

УДК 532.36; 536

ВЛИЯНИЕ ИОННОГО СКОЛЬЖЕНИЯ НА НЕСТАЦИОНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ ГАРТМАНА НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ВЯЗКОУПРУГОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ НАЛИЧИИ ТЕПЛООБМЕНА

Х. А. Аттия, М. А. М. Абдин*

Университет г. Эль-Фаюм, 63514 Эль-Фаюм, Египет

* Каирский университет, 12211 Каир, Египет

E-mails: ah1113@yahoo.com, mostafa_a_m_abdeen@hotmail.com

Рассматривается ионное скольжение в нестационарном течении Гартмана проводящей несжимаемой неньютоновской вязкоупругой жидкости между двумя параллельными горизонтальными изолированными пористыми пластинами с учетом теплообмена. В осевом направлении приложен однородный и постоянный градиент давления. В поперечном направлении действует внешнее однородное магнитное поле, и через поверхности пластин происходит равномерный отсос или вдув. Пластины поддерживаются при различных постоянных температурах, при этом учитываются джоулева и вязкая диссипации. С использованием конечных разностей получены численные решения уравнений импульса и энергии, исследовано влияние различных материальных параметров как на поле скорости, так и на поле температуры.

Ключевые слова: магнитогидродинамическое течение, теплообмен, неньютоновский, вязкоупругий, электрически проводящие жидкости, ток Холла, ионное скольжение, пористые пластины.

Введение. Интерес к исследованию нестационарного течения Гартмана электрически проводящей вязкой несжимаемой жидкости между двумя параллельными пластинами при наличии приложенного поперечного однородного магнитного поля обусловлен тем, что такие течения имеют место в магнитогидродинамических (МГД) генераторах, МГД-насосах, ускорителях, при аэродинамическом нагреве, электростатическом осаждении, в производстве полимеров, в нефтяной промышленности, при очистке расплавленных металлов от неметаллических включений и распылении жидких капель [1–8]. Влияние равномерного отсоса и вдува через пористые пластины на течение Гартмана проводящей ньютоновской жидкости изучено в [9–13]. Существует большое количество работ, в которых рассматривалось гидродинамическое течение неньютоновской вязкоупругой жидкости (см., например, [14–18]).

В настоящей работе исследуется течение электрически проводящей неньютоновской вязкоупругой жидкости при наличии теплообмена, однородного магнитного поля и заданного однородного постоянного градиента давления. В поперечном направлении действует внешнее однородное магнитное поле, и через поверхность пластин происходит равномерный вдув или отсос.

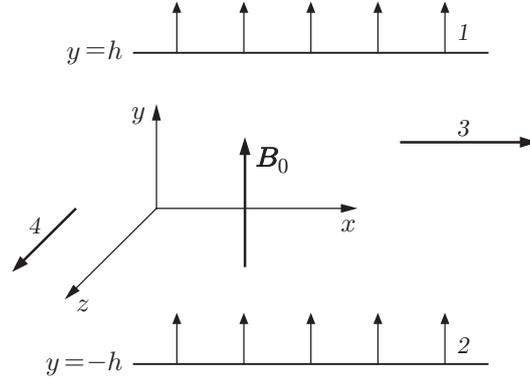


Рис. 1. Геометрия задачи:

1 — равномерный отсос, 2 — равномерный вдув, 3 — основной поток, 4 — поток, обусловленный эффектом Холла

1. Формулировка задачи. Рассмотрим течение несжимаемой вязкоупругой жидкости в области $-h \leq y \leq h$, $-\infty < x < \infty$, $-\infty < z < \infty$ между двумя бесконечными горизонтальными изолированными пластинами, расположенными в плоскостях $y = \pm h$ (рис. 1). Верхняя и нижняя пластины поддерживаются при постоянных температурах T_2 и T_1 соответственно, причем $T_2 > T_1$. При $t = 0$ под действием однородного постоянного градиента давления dP/dx в направлении оси x возникает течение, при этом перпендикулярно направлению течения (вдоль оси y) происходят равномерные отсос сверху и вдув снизу. В положительном направлении оси y действует однородное магнитное поле с вектором плотности магнитного потока \mathbf{B}_0 . Наведенным магнитным полем пренебрегается вследствие предположения о малости магнитного числа Рейнольдса [4]. В результате учета эффекта Холла и ионного скольжения появляется компонента вектора скорости \mathbf{w} в направлении z . Вектор скорости жидкости записывается в виде $\mathbf{v}(y, t) = u(y, t)\mathbf{i} + v_0\mathbf{j} + w(y, t)\mathbf{k}$, где v_0 — скорость вдува или отсоса. Движение жидкости начинается внезапно из состояния покоя при $t = 0$ ($u = w = 0$ при $t \leq 0$). Условие прилипания на пластинах записывается в виде $u = w = 0$ при $y = \pm h$. Начальные и граничные условия для температуры имеют вид $T = T_1$ при $t = 0$, $T = T_1$ при $y = -h$, $t > 0$ и $T = T_2$ при $y = h$, $t > 0$. Если учитываются члены, описывающие эффект Холла и ионное скольжение, то выражение для плотности тока \mathbf{J} можно записать в виде

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{v} \times \mathbf{B}_0 - \beta(\mathbf{J} \times \mathbf{B}_0) + \beta\beta_i/B_0(\mathbf{J} \times \mathbf{B}_0) \times \mathbf{B}_0), \quad (1)$$

где σ — электропроводность жидкости; β — коэффициент Холла [4]; β_i — параметр ионного скольжения [4]. Решая уравнение (1) относительно \mathbf{J} , получаем выражение для вектора силы Лоренца в виде

$$\mathbf{J} \times \mathbf{B}_0 = -\frac{\sigma B_0^2}{(1 + \beta_i\beta_e)^2 + \beta_e^2} (((1 + \beta_i\beta_e)u + \beta_e w)\mathbf{i} + ((1 + \beta_i\beta_e)w - \beta_e u)\mathbf{k}),$$

