 37,5 46,5	33,3 40 43,2	30,9 37,3 42,5
	20	$\frac{r_1}{r_3}$ $\frac{r_1}{r_3}$ $\frac{r_1}{r_3}$	109 116 176	81,8 92,7 146	109 116 176	144 148 144	119,5 122,5 140,5
0,005	5	$\frac{r_1}{r_3}$ $\frac{r_1}{r_3}$ $\frac{r_1}{r_3}$	9,4 14,5 13	9,2 14,3 12,5	9,3 14,4 13	9,7 14,6 12,6	9,6 14,4 12,1
	10	$\frac{r_1}{r_3}$ $\frac{r_1}{r_3}$ $\frac{r_1}{r_3}$	32 39 51	29 36,6 45,5	32 38 52	35 42 48	31,3 37,8 43
	20	$\frac{r_1}{r_3}$ $\frac{r_1}{r_3}$ $\frac{r_1}{r_3}$	118 125 212	90 102 151	112 117 208	208 211 212	121 124 141
0,05	5	$\frac{r_1}{r_3}$ $\frac{r_1}{r_3}$ $\frac{r_1}{r_3}$	10,8 18 13,3	10,6 17,8 12,8	10 16,8 13	12,9 18,5 13,1	10,7 16,5 12,2
	10	$\frac{r_1}{r_3}$ $\frac{r_1}{r_3}$ $\frac{r_1}{r_3}$	53 69 56	48 63 50	37 50 50	81 96 57	37 48 41
0,075	5	$\frac{r_1}{r_3}$ $\frac{r_1}{r_3}$ $\frac{r_1}{r_3}$	11,7 21,3 13,3	11,4 21,1 12,8	10,3 19 12,8	12,9 21,6 12,8	10,5 18 11,7

Поступила в редакцию
12/VII 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, 1939, 9, 12.
2. Я. Б. Зельдович. Докл. АН СССР, 1963, 150, 2.
3. А. Э. Аверсон, В. В. Барзыкин, А. Г. Мержанов. ИФЖ, 1965, 9, 2.