

УДК 532.5:537.5

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЙ В СЛАБОПРОВОДЯЩИХ ЖИДКОСТЯХ

И. Л. Панкратьева, В. А. Полянский

*Институт механики МГУ,
117234 Москва*

Рассматриваются вопросы математического моделирования электрогоидродинамических (ЭГД) течений слабопроводящих жидкостей, находящихся под воздействием электрического поля и взаимодействующих с проводящими и диэлектрическими стенками объема, ограничивающего жидкость. Рассчитана вольт-амперная характеристика ячейки с плоскопараллельными электродами и структура приэлектродных слоев в сильных электрических полях. Показано, что наблюдаемая экспериментально [1, 2] биполярно заряженная структура приэлектродной области может быть описана в рамках рассматриваемой модели. Указанная структура состоит из примыкающего к электроду одноименно с ним заряженного слоя, затем следует противоположно заряженный слой и далее электрически нейтральная область. Такая конфигурация заряженных слоев приводит к неоднородному распределению давления в жидкости вблизи электродов, что, в свою очередь, может служить причиной возникновения движения первоначально неподвижной жидкости, помещенной в замкнутый объем.

В слабопроводящих средах время релаксации объемного электрического заряда порядка или больше характерных гидродинамических времен. Это свойство позволяет создавать в среде объемный заряд и при помощи прикладываемого электрического поля управлять ее движением. Известны многочисленные приложения эффекта взаимодействия слабопроводящей среды с электрическим полем в технике и технологии. В качестве примера можно привести класс устройств, объединяемый под общим названием ЭГД-преобразователей, в которых реализуется процесс непосредственного преобразования энергии электрического поля в кинетическую или внутреннюю энергию рабочего вещества. К таким устройствам относятся ЭГД-насосы для перекачки слабопроводящих жидкостей типа углеводородных топлив, масел и т. п. Насос не имеет движущихся механических частей, что обеспечивает высокую надежность и большой ресурс работы, и может использоваться как дозатор, так как допускает плавную электронную регулировку расхода жидкости даже в области очень малых расходов; комбинация насоса-дозатора с ЭГД-распылителем при компьютерном управлении двигателем может заменить карбюратор.

Другое перспективное устройство — ЭГД-компрессор для холодильных машин [3]. ЭГД-компрессор компактен и бесшумен в работе, не имеет, как и насос, механических движущихся частей и, что наиболее важно, может работать с экологически безопасными хладоагентами, не содержащими фреон.

Можно отметить также важные технологические применения ЭГД-процессов, например: нанесение покрытий на поверхности сложной формы при помощи струй заряженных в коронном разряде порошков или распыление в сильном электрическом поле растворов ядохимикатов при обработке растений; при этом заряженные капли достаточно равномерно попадают как на наветренную, так и на подветренную сторону листьев.

С помощью электрического поля можно эффективно удалять газовые пузырьки из жидкости, усиливать коагуляцию взвешенных в углеводородной жидкости капель воды. Перспективными являются ЭГД-расходомеры для органических жидкостей [4], ЭГД-устройства для диагностики качества моторных масел [5] и т. п.

Многочисленные технические приложения ЭГД-процессов, часть из которых упомянута выше, делают актуальными вопросы разработки методов математического моделирования течений слабопроводящих сред, взаимодействующих с электрическими полями. На этом пути имеются две основные трудности.

Первая из них связана с тем, что среды, используемые в качестве рабочего вещества в ЭГД-устройствах, относятся к классу технических жидких диэлектриков. Обычно они не подвергаются специальной очистке и поэтому представляют собой многокомпонентную смесь, состоящую из нейтральных молекул жидкости-носителя и малой примеси молекул электролитов различной природы, которые диссоциируют в растворе на положительные и отрицательные ионы. Ионный состав среды, а значит, кинетические и транспортные свойства заряженных компонентов смеси, как правило, известны весьма приближенно. Кроме того, в процессе эксперимента состав среды может меняться, например, за счет поглощения жидкостью паров воды из окружающей атмосферы. Эти обстоятельства приводят к необходимости разрабатывать модели с набором некоторых эффективных параметров, описывающих кинетические и транспортные свойства сразу целой группы сортов заряженных частиц, каждый из которых не конкретизируется. Группы сортов могут различаться между собой также характером взаимодействия с поверхностями заряженных проводящих стенок — электродов.

С описанием такого взаимодействия связана вторая основная трудность математического моделирования ЭГД-процессов. Как показывает анализ [6], главный механизм образования объемного электрического заряда в среде обусловлен электрохимическим взаимодействием компонентов среды с поверхностью металлических электродов в сильных электрических полях. Схематично этот процесс можно представить следующим образом. Нейтральная молекула, подходя к металлической поверхности, содержащей либо избыток электронов (катод), либо их недостаток (анод), захватывает электрон (на катоде) или отдает его (на аноде), становясь ионом того же знака, что и поверхность электрода. Образующиеся в таком процессе ионы отталкиваются от одноименно заряженной поверхности — происходит инжекция ионов в жидкость. Одновременно с инжекцией идут процессы рекомбинации ионов, попавших на поверхность электрода из объема жидкости под действием диффузии, дрейфа в электрическом поле и конвективного переноса жидкостью-носителем.

Инжекция ионов в жидкость поверхностью электрода в сильных электрических полях рассматривалась в [7, 8] на основе феноменологических моделей, параметры которых подбирались в основном из сравнения с экспериментальными данными по вольт-амперным характеристикам среды, полученным в электролитических ячейках. Проводились также измерения профилей скорости течений, возникающих в плоских каналах с конфигурацией электродов проволока — плоскость [9, 10]. Ниже обсуждается модель, позволяющая описать многие из наблюдаемых в ЭГД-течениях эффектов.

Рассмотрим четырехкомпонентную среду, состоящую из нейтральных молекул жидкости-носителя и трех сортов ионов. Пусть один сорт ионов образуется за счет электрохимических реакций на поверхности одного из электродов (например, анода), при этом происходит инжекция образующихся положительных ионов в жидкость. Два других сорта ионов образу-

ются в жидкости в результате объемных реакций диссоциации примесей на положительные и отрицательные ионы. Будем считать, что на металлических поверхностях электродов происходит рекомбинация ионов всех сортов.

Пусть n_i обозначает концентрацию i -го сорта ионов ($i = 1, 2, 3$, при этом 1 соответствует положительным ионам, инжектируемым в объем поверхностью анода, 2 и 3 — положительным и отрицательным ионам, которые образуются в объеме при диссоциации). Кинетические и транспортные свойства ионов будем описывать коэффициентами подвижности b_i , диффузии D_i ($i = 1, 2, 3$), скоростью объемной реакции диссоциации w , коэффициентом объемной реакции рекомбинации α .

Уравнения, описывающие распределения концентраций ионов n_i , электрического потенциала φ , напряженности электрического поля \mathbf{E} , скорости \mathbf{u} и давления p несжимаемой жидкости, в электрогидродинамическом приближении имеют вид [6]

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + \operatorname{div}(n_1 \mathbf{U}_1) = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \operatorname{div}(n_i \mathbf{U}_i) = w - \alpha n_2 n_3, \quad i = 2, 3; \quad (2)$$

$$n_i \mathbf{U}_i = n_i \mathbf{u} - D_i \operatorname{grad} n_i \mp b_i n_i \operatorname{grad} \varphi, \quad i = 1 - 3; \quad (3)$$

$$\varepsilon \Delta \varphi = -4\pi q, \quad \mathbf{E} = -\operatorname{grad} \varphi, \quad q = e(n_1 + n_2 - n_3); \quad (4)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0, \quad \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla \mathbf{u} \right) = -\operatorname{grad} p + q \mathbf{E} + \mu \Delta \mathbf{u}. \quad (5)$$

Здесь \mathbf{U}_i — скорость i -го ионного компонента; q — плотность объемного электрического заряда; ε — диэлектрическая проницаемость жидкости; e — заряд протона; ρ — плотность жидкости; μ — коэффициент динамической вязкости. При записи (1)–(5) предполагается, что в объемном электрохимическом процессе инжектируемые ионы не участвуют, жидкость в отсутствие поля квазинейтральна во всей области течения, за исключением узких диффузионных слоев у электродов, где может происходить разделение зарядов. В уравнении импульсов для среды в целом учитывается только кулоновская сила. Анализ показывает, что при наличии объемного заряда поляризационные силы в рассматриваемых средах мало влияют на течение. Входящая в правую часть уравнений неразрывности (2) скорость диссоциации w в сильных электрических полях может зависеть от напряженности электрического поля [11].

В (1)–(5) предполагается, что степень ионизации среды мала, процесс диссоциации слабо возмущает концентрацию нейтральных частиц n_a в среде. Поэтому система (1)–(5) не содержит уравнения неразрывности для n_a . Отметим, что воздействие электрического поля на процесс диссоциации нейтральных молекул на ионы может приводить в сильнооднородных полях к образованию объемного заряда в среде даже в случае, когда нет инжекции ионов с поверхности электродов [12, 13].

Сформулируем граничные условия. На металлических поверхностях заряженных электродов идет электрохимический процесс образования и гибели ионов. Это явление можно описать при помощи балансового соотношения между полным потоком ионов i -го сорта из объема среды и разностью потоков этих ионов, родившихся на стенке и погибших на ней. Для нормальных к стенке составляющих указанных потоков можно записать

$$n_i \mathbf{U}_i \cdot \nu = a_{0i} + a_{1i} E - k_i n_i, \quad i = 1-3, \quad (6)$$

где ν — вектор нормали к поверхности электрода; k_i — константа скорости поверхностной рекомбинации ионов; a_0 , a_1 — коэффициенты в разложении потока ионов, инжектируемых поверхностью электрода в жидкость, по степеням модуля напряженности электрического поля. На диэлектрических стенках следует положить все коэффициенты, входящие в правую часть (6), равными нулю.

Для гидродинамических переменных ставятся традиционные в задачах о течениях вязкой несжимаемой жидкости граничные условия.

В задачах о развитии ЭГД-течений имеется ряд характерных времен:

$$\begin{aligned}\tau_e &= \frac{L}{b_0 E_0}, \quad \tau_h = \frac{L}{u_0}, \quad \tau_r = \frac{\varepsilon}{4\pi\sigma_0}, \quad \tau_{ch} = (w_0\alpha_0)^{-1/2}, \\ \tau_d &= \frac{L^2}{D_0}, \quad \sigma_0 = 2en_0b_0, \quad n_0 = (w_0/\alpha_0)^{1/2}.\end{aligned}$$

Здесь индексом нуль обозначены характерные значения введенных выше параметров; σ_0 — проводимость квазинейтральной среды; L — характерный размер в задаче; квазинейтральная концентрация n_0 определяется из условия химического равновесия объемного процесса диссоциации молекул на ионы. Характерные времена имеют следующий физический смысл: τ_e — время дрейфа ионов под действием поля, τ_h — гидродинамическое время, τ_r — время релаксации объемного заряда, τ_d — диффузионное время, τ_{ch} — время установления химического равновесия. С помощью соотношения Ланжеана $\alpha_0 = 8\pi b_0/\varepsilon$ можно показать, что времена τ_r и τ_{ch} совпадают. При переходе к безразмерным переменным в исходных уравнениях (1)–(5) и граничных условиях (6) появляются безразмерные параметры:

$$\delta = \frac{\tau_r}{\tau_d}, \quad R_d = \frac{\tau_d}{\tau_h}, \quad R_q = \frac{\tau_e}{\tau_h}, \quad S_e = \frac{\varepsilon E_0^2}{8\pi \rho u_0^2}.$$

Оценим эти параметры для какой-либо слабопроводящей жидкости, например для трансформаторного масла. Будем использовать значения:

$$\begin{aligned}\rho &= 876 \text{ кг/м}^3, \quad D_0 = 10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}, \quad \sigma_0 = 2,54 \cdot 10^{-11} \text{ См/м}, \\ n_0 &= 2 \cdot 10^{15} \text{ м}^{-3}, \quad b_0 = 3,96 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с}), \quad \varepsilon = 2,2, \\ L &= 0,005 \text{ м}, \quad w_0 = 2,6 \cdot 10^{15} \text{ м}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}, \quad \alpha_0 = 6,5 \cdot 10^{-16} \text{ м}^3 \cdot \text{с}^{-1}.\end{aligned}\tag{7}$$

Характерные времена, соответствующие этим значениям: $\tau_r = 0,8$ с, $\tau_d = 2,5 \cdot 10^4$ с, $\tau_e = 0,04$ с при напряженности поля $E_0 = 3000$ кВ/м, $\tau_h = 0,05$ с при скорости течения $u_0 = 0,1$ м/с. Из этих данных видно, что безразмерные величины $\delta \ll 1$, $R_d \gg 1$, $R_q \approx 1$, $S_e \geq 1$.

Параметр δ характеризует вклад диффузии в перенос ионов. Ввиду малости этого параметра диффузия играет роль только в узких слоях с большими градиентами концентраций заряженных частиц (в частности, вблизи стенок). Вне областей больших градиентов перенос ионов происходит за счет дрейфа в электрическом поле и конвективного движения жидкости, причем вклады этих процессов одного порядка, так как параметр R_q близок к единице.

Расчеты [6] показывают, что в электрогидродинамических задачах важное значение имеет также безразмерный параметр $\theta = a_{00}/n_0 b_0 E_0$, где a_{00} — характерное значение потока ионов, рождающихся на поверхности электрода. Величина θ дает отношение этого потока к характерному потоку ионов в дрейфовом движении под действием поля. При $\theta < 1$ все ионы, инжектированные электродом в жидкость, отводятся от поверхности в объем под действием поля. Если $\theta > 1$, то поле не успевает отводить

рождающиеся ионы от поверхности и происходит их накопление в приэлектродном слое. Представление о a_{00} и характерной константе скорости поверхностной рекомбинации k_{00} можно получить из результатов экспериментов [14] по течению гептана в трубках из меди и нержавеющей стали при низких потенциалах: $a_{00} = 2 \cdot 10^{12} \text{ м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$, $k_{00} = 10^{-3} \text{ м/с}$.

Ниже приводятся результаты численного моделирования процессов, развивающихся в канале постоянного сечения с двумя плоскопараллельными электродами, заполненном slabопроводящей жидкостью, после включения разности потенциалов.

Рассмотрим условия, когда характерный размер электродов, расположенных в поперечных сечениях канала, гораздо больше расстояния L между ними. При этом можно считать, что электрическое поле имеет только составляющую E , нормальную к плоскости электродов, а все переменные зависят только от времени и от нормальной к электродам координаты x . Предположим вначале, что жидкость в межэлектродном зазоре неподвижна. Это предположение эквивалентно тому, что вместо канала рассматривается электролитическая ячейка, которая обычно применяется для измерения проводимости жидких диэлектриков. В расчетах для компонент с индексами 2 и 3 использовались величины (7), при этом полагалось, что $b_2 = b_3 = b_0$, $b_1 < b_0$. Считалось также, что все ионы могут поглощаться электродами, однако инжектируются только ионы n_1 и только с поверхности анода.