где $\beta_e = \sigma\beta B_0$ — параметр Холла [4]. Таким образом, движение жидкости удовлетворяет уравнениям импульса [19]

$$\begin{aligned} \rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + v_0 \frac{\partial u}{\partial y}\right) &= -\frac{dP}{dx} - \frac{\sigma B_0^2}{(1 + \beta_i\beta_e)^2 + \beta_e^2} [(1 + \beta_i\beta_e)u + \beta_e w] + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}, \\ \rho\left(\frac{\partial w}{\partial t} + v_0 \frac{\partial w}{\partial y}\right) &= -\frac{\sigma B_0^2}{(1 + \beta_i\beta_e)^2 + \beta_e^2} [(1 + \beta_i\beta_e)w - \beta_e u] + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y}, \end{aligned} \quad (2)$$

где ρ — плотность жидкости; τ_{xy} , τ_{zy} — компоненты касательного напряжения вязкоупругой жидкости [10]:

$$\tau_{xy} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\mu}{\alpha} \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial t}, \quad \tau_{zy} = \mu \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\mu}{\alpha} \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial t}, \quad (3)$$

μ — вязкость; α — модуль сдвига. При $\alpha \rightarrow \infty$ (в установившемся состоянии) жидкость ведет себя так же, как вязкая жидкость в отсутствие упругости. Разрешая уравнения (3) относительно τ_{xy} и τ_{zy} , получаем соотношения

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial}{\partial t} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right), \quad \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial y} \right) - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial}{\partial t} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right), \quad (4)$$

где члены $\frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial}{\partial t} \left(\mu \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial t} \right) \right)$ и $\frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial}{\partial t} \left(\mu \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial t} \right) \right)$, пропорциональные $1/\alpha^2$, не учитываются. Подставляя уравнения (4) в уравнения импульса (2), получаем

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + v_0 \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{dP}{dx} - \frac{\sigma B_0^2}{(1 + \beta_i \beta_e)^2 + \beta_e^2} ((1 + \beta_i \beta_e)u + \beta_e w) + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\mu^2}{\alpha} \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial y^2}; \quad (5)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + v_0 \frac{\partial w}{\partial y} \right) = - \frac{\sigma B_0^2}{(1 + \beta_i \beta_e)^2 + \beta_e^2} ((1 + \beta_i \beta_e)w - \beta_e u) + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{\mu^2}{\alpha} \frac{\partial^3 w}{\partial t \partial y^2}. \quad (6)$$

Распределение температуры удовлетворяет уравнению энергии [19]

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_0 \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\sigma(1 + \beta_i \beta_e) B_0^2}{(1 + \beta_i \beta_e)^2 + \beta_e^2} (u^2 + w^2) + \mu \left(\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right), \quad (7)$$

где c_p , k — удельная теплоемкость при постоянном давлении и теплопроводность жидкости соответственно; второй и третий члены в правой части уравнения (7) представляют собой джоулеву и вязкую диссипации соответственно.

Введем следующие безразмерные переменные:

$$\hat{y} = \frac{y}{h}, \quad \hat{t} = \frac{\mu t}{h^2 \rho}, \quad \hat{u} = \frac{\rho h u}{\mu}, \quad \hat{w} = \frac{\rho h w}{\mu}, \quad p = \frac{P \rho h^2}{\mu^2}, \quad \theta = \frac{T - T_1}{T_2 - T_1},$$

$$S = \frac{\rho h v_0}{\mu}, \quad \text{Ha} = B_0 h \sqrt{\frac{\sigma}{\mu}}, \quad \text{Pr} = \frac{\mu c_p}{k}, \quad \text{Ec} = \frac{\mu^2}{\rho^2 h^2 c_p (T_2 - T_1)}, \quad K = \frac{\mu^2}{\rho \alpha h^2}.$$

Здесь S — параметр отсоса; Ha , Pr , Ec — числа Гартмана, Прандтля, Эккерта; K — параметр вязкоупругости. Уравнения (5)–(7) в безразмерных переменных записываются в виде

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{t}} + S \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{y}} = - \frac{dp}{dx} - \frac{\text{Ha}^2}{(1 + \beta_i \beta_e)^2 + \beta_e^2} ((1 + \beta_i \beta_e)\hat{u} + \beta_e \hat{w}) + \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial \hat{y}^2} - K \frac{\partial^3 \hat{u}}{\partial \hat{t} \partial \hat{y}^2},$$

$$\frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{t}} + S \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{y}} = - \frac{\text{Ha}^2}{(1 + \beta_i \beta_e)^2 + \beta_e^2} ((1 + \beta_i \beta_e)\hat{w} - \beta_e \hat{u}) + \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \hat{y}^2} - K \frac{\partial^3 \hat{w}}{\partial \hat{t} \partial \hat{y}^2}; \quad (8)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \hat{t}} + S \frac{\partial \theta}{\partial \hat{y}} = \frac{1}{\text{Pr}} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \hat{y}^2} + \frac{(1 + \beta_i \beta_e) \text{Ha}^2 \text{Ec}}{(1 + \beta_i \beta_e)^2 + \beta_e^2} (u^2 + w^2) + \text{Ec} \left(\left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{y}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{y}} \right)^2 \right), \quad (9)$$

где у безразмерных величин знак “ \wedge ” опущен. Начальные и граничные условия для скорости и температуры записываются в безразмерной форме

$$u(y, 0) = w(y, 0) = u(-1, t) = w(-1, t) = u(1, t) = w(1, t) = 0; \quad (10)$$

$$\theta(y, 0) = \theta(-1, t) = 0, \quad \theta(1, t) = 1. \quad (11)$$

Следует отметить, что последний член в уравнениях (8) является смешанной производной третьего порядка и содержит частную производную первого порядка по времени и частную производную второго порядка по пространственной координате y . Начальные и граничные условия (10), (11) согласуются с уравнениями (8), так как старшая частная производная содержит производную первого порядка по времени и второго порядка по координате.

