О ТЕПЛООБМЕНЕ В ОКРЕСТНОСТИ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ ПРИ РАЗРЫВНЫХ ЧИСЛАХ ПРАНДТЛЯ

***И. Н. Мурзинов** (Москва)*

В реальных газах в условиях диссоциации и ионизации переносные свойства могут меняться очень резко. Для выявления влияния переменности переносных свойств газа на теплообмен полезной может оказаться модель с разрывными переносными свойствами. В заметке рассматривается влияние на теплообмен разрывных чисел Прандтля.

Лизом [1] было показано, что для сильно охлажденной стенки, при постоянстве поперек пограничного слоя произведения плотности на вязкость, скорость и энтальпия газа определяются из решения системы (обозначения общепринятые)

$$2f''' + ff'' = 0, \qquad (i'/\sigma)' + {}^1/_2 fi' = 0$$
$$f = f' = 0, \quad i = i_w \quad \text{при } \eta = 0 \qquad f' \to 1, \quad i \to 1 \quad \text{при } \eta \to \infty \tag{1}$$

В случае разрыва числа Прандтля в некоторой точке $\eta = \eta_0$ в ней должны выполняться условия непрерывности энтальпии и теплового потока

$$i(\eta_0 - 0) = i(\eta_0 + 0), \qquad \sigma_2 i'(\eta_0 - 0) = \sigma_1 i'(\eta_0 + 0)$$
$$\sigma = \sigma_1 \quad \text{для } \eta \leqslant \eta_0, \qquad \sigma = \sigma_2 \quad \text{для } \eta > \eta_0 \tag{2}$$

Тогда, используя (1), (2) значение $i'(0)$, определяющее теплообмен на поверхности тела, можно легко получить в квадратурах.

Для наших целей интерес будут представлять два случая.

1. Число Прандтля всюду равно единице[1] за исключением узкого диапазона $\eta_1 \leqslant \eta \leqslant \eta_2$, где $\sigma = \sigma_1 = \text{const}$. Будем полагать интервал $\Delta\eta = \eta_2 - \eta_1$ настолько малым, что в нем можно пренебрегать величинами $O(\Delta\eta^2)$. Для $i'(0)$ в этом случае легко найдем

$$i'(0) = (1 - i_w) f''(0) \left\{ f'(\eta_1) + \frac{2f''(\eta_1)}{f(\eta_1)} \left(1 - \exp\frac{-\sigma f(\eta_1)\Delta\eta}{2}\right) + \right.$$
$$\left. + \exp\frac{-\sigma f(\eta_1)\Delta\eta}{2} \left[1 - f'(\eta_1) - \Delta\eta f''(\eta_1) + \Delta\eta \frac{f(\eta_1)}{2}(1 - f'(\eta_1))\right]\right\}^{-1} + O(\Delta\eta^2) \tag{3}$$

Отсюда следует, что если в интервале $\Delta\eta$ газ имеет бесконечно большую теплопроводность,

$$i'(0) = (1 - i_w) f''(0) \quad \text{при } \sigma_1 \Delta\eta \to 0 \tag{4}$$

Это значение совпадает с величиной $i'(0)$, когда число Прандтля $\sigma = 1$ по всей толщине пограничного слоя. Таким образом, тонкий слой газа с большой теплопроводностью не влияет на величину теплового потока на стенке.

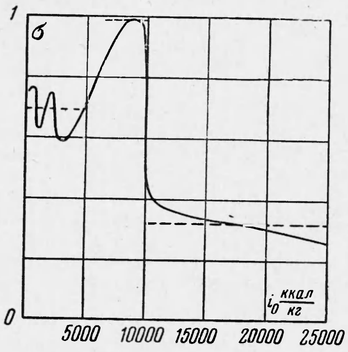
По иному обстоит дело в случае наличия слоя слабо теплопроводного газа. Степень влияния этого слоя на тепловой поток к стенке существенно зависит от его местоположения. Наличие такого слоя при больших значениях η практически не сказывается на теплообмене, в то время как слой вблизи стенки может как угодно сильно изменять тепловой поток. Физически это объясняется тем, что такой слой является как бы фильтром, пропускающим перенос тепла за счет потока массы и препятствующим переносу тепла посредством теплопроводности. А поскольку поток массы меняется по толщине пограничного слоя, то будет меняться и тепловой поток к стенке. В общем случае заданного значения $\sigma_1\Delta\eta$ тепловой поток к стенке будет определяться формулой (3).