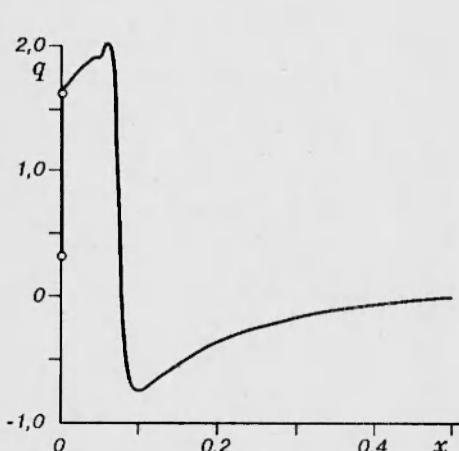


Рис. 1

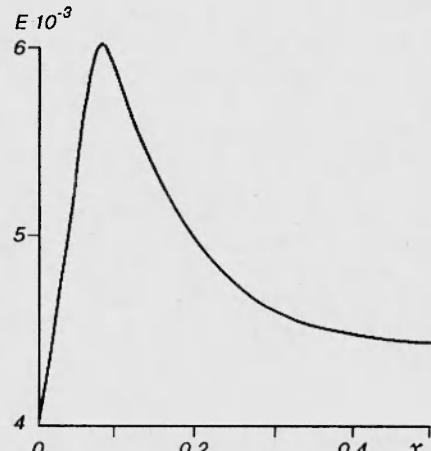


Рис. 2

На рис. 1, 2 показаны образовавшиеся после завершения переходных процессов распределения плотности объемного заряда и напряженности электрического поля вблизи анода. Приложенная разность потенциалов $5000kT/e$, подвижность инжектируемых ионов $b_1 = 0,05b_0$. По оси абсцисс отложено расстояние x от анода, отнесенное к длине межэлектродного зазора L (в расчете $L = 0,5$ см), по оси ординат — плотность объемного заряда q , отнесенная к величине en_0 , и напряженность поля в единицах kT/eL . Прианодная область имеет сложную биполярную структуру, выходящую далеко за пределы приэлектродного диффузационного слоя. Непосредственно к аноду примыкает положительно заряженный слой, состоящий из двух частей: узкой диффузционной части толщиной порядка $0,005 L$ с большими градиентами концентраций ионов, при этом в масштабе рис. 1 можно указать лишь экстремальные значения q в этой части (кружки на оси ординат); вторая часть слоя существенно более протяженная и имеет толщину порядка $0,08 L$. В положительно заряженном слое кулоновские

силы отталкивают жидкость от электрода, а так как среда несжимаема и неподвижна, то в ней должны появиться растягивающие напряжения. Отметим, что наличие областей с растягивающими напряжениями может приводить к кавитационным явлениям и к снижению вследствие этого пробивной прочности жидкости.

Далее располагается слой отрицательного заряда, где кулоновские силы стремятся притянуть жидкость к аноду. Слой имеет толщину порядка $0,35L$. Затем вплоть до прикатодной области идет квазинейтральная среда. Вблизи катода, поверхность которого по условию не инжектирует ионы, имеется только положительно заряженный слой.

Описанному распределению объемного заряда соответствует немонотонное изменение напряженности поля (рис. 2). Характерные размеры полученной структуры достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными [1, 2]. Отметим, что наличие в объеме среды неравновесного электрохимического процесса с участием ионов n_2 и n_3 и инжекция анодом менее подвижных по сравнению с n_2 и n_3 ионов n_1 являются существенными условиями образования в прианодной области биполярной структуры. Если заморозить объемные реакции, то происходит быстрая электроочистка объема жидкости от ионов n_2 и n_3 и весь межэлектродный зазор (за исключением очень узких диффузионных слоев на поверхности электродов) заполняется инжектируемыми ионами n_1 . Биполярная структура, выходящая за пределы диффузионного слоя, не возникает и при $b_1 > b_0$. Таким образом, обработка экспериментальных данных на основе предложенной модели позволяет получить важную информацию о свойствах жидкого диэлектрика.

Неоднородное распределение напряженности электрического поля приводит к неоднородному распределению давления. Для неподвижной жидкости из уравнений (5) следует, что давление жидкости, отнесенное к давлению p_{00} вне межэлектродного зазора, изменяется пропорционально квадрату безразмерной напряженности поля:

$$p - 1 = S_{ep} E^2, \quad S_{ep} = \frac{\epsilon(kT)^2}{8\pi e^2 p_{00} L^2}. \quad (8)$$

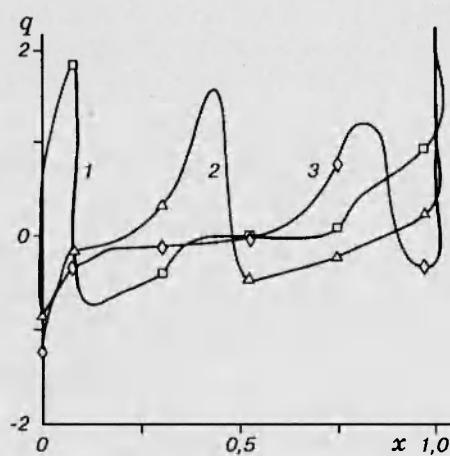


Рис. 3

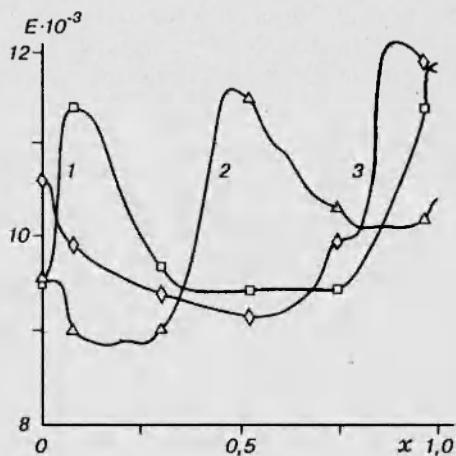


Рис. 4

Из (8) и рис. 2 видно, что в прианодной области имеется локальный максимум давления. Наличие локальных экстремумов давления в областях, где происходит инжекция заряженных частиц, характерно и для двумерных ЭГД-течений в каналах сложной формы [15].

Пусть теперь электроды проницаемы для жидкости, и в канале под действием кулоновских сил может происходить движение среды. Рассмотрим развитие во времени процессов в межэлектродном пространстве после включения разности потенциалов. Развивающееся в канале конвективное движение существенным образом влияет на распределение концентраций ионов. На рис. 3, 4 показаны профили плотности объемного заряда и напряженности электрического поля для трех моментов времени: 1 — $0,911\tau_r$, 2 — $1,98\tau_r$, 3 — $2,88\tau_r$. Приложенная разность потенциалов $10^4 kT/e$, подвижность инжектируемых ионов $b_1 = 0,1b_0$. Для моментов времени, больших, чем $\sim 1,5\tau_r$, отношение скорости жидкости к характерной дрейфовой скорости ионов b_0E гордка единицы и сформировавшиеся в начальные моменты времени приэлектродные распределения (в том числе и диффузионный слой на аноде) начинают со временем сноситься течением от анода к катоду в виде своеобразных уединенных волн, при этом в нестационарном процессе области резких градиентов параметров имеются не только в узких приэлектродных пограничных слоях (в масштабе рисунков они не видны), но и вдали от электродов. Полученная картина не имеет по времени периодического характера. После прихода волн на катод постепенно устанавливается стационарное распределение параметров с отрицательным объемным зарядом у анода и положительным зарядом у катода. Суммарный заряд межэлектродного промежутка положителен. Кулоновские силы при этом уравновешиваются сопротивлением стенок канала, которое учитывается в гидравлическом приближении. Явления, аналогичные описанным волновым движениям, наблюдались в эксперименте [16], где в электролитической ячейке регистрировалось искашение интерференционных полос после включения разности потенциалов. Через некоторый промежуток времени интерференционная картина восстанавливалась. С движением концентрационных волновых фронтов связывается также интерпретация экспериментов по измерению нестационарных токов, протекающих через электролитическую ячейку после включения и выключения напряжения на электродах и после быстрого изменения полярности электродов [17].

Электролитические ячейки, как уже отмечалось, используются для измерения проводимости жидкостей по линейному участку стационарной вольт-амперной характеристики (ВАХ) при малых величинах приложенной разности потенциалов. Из экспериментов, однако, известно, что в широком диапазоне напряжений (вплоть до пробоя) ВАХ имеет несколько

характерных участков [18], которые при надлежащей интерпретации могут дать дополнительную информацию о параметрах среды.

На рис. 5 представлена в биологарифмическом масштабе рассчитанная в рамках рассматриваемой модели ВАХ ячейки для случая, когда жидкость покоятся и все сорта ионов имеют одинаковую подвижность. Каждая точка графика соответствует времени окончания нестационарных процессов в ячейке. По оси абсцисс отложено безразмерное значение

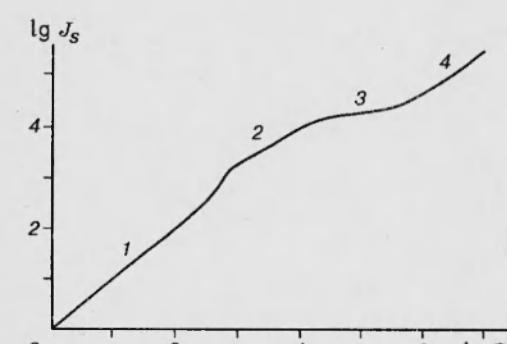


Рис. 5

потенциала Φ , отнесенное к kT/e , по оси ординат — безразмерное значение плотности тока J_s , отнесенное к значению $\sigma_0 kT/eL$.

ВАХ может быть разбита на четыре характерных участка. Угловой

коэффициент линейного участка 1, равный единице, позволяет найти при малых значениях потенциала проводимость σ_0 , определяемую квазинейтральной концентрацией ионов, содержащихся в жидкости в отсутствие поля: $\sigma_0 = j_{sl}L/\varphi_w$ (j_{sl} — измеренное размерное значение плотности тока на линейном участке, φ_w — размерное значение разности потенциалов). Участок 2 служит переходным между линейным участком 1 и участком 3, соответствующим току насыщения для промежуточных значений потенциала. Анализ задачи при весьма сильных упрощающих предположениях дает приближенное соотношение для размерной плотности тока насыщения $j_{sn} = 2\pi\sigma_0^2 L/\varepsilon b_0$, из которого при известном значении σ_0 можно по измеренному значению j_{sn} определить эффективный коэффициент подвижности b_0 . Численное решение позволяет указать погрешность приведенных соотношений для b_0 и σ_0 . Проводимость жидкости для больших значений приложенной разности потенциалов (участок 4) определяется инжектируемыми ионами, при этом из характера зависимости тока от напряжения можно извлечь информацию о параметрах инжекции. Следует отметить, однако, что на этом участке интерпретация экспериментальных данных может быть неточной, так как в расчете не учитывался конвективный перенос ионов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рычков Ю. М., Стишков Ю. К. Напряженность электрического поля и объемный заряд в технических «жидких диэлектриках» // Колloid. журн. 1978. № 6. С. 1204–1206.
2. Стишков Ю. К. Явления нелинейного взаимодействия электрического поля с жидкой слабопроводящей средой: Дис. ... д-ра физ.-мат. наук. Л., 1985.
3. Бумагин Г. И., Макальский Л. М., Савинов А. Е., Раханский А. Е. Исследование ЭГД-компрессии озонобезопасных хладонов // Современные проблемы электрогидродинамики и электрофизики жидких диэлектриков: Тез. докл. III Междунар. конф. СПб, 1994. С. 27–28.
4. Власов В. В., Буркин С. К. Перспективы использования ЭГД-расходомера бензина на автомобиле // Там же. С. 42–43.
5. Власов А. В., Власов В. В. ЭГД диагностическое устройство качества смазывающих масел тепловых двигателей // Там же. С. 40–41.
6. Gogosov V. V., Polyansky V. A., Shaposhnikova G. A., et al. A numerical simulation of non-stationary electrohydrodynamic processes in weakly conducting liquids // J. Electrostat. 1989. V. 23. P. 431–439.
7. Denat A., Gosse B. Ion injections in hydrocarbon // J. Electrostat. 1979. V. 7. P. 205–225.
8. Denat A., Gosse B., Gosse J. P. La conduction électrique des liquides dielectriques // Rev. Générale de l'Électricité. 1985. N 10. P. 733–744.
9. McCluskey F., Atten P. Velocity profile in the injection zone of an EHD generator and efficiency considerations // IEEE Trans. Elect. Insul. 1985. V. 20, N 2. P. 405–411.
10. Стишков Ю. К., Остапенко А. А. Электрогидродинамические течения в жидкостях диэлектриках. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1989.
11. Plumley H. J. Conduction of electricity by dielectric liquids at high field strengths // Phys. Rev. 1941. V. 59. P. 200–207.
12. Апфельбаум М. С., Полянский В. А. Об образовании объемного заряда в слабопроводящих средах // Магнит. гидродинамика. 1982. № 2. С. 71–76.
13. Панкратьева И. Л., Полянский В. А. Расчет сил, действующих на слабопроводящую жидкость в электрическом поле // Прикл. математика и механика. 1985. Т. 49, № 5. С. 766–774.

14. Зеленов В. Е., Крупенко С. А., Толмачев В. В. и др. Исследование электризации гептана при турбулентных течениях в коротких трубках из меди и нержавеющей стали // Электрохимия. 1984. Т. 20, вып. 9. С. 1191–1196.
15. Полянский В. А., Сахаров В. И., Файзулин Р. Т. Расчет осесимметричного течения слабопроводящей жидкости в ступени ЭГД-устройства // Современные проблемы электрогидродинамики и электрофизики жидких диэлектриков: Тез. докл. III Междунар. конф. С.-Петербург, 1994. С. 116–118.
16. Косвинцев С. Р., Мизев А. И. Экспериментальное исследование влияния механизмов зарядообразования на электроконвективную устойчивость слабопроводящей жидкости // Там же. С. 75–76.
17. Романец Р. Г., Дикарев Б. Н., Карасев Г. Г. Зарядные и разрядные токи в диэлектрических жидкостях // Там же. С. 121–122.
18. Felici N. J. D. C. conduction in liquid dielectrics // Direct Curr. and Power Electron. 1971. V. 2, N 3. P. 90–99.

*Поступила в редакцию 10/XII 1993 г.,
в окончательном варианте — 10/VIII 1994 г.*