Уравнения (8) с начальными и граничными условиями (10) решались численно с использованием неявного метода Крэнка — Николсона [20] на двух последовательных временных слоях. Конечно-разностные уравнения записывались в средней точке расчетной ячейки, производные по y в них заменялись центральными разностями второго порядка. Диффузионные члены заменялись средней величиной центральных разностей на двух последовательных слоях времени. Результирующая алгебраическая блочная трехдиагональная система решалась с использованием обобщенного алгоритма Томаса [20]. Уравнение энергии (9) является линейным неоднородным обыкновенным дифференциальным уравнением второго порядка, правая часть которого известна из решения уравнений движения (8), (10). Значения компонент скорости подставлялись в правую часть уравнения (9) с начальными и граничными условиями (11), которое решалось численно с использованием центральных разностей для производных и алгоритма Томаса для решения системы конечно-разностных уравнений. Чтобы привести дифференциальные уравнения второго порядка (8), (9) к дифференциальным уравнениям первого порядка, введем переменные $v = \partial u / \partial y$, $B = \partial w / \partial y$, $H = \partial T / \partial y$. Конечно-разностные уравнения для системы дифференциальных уравнений первого порядка (4), (5) можно записать в виде

$$\begin{aligned} & \frac{u_{i+1,j+1} - u_{i,j+1} + u_{i+1,j} - u_{i,j}}{2\Delta t} + S \frac{v_{i+1,j+1} + v_{i,j+1} + v_{i+1,j} + v_{i,j}}{4} = \\ & = -\frac{dp}{dx} + \frac{\text{Ha}^2}{(1 + \beta_i \beta_e)^2 + \beta_e^2} \left((1 + \beta_i \beta_e) \frac{u_{i+1,j+1} + u_{i,j+1} + u_{i+1,j} + u_{i,j}}{4} + \right. \\ & \left. + \beta_e \frac{w_{i+1,j+1} + w_{i,j+1} + w_{i+1,j} + w_{i,j}}{4} \right) + \frac{(v_{i+1,j+1} + v_{i,j+1}) - (v_{i+1,j} + v_{i,j})}{2\Delta y} - \\ & \quad - K \frac{(v_{i+1,j+1} - v_{i,j+1}) - (v_{i+1,j} - v_{i,j})}{\Delta t \Delta y}, \\ & \frac{w_{i+1,j+1} - w_{i,j+1} + w_{i+1,j} - w_{i,j}}{2\Delta t} + S \frac{B_{i+1,j+1} + B_{i,j+1} + B_{i+1,j} + B_{i,j}}{4} = \\ & = -\frac{\text{Ha}^2}{(1 + \beta_i \beta_e)^2 + \beta_e^2} \left((1 + \beta_i \beta_e) \frac{w_{i+1,j+1} + w_{i,j+1} + w_{i+1,j} + w_{i,j}}{4} - \right. \\ & \left. - \beta_e \frac{u_{i+1,j+1} + u_{i,j+1} + u_{i+1,j} + u_{i,j}}{4} \right) + \frac{(B_{i+1,j+1} + B_{i,j+1}) - (B_{i+1,j} + B_{i,j})}{2\Delta y} - \\ & \quad - K \frac{(B_{i+1,j+1} - B_{i,j+1}) - (B_{i+1,j} - B_{i,j})}{\Delta t \Delta y}, \\ & \frac{T_{i+1,j+1} - T_{i,j+1} + T_{i+1,j} - T_{i,j}}{2\Delta t} + S \frac{H_{i+1,j+1} + H_{i,j+1} + H_{i+1,j} + H_{i,j}}{4} = \\ & = \frac{1}{\text{Pr}} \frac{(H_{i+1,j+1} + H_{i,j+1}) - (H_{i+1,j} + H_{i,j})}{2\Delta y} + D \quad (12) \end{aligned}$$

(D — слагаемое, учитывающее вязкую диссипацию, которое известно из решения уравнения (12)). Слагаемое D может быть вычислено в средней точке $(i + 1/2, j + 1/2)$ расчетной

ячейки. Расчеты проводились при $dP/dx = 5$, $\alpha = 1$, $Pr = 1$, $Ec = 0,2$. Результаты исследования независимости решения от шага дискретизации показывают, что расчетная область $0 < t < \infty$, $-1 < y < 1$ может быть разбита на интервалы с шагами $\Delta t = 0,0001$ и $\Delta y = 0,005$ по времени и пространству соответственно. Из вычислительных экспериментов следует, что дальнейшее измельчение сетки практически не приводит к изменению результатов. Считалось, что сходимость схемы имеет место в том случае, когда величины u , T и их градиенты для последовательных приближений различаются менее чем на 10^{-6} по сравнению с единицей для всех значений y в интервале $-1 < y < 1$ на каждом временном шаге.

2. Результаты исследования и их обсуждение. На рис. 2–4 показаны зависимости величин u , w , θ в центре канала ($y = 0$) от времени при $K = 0; 0,5; 1,0$, $Ha = 3$, $S = 0$ и различных значениях параметров Холла β_e и ионного скольжения β_i . Из результатов, приведенных на рис. 2, а, следует, что с увеличением параметра β_e или β_i увеличивается компонента скорости u , так как уменьшается эффективная удельная проводимость $\sigma/[(1 + \beta_e\beta_i)^2 + \beta_e^2]$, а следовательно, магнитная сила сопротивления, влияющая на величину u . Из рис. 2, б, в следует, что степень влияния параметра K на величину u зависит от параметра β_e или β_i и времени. При $\beta_i = 0$ с увеличением K при малых значениях времени t значение u уменьшается, а при умеренных t увеличивается для всех β_e . Однако при $\beta_i \neq 0$ с увеличением K значение u уменьшается при всех значениях t . Параметр Холла оказывает существенное влияние на u при всех значениях K , в то время как параметр ионного скольжения — только при малых значениях K . При больших значениях K влияние параметров Холла и ионного скольжения на u имеет место только при больших временах. Очевидно, что параметр K оказывает существенное влияние на время установления стационарного состояния u .

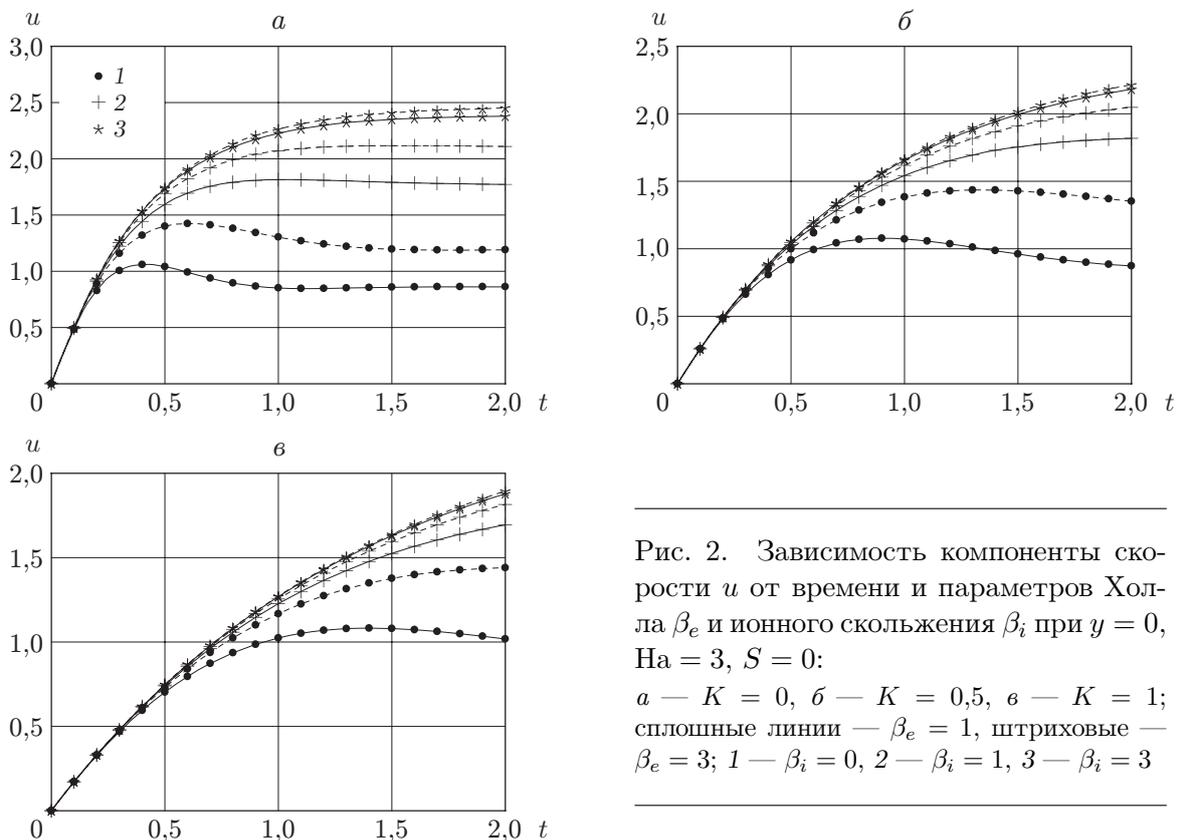


Рис. 2. Зависимость компоненты скорости u от времени и параметров Холла β_e и ионного скольжения β_i при $y = 0$, $Ha = 3$, $S = 0$:

а — $K = 0$, б — $K = 0,5$, в — $K = 1$; сплошные линии — $\beta_e = 1$, штриховые — $\beta_e = 3$; 1 — $\beta_i = 0$, 2 — $\beta_i = 1$, 3 — $\beta_i = 3$

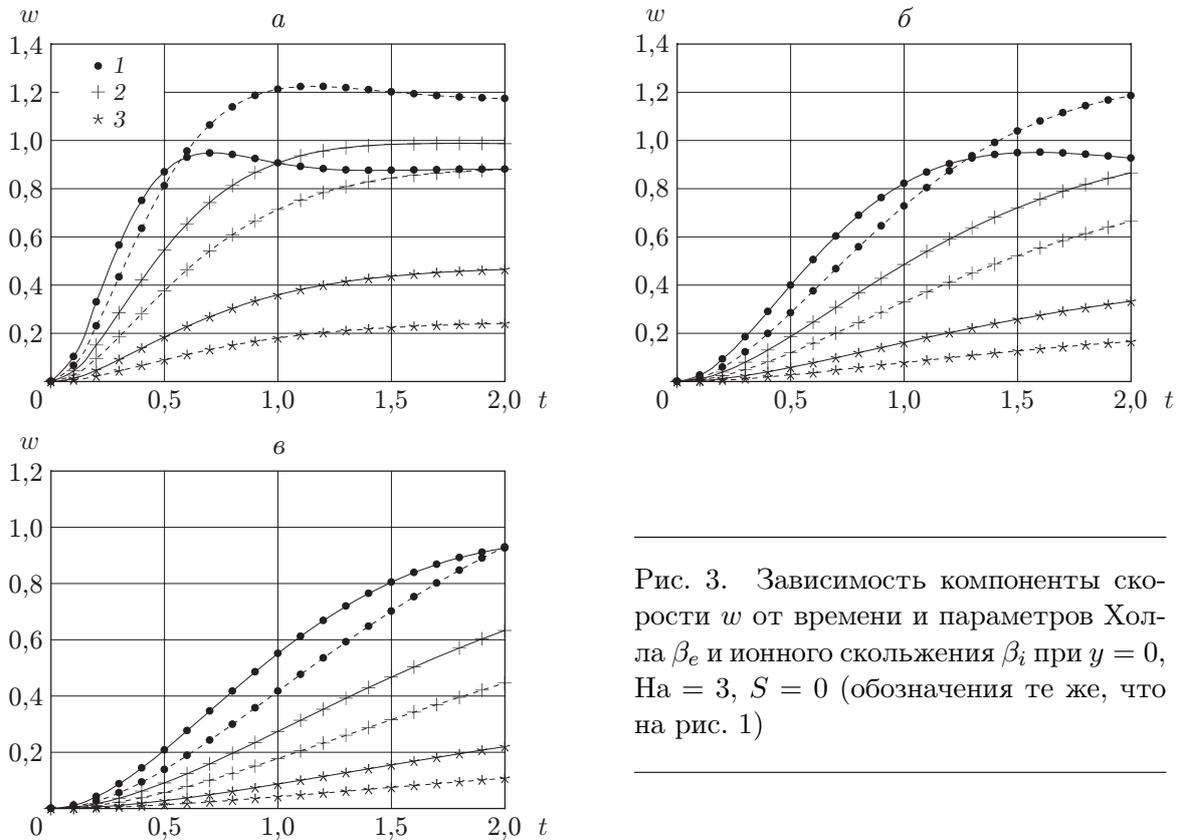


Рис. 3. Зависимость компоненты скорости w от времени и параметров Холла β_e и ионного скольжения β_i при $y = 0$, $Na = 3$, $S = 0$ (обозначения те же, что на рис. 1)

На рис. 3,а видно, что с увеличением β_e компонента скорости w увеличивается вследствие наличия эффекта Холла. В то же время с увеличением параметра ионного скольжения β_i при всех значениях β_e компонента скорости w уменьшается в результате уменьшения источника члена $\beta_e Na^2 u / [(1 + \beta_e \beta_i)^2 + \beta_e^2]$ и увеличения члена демпфирования $(1 + \beta_e \beta_i) Na^2 u / [(1 + \beta_e \beta_i)^2 + \beta_e^2]$. При достаточно больших значениях β_e влияние ионного скольжения на w становится более существенным. С увеличением параметра K значение w уменьшается при всех значениях параметров β_e , β_i и времени t , за исключением малых значений t . При $\beta_e = 1$, $\beta_i = 0$ с увеличением K значение w увеличивается (рис. 3,б,в). Параметр K существенно влияет на время установления стационарного состояния w . Параметры β_e и β_i оказывают влияние на величину w при всех значениях K . В некотором интервале времени компоненты скорости u и w могут превышать их стационарные значения (см. рис. 2,а, 3,а). В дальнейшем они уменьшаются, что объясняется влиянием ионного скольжения, и стремятся к стационарным значениям.

С увеличением β_e или β_i значение θ уменьшается при малых временах и увеличивается при больших временах (рис. 4,а). Это можно объяснить тем, что при небольших временах компоненты вектора скорости u и w невелики и поэтому с увеличением параметра β_e или β_i уменьшается джоулева диссипация, пропорциональная величине $1 / [(1 + \beta_e \beta_i)^2 + \beta_e^2]$. При больших временах увеличение β_e приводит к увеличению u и w , а следовательно, к увеличению джоулевой и вязкой диссипаций. Кроме того, при больших временах с увеличением β_i компонента w уменьшается, а компонента скорости u основного потока и, значит, вязкая и джоулева диссипации увеличиваются. Вследствие этого в некоторый момент времени кривые для θ при всех значениях β_e и β_i пересекаются.

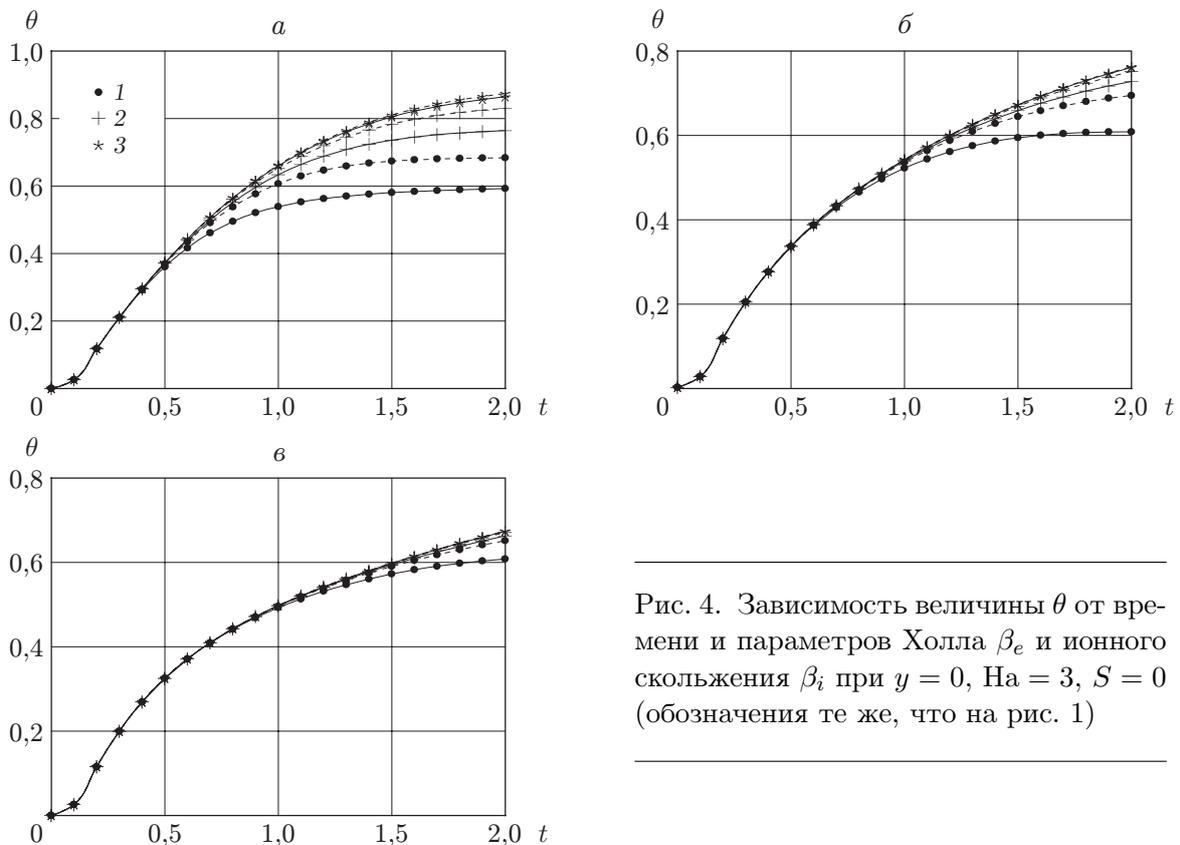


Рис. 4. Зависимость величины θ от времени и параметров Холла β_e и ионного скольжения β_i при $y = 0$, $Na = 3$, $S = 0$ (обозначения те же, что на рис. 1)

С увеличением K значение θ уменьшается на всем временном интервале при всех значениях параметров β_e , β_i (рис. 4, б, в). Это обусловлено уменьшением компонент скорости u , w , что в свою очередь приводит к уменьшению вязкой и джоулевой диссипаций. При больших значениях K и малых временах влиянием параметра β_e на θ можно пренебречь, в то время как влиянием β_i на θ можно пренебречь при всех t . Параметр K оказывает незначительное влияние на время установления стационарного состояния величины θ .

На рис. 5–7 представлены зависимости величин u , w , θ от времени в центре канала при $K = 0; 0,5; 1,0$, $\beta_e = 3$, $Na = 3$ и различных значениях параметра отсоса S и параметра ионного скольжения β_i . Из рис. 5, а, б, а следует, что с увеличением отсоса значения u , w уменьшаются вследствие конвекции жидкости из областей в нижней половине канала к центру, где скорость жидкости выше. Кроме того, из рис. 5, а, б, а следует, что при увеличении β_i влияние параметра отсоса на величину u становится более существенным, в то время как его влияние на величину w уменьшается. Из рис. 5 следует, что с увеличением K компонента скорости u уменьшается при всех значениях t , S , β_i , за исключением значений $S = 1$ и $\beta_i = 0$. При $S = 1$, $\beta_i = 0$ изменение u с изменением K зависит от t . При малых значениях t увеличение K приводит к уменьшению u , а при больших значениях t — к увеличению u . Параметр K оказывает существенное влияние на время установления стационарного состояния u при всех значениях S и β_i .

Из рис. 6, б, в следует, что увеличение значения K приводит к уменьшению w и увеличению времени установления его стационарного состояния при всех значениях S и β_i . На рис. 5, 6 видно, что параметр β_i существенно влияет на компоненты скорости u , w при всех значениях K . Влиянием параметра S на u можно пренебречь при достаточно больших значениях K или малых значениях β_i , в то время как его влиянием на w можно пренебречь при достаточно больших значениях K или β_i .

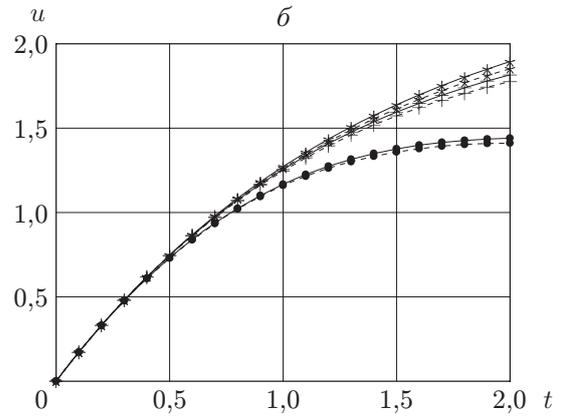
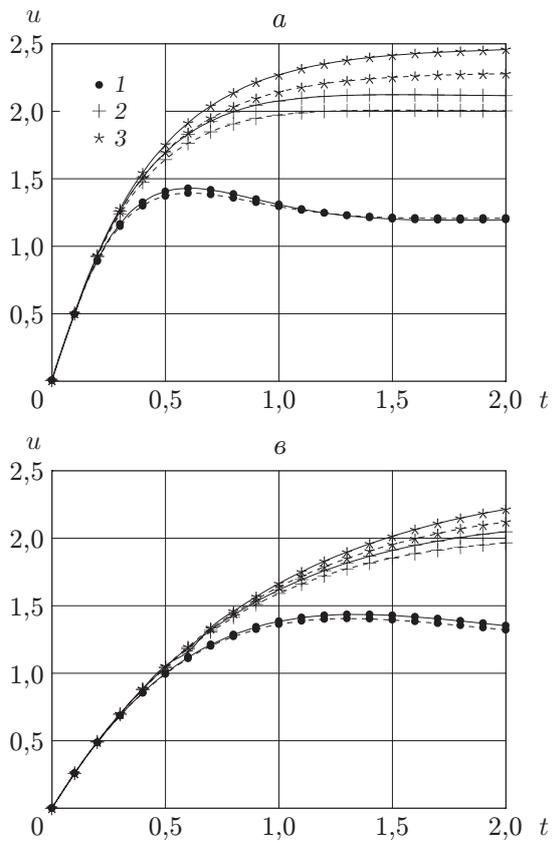


Рис. 5. Зависимость компоненты скорости u от времени и параметров отсоса S_e и ионного скольжения β_i при $y = 0$, $Na = 3$, $\beta_e = 3$:

a — $K = 0$, *б* — $K = 0,5$, *в* — $K = 1$; сплошные линии — $S = 0$, штриховые — $S = 1$; 1 — $\beta_i = 0$, 2 — $\beta_i = 1$, 3 — $\beta_i = 3$

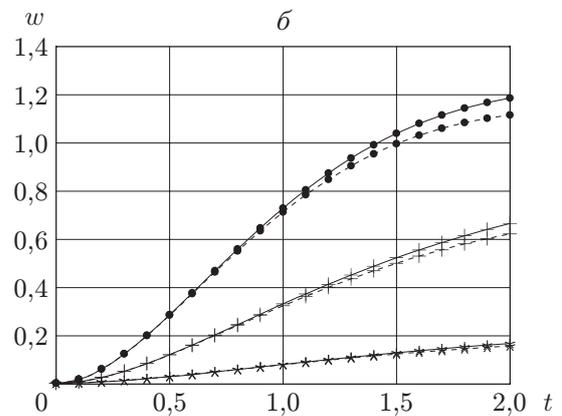
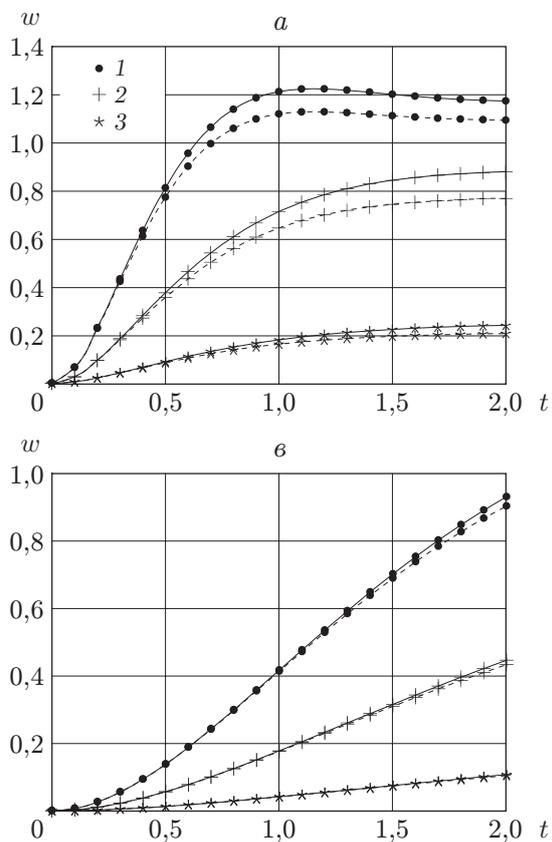


Рис. 6. Зависимость компоненты скорости w от времени и параметров отсоса S_e и ионного скольжения β_i при $y = 0$, $Na = 3$, $\beta_e = 3$ (обозначения те же, что на рис. 5)

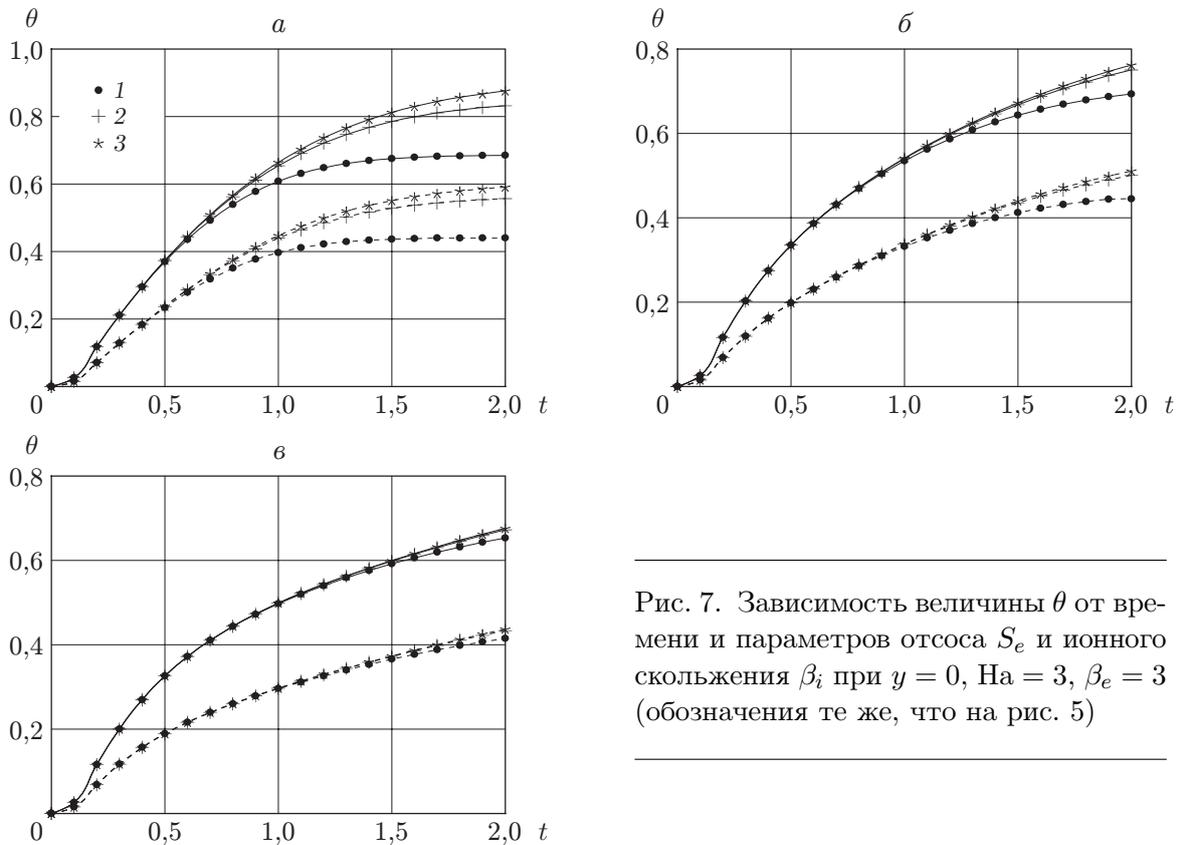


Рис. 7. Зависимость величины θ от времени и параметров отсоса S_e и ионного скольжения β_i при $y = 0$, $Na = 3$, $\beta_e = 3$ (обозначения те же, что на рис. 5)

Из рис. 7,а следует, что с увеличением параметра S температура в центре канала уменьшается вследствие конвективного переноса жидкости из более холодной нижней половины канала к его центру. Кроме того, температура θ зависит от параметра β_i на всем временном интервале при всех значениях S , влияние переменного отсоса на θ увеличивается при увеличении β_i .

Из рис. 7,б,в следует, что с увеличением K при всех значениях S температура θ уменьшается, причем более существенно при достаточно больших значениях β_i . Параметр S оказывает существенное влияние на θ при всех значениях K , в то время как влиянием β_i на θ можно пренебречь при достаточно больших значениях K .

3. Выводы. Исследовано нестационарное течение Гартмана электрически проводящей вязкоупругой жидкости под воздействием однородного магнитного поля с учетом теплообмена, эффекта Холла и ионного скольжения при наличии равномерного отсоса и вдува. Изучено влияние магнитного поля, параметра Холла, параметра ионного скольжения, скорости отсоса и вдува на распределения скорости и температуры. Установлено, что параметр Холла оказывает значительное влияние на продольную компоненту скорости u при всех значениях K , однако влияние параметра ионного скольжения является существенным при небольших значениях K . Параметры Холла и ионного скольжения оказывают влияние на составляющую скорости w при всех значениях K . Влиянием параметра Холла на температуру можно пренебречь при больших значениях K и небольших значениях t , в то время как влияние ионного скольжения на температуру можно не учитывать при больших K и любых t . Параметр ионного скольжения оказывает существенное влияние на u , θ при небольших K и больших Na , а на w — при больших Na и всех значениях K . Влиянием отсоса на составляющую скорости u можно пренебречь при больших значениях K и небольших значениях β_i , в то время как его влиянием на w можно пренебречь при

больших значениях K и β_i . Параметр K существенно влияет на температуру при всех β_i . Кроме того, параметр K оказывает значительное влияние на время установления стационарного состояния u , w , в то время как его влияние на время установления стационарного состояния θ можно не учитывать.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Tao I. N.** Magnetohydrodynamic effects on the formation of Couette flow // J. Aerospace Sci. 1960. V. 27. P. 334.
2. **Alpher R. A.** Heat transfer in magnetohydrodynamic flow between parallel plates // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1961. V. 3. P. 108.
3. **Tani I.** Steady motion of conducting fluids in channels under transverse magnetic fields with consideration of Hall effect // J. Aerospace Sci. 1962. V. 29. P. 287.
4. **Sutton G. W.** Engineering magnetohydrodynamics / G. W. Sutton, A. Sherman. N. Y.: McGraw-Hill, 1965.
5. **Soundalgekar V. M.** Hall and ion-slip effects in MHD Couette flow with heat transfer // IEEE Trans. Plasma Sci. 1979. V. PS-7, N 3. P. 178.
6. **Soundalgekar V. M., Uplekar A. G.** Hall effects in MHD Couette flow with heat transfer // IEEE Trans. Plasma Sci. 1986. V. PS-14, N 5. P. 579.
7. **Attia H. A., Kotb N. A.** MHD flow between two parallel plates with heat transfer // Acta Mech. 1996. V. 117. P. 215.
8. **Attia H. A.** Transient MHD flow and heat transfer between two parallel plates with temperature dependent viscosity // Mech. Res. Comm. 1999. V. 26, N 1. P. 115.
9. **Attia H. A.** Hall current effects on the velocity and temperature fields of an unsteady Hartmann flow // Canad. J. Phys. 1998. V. 76, N 9. P. 739.
10. **Attia H. A.** Transient Hartmann flow with heat transfer considering the ion slip // Phys. Scripta. 2002. V. 66, N 6. P. 470.
11. **Attia H. A.** Steady Hartmann flow with temperature dependent viscosity and the ion slip // Intern. J. Comm. Heat Mass Transfer. 2003. V. 30, N 6. P. 881–890.
12. **Attia H. A.** Magnetic flow and heat transfer in a rectangular channel with variable viscosity // Arabian J. Sci. Engng. 2005. V. 30, N 2A. P. 287–298.
13. **Attia H. A.** Velocity and temperature distributions between parallel porous plates with Hall effect and variable properties // Chem. Engng Comm. 2007. V. 194, iss. 10. P. 1355–1373.
14. **Skelland A. H. P.** Non-Newtonian flow and heat transfer. N. Y.: John Wiley and Sons, 1976.
15. **Cho Y. I.** Non Newtonian fluids / Y. I. Cho, J. P. Hartnett. N. Y.: McGraw-Hill, 1985.
16. **Hartnett J. P.** Viscoelastic fluids: A new challenge in heat transfer // Trans. ASME. 1992. V. 114, N 296.
17. **Attia H. A.** Unsteady Hartmann flow of a viscoelastic fluid considering the Hall effect // Canad. J. Phys. 2004. V. 82, N 2. P. 127.
18. **Abel M. S., Adress K. M.** Dusty viscoelastic fluid under the influence of time dependent tangential stress applied at the surface // Indian J. Theor. Phys. 1993. V. 41, N 1.
19. **Schlichting H.** Boundary layer theory. N. Y.: McGraw-Hill, 1986.
20. **Mitchell A. R.** The finite difference method in partial differential equations / A. R. Mitchell, D. F. Griffiths. N. Y.: John Wiley, 1980.

*Поступила в редакцию 28/X 2011 г.,
в окончательном варианте — 16/I 2012 г.*