В приложениях очень часто для расчета теплового потока пользуются понятиями определяющей энтальпии (или температуры), по которой вычисляются характеристики газа, в том числе — значение σ. Определяющая энтальпия обычно линейно зависит от температуры стенки. Тогда при изменении температуры стенки для некоторого значения энтальпии i_w тепловой поток при использовании метода определяющей энтальпии будет терпеть разрыв, в то время как, согласно (3), тепловой поток непрерывно зависит от i_w. Это свидетельствует, что метод определяющей энтальпии для разрывных (а также сильно меняющихся) характеристик газа не может дать удовлетворительных результатов. Известный факт совпадения результатов расчета теплового потока по методу определяющей энтальпии с экспериментальными данными объясняется тем, что основная масса экспериментального материала получена для относительно низких температур торможения, при которых изменение характеристик газа поперек пограничного слоя обладает свойствами «подобия» (число Прандтля практи-

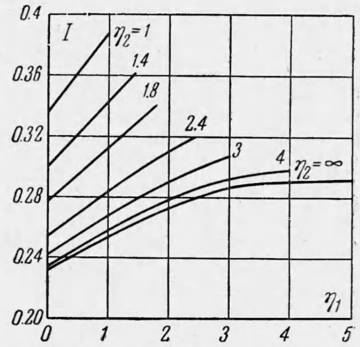
[1] Число Прандтля $\sigma = 1$ принято лишь для простоты.

чески постоянно, произведение плотности на вязкость при постоянном давлении является степенной функцией энтальпии). Эти свойства «подобия» и позволяют получить удовлетворительные формулы для расчета тепловых потоков по методу определяющей энтальпии для относительно низких температур.

2. На фиг. 1 показана зависимость числа Прандтля от энтальпии для равновесно диссоциирующего газа [2] при давлении $p = 0.1$ *ат* (для других давлений кривые до-



Фиг. 1



Фиг. 2

вольно близки к указанной). Возникает вопрос о величине теплового потока к стенке при заданной зависимости числа Прандтля от энтальпии.

На фиг. 1 показана пунктиром разрывная ступенчатая функция, посредством которой в первом приближении можно аппроксимировать зависимость числа Прандтля от энтальпии. В соответствии с фиг. 1, представляет интерес следующее задание числа Прандтля:

$$\eta \leqslant \eta_1, \quad \sigma = \sigma_1; \qquad \eta_1 < \eta < \eta_2, \quad \sigma = 1; \qquad \eta \geqslant \eta_2, \quad \sigma = \sigma_2$$

В этом случае величина $i'(0)$ будет определяться выражением

$$i'(0) = (1 - i_w)\,[f''(0)]^{\sigma_1} \left\{ \int\limits_0^{\eta_1} [f''(\eta)]^{\sigma_1}\, d\eta + \frac{1}{\sigma_1} \frac{f'(\eta_2) - f'(\eta_1)}{[f''(\eta_1)]^{1-\sigma_1}} + \right.$$

$$\left. + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \frac{[f''(\eta_2)]^{1-\sigma_2}}{[f''(\eta_1)]^{1-\sigma_1}} \int\limits_{\eta_2}^{\infty} [f''(\eta)]^{\sigma_2}\, d\eta \right\}^{-1} \tag{5}$$

Значения энтальпии в точках разрыва вычисляются по формулам

$$i(\eta_1) = i_w + i'(0) \int\limits_0^{\eta_1} \left[\frac{f''(\eta)}{f''(0)}\right]^{\sigma_1} d\eta \tag{6}$$

$$i(\eta_2) = i(\eta_1) + \frac{i'(0)}{\sigma_1} \left[\frac{f''(\eta_1)}{f''(0)}\right]^{\sigma_1} \frac{f'(\eta_2) - f'(\eta_1)}{f''(\eta_1)} \tag{7}$$

Согласно фиг. 1, для диапазона энтальпии торможения $i_0 \leqslant 25\,000$ *ккал/кг* можно принять $\sigma_1 = 0.7$; $\sigma_2 = 0.32$. Для этих значений показана зависимость $i'(0)$ от η_1, η_2, приведенная на фиг. 2, где $I = i'(0)/(1 - i_w)$.

Если энтальпия на внешней границе пограничного слоя $i_e \sim 25000$ *ккал/кг*, то при $i_w \ll 1$, как следует из фиг. 2, тепловой поток к стенке будет на 30% выше с зависимостью числа Прандтля от энтальпии, указанной на фиг. 1, чем при постоянном значении $\sigma = 0.7$ по всей толщине пограничного слоя.

Следует отметить, что по физическому содержанию задачи обычно бывают заданы значения $i(\eta_1)$, $i(\eta_2)$. В этом случае $i'(0)$, η_1, η_2 будут определяться из системы (5) — (7).

Поступила 16 III 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. Lees L. Laminar Heat Transfer Over Blunt — Nosed Bodies at Hypersonic Flight Speeds. Jet Propuls., 1956, № 4.
2. Hansen C. F. Approximations for Thermodynamic and Transport Properties of High — Temperature Air. NASA Technical Report R — 50, 1959.