

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

А В Т О М Е Т Р И Я

---

2003, том 39, № 2

**ОПТИЧЕСКИЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ  
ТЕХНОЛОГИИ И СИСТЕМЫ**

УДК 535.3 : 532.526

**П. П. Белоусов, П. Я. Белоусов, Ю. Н. Дубнищев**

(*Новосибирск*)

**НЕВОЗМУЩАЮЩАЯ ДИАГНОСТИКА  
ГИРОСКОПИЧЕСКИХ ВОЛНОВЫХ СТРУКТУР  
НА ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩАЮЩИХСЯ СРЕД\***

Обсуждается невозмущающая диагностика гироскопических волновых структур на поверхности вращающихся сред в инерциальной и неинерциальной системах отсчета. Исследуется возможность наблюдения сфероидальных колебаний Земли посредством измерения динамических локальных смещений земной поверхности.

Изучение гироскопических волновых структур на поверхности вращающихся конденсированных сред связано с решением таких фундаментальных и прикладных проблем, как, например, эволюция вихревых образований в закрученных потоках, влияние вращения Земли на сейсмические явления в земной коре и океанах, физическое моделирование динамических процессов в звездах и галактике, поиск путей повышения прочности вращающихся деталей в промышленных технологиях.

Экспериментальные исследования такого рода возможны в инерциальной и неинерциальной системах отсчета. Неинерциальная система отсчета естественным образом реализуется при исследовании динамических процессов на земной поверхности, инерциальная – в лабораторных условиях. При выборе измерительных технологий предпочтительными являются не возмущающие исследуемую среду. В работах [1, 2] методами лазерной анемометрии [3] в лабораторной системе отсчета выполнены измерения и выявлена гироскопическая природа динамических волновых структур на поверхности жидкости во вращающемся бассейне. Однако при таких измерениях информация о поверхностных волновых структурах оказывается неполной из-за собственного движения относительно стенок вращающегося сосуда.

---

\* Работа выполнена при поддержке INTAS (проект № 00-135).

Для получения полной и адекватной картины динамических процессов на поверхности вращающейся конденсированной среды необходимы измерения кинематических параметров в неинерциальной системе отсчета. Реализация таких измерений составляет предмет данной работы.

Как известно [4], волновая структура на поверхности вращающейся среды описывается во вращающейся цилиндрической системе отсчета  $(r, \theta)$  уравнением Гельмгольца, решение которого для смещения, коллинеарного оси вращения, в системе отсчета, связанной с поверхностью, имеет вид

$$z = I_m(kr) \cos(m\theta) \cos(\sigma t) = \frac{1}{2} I_m(kr) \{\cos(\sigma t + m\theta) + \cos(\sigma t - m\theta)\}. \quad (1)$$

Здесь  $I_m(kr)$  – функция Бесселя. В таком представлении колебания поверхности можно рассматривать как стоячие волны, образующиеся в результате наложения двух встречных бегущих тангенциальных волн, распространяющихся с угловыми скоростями  $\pm\sigma/m$ . Эти скорости являются фазовыми. Их величина получается из условия

$$\sigma t \pm m\theta = \text{const.}$$

Для неподвижного наблюдателя (в лабораторной системе отсчета) бегущие волны оказываются реально различимыми:

$$z = I_m(kr) \cos(\sigma t \pm m\theta),$$

поскольку угловая скорость вперед бегущей волны (по направлению вращения) равна  $\sigma/m + \Omega$ , где  $\Omega$  – угловая скорость вращения среды, а угловая скорость волны, бегущей в обратном направлении, равна  $\sigma/m - \Omega$ . Для каждого  $m$  при заданной  $\Omega$  определяется большое число различных  $\sigma/m$ , положительных и отрицательных, присущих тангенциальным волнам с одним и тем же угловым периодом  $(2\pi)/m$ , но с различным числом круговых узловых линий, локализация которых удовлетворяет условию

$$I_m(kr) = 0.$$

Корни уравнения  $\sigma t \pm m\theta = 0$  определяют положение узловых радиусов, соответствующих тангенциальным волнам. Краевая задача здесь не имеет простого решения. Волновая структура может содержать симметричные и антисимметричные моды колебаний. Вращение вызывает расщепление мод, и решение состоит из сложной системы волн типа Кельвина и Пуанкаре, распространяющихся по направлению вращения или против. Переходя в (1) к скорости, получаем с точностью до постоянной фазы

$$v_z = \frac{1}{2} \sigma I_m(kr) \{\sin(\sigma t + m\theta) + \sin(\sigma t - m\theta)\}.$$

Пусть оптическая конфигурация лазерного датчика ориентирована на измерение  $z$ -компоненты скорости. Вектор чувствительности  $\mathbf{K}$  оптического датчика параллелен оси  $z$ ,  $\mathbf{K} = \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i = 2\mathbf{k}$ , где  $\mathbf{k}_i$  и  $\mathbf{k}_s$  – волновые векторы падающего и рассеянного световых пучков соответственно,  $\mathbf{k}_s = -\mathbf{k}$  и

$|\mathbf{k}_s| = |\mathbf{k}_r| = K$ . Отсюда модуль вектора чувствительности  $|\mathbf{K}| = K = 2k$ . Доплеровский сдвиг частоты в рассеянном свете определяется выражением

$$\omega_{Dr} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{K} = v_z K = 2v_z k, \quad (2)$$

где  $v_z$  – проекция вектора скорости на вектор чувствительности  $\mathbf{K}$ . Отсюда для доплеровского сдвига частоты в рассеянном свете при измерениях в неинерциальной системе координат получаем

$$\omega_{Dr} = k\sigma I_m(kr) \{ \sin(\sigma t + m\theta) + \sin(\sigma t - m\theta) \}. \quad (3)$$

Учитывая, что фазовая скорость прямой и встречной волн определяется из условия  $\sigma t \pm m\theta = \text{const}$  или  $\sigma \pm m\omega_{\theta r} = 0$ , где  $\omega_{\theta r} = \frac{d\theta}{dt}$ , выражение (3) можно записать в виде

$$\omega_{Dr} = k\sigma I_m(kr) \left\{ \sin \left[ \sigma t + m \int \omega_{\theta r} dt \right] + \sin \left[ \sigma t - m \int \omega_{\theta r} dt \right] \right\}.$$

При измерениях в инерциальной (лабораторной) системе отсчета оптический датчик закреплен на неподвижном основании. В этом случае для доплеровского сдвига частоты  $\omega_{Dl}$  имеем

$$\begin{aligned} \omega_{Dl} &= k(\sigma - \Omega) I_m(kr) \sin \left[ (\sigma - \Omega)t + m \int \omega_{\theta r}^- dt \right] - \\ &- k(\sigma + \Omega) I_m(kr) \sin \left[ (\sigma + \Omega)t + m \int \omega_{\theta r}^+ dt \right]. \end{aligned}$$

Здесь  $\omega_{\theta r}^-$  – угловая скорость встречной волны,  $\omega_{\theta r}^- = \omega_{\theta r} - \Omega$ ;  $\omega_{\theta r}^+ = \omega_{\theta r} + \Omega$  – угловая скорость волны, бегущей по направлению вращения среды.

Как было показано в [1, 2], на поверхности вращающейся среды происходит параметрическая накачка встречных волн и соответственно ослабление волн, бегущих в направлении вращения. Тогда для встречных волн во вращающейся и лабораторной системах отсчета можно записать:

$$\begin{aligned} \omega_{Dr} &= k\sigma I_m(kr) \sin \left[ \sigma t + m \int \omega_{\theta r}^- dt \right], \\ \omega_{Dl} &= k(\sigma - \Omega) I_m(kr) \sin \left[ (\sigma - \Omega)t + m \int \omega_{\theta r}^- dt \right]. \end{aligned}$$

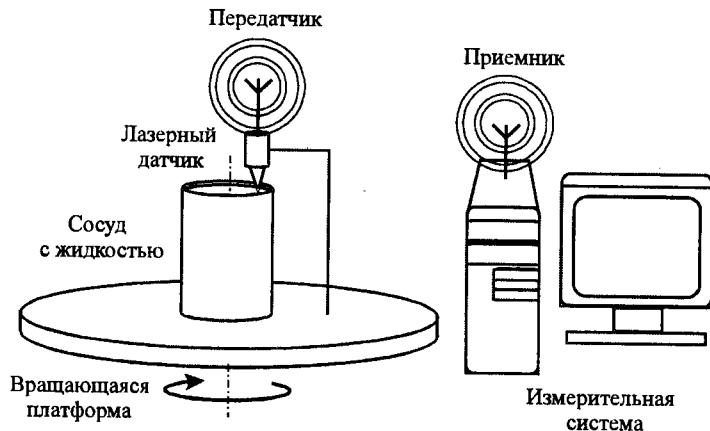


Рис. 1. Схема экспериментальной установки для изучения гироскопических волновых структур в неинерциальной системе отсчета

Частоты пересечения зондирующего поля встречной волной в неинерциальной ( $\omega_{Dr}$ ) и инерциальной ( $\omega_{Dl}$ ) системах отсчета связаны с соответствующими угловыми скоростями встречной волны соотношениями

$$\omega_r = m\omega_{\theta r}^-; \quad \omega_l = m(\omega_{\theta r}^- - \Omega). \quad (4)$$

Из уравнений (4) находятся число радиальных узловых линий  $m$  (тангенциальный индекс колебательной моды) и собственная угловая скорость в неинерциальной системе отсчета для волновой структуры, индуцированной на поверхности вращающейся среды:

$$m = \frac{\omega_r - \omega_l}{\Omega}; \quad \omega_{\theta r}^- = \frac{\Omega\omega_r}{\omega_r - \omega_l}. \quad (5)$$

На рис. 1 приведена упрощенная функциональная схема экспериментальной установки для изучения гироскопических волновых структур. Платформа в виде диска приводится во вращение устройством, обеспечивающим стабильность частоты вращения не хуже 0,1 %. На диске установлен сосуд цилиндрической формы, заполненный водой. Информация о значениях  $z$ -компоненты (осевой) вектора скорости поверхности жидкости снимается с помощью оптического датчика, закрепленного на вращающейся платформе и представляющего собой доплеровский измеритель скорости на основе полупроводникового лазера [1, 2]. Доплеровский сдвиг частоты, пропорциональный осевой компоненте вектора скорости (2), выделяется в результате самосмешения световых полей в резонаторе лазера [5] и фотоэлектрического преобразования оптического сигнала. Через радиопередатчик модулированный сигнал с датчика поступает в эфир и принимается УКВ FM тюнером в измерительной системе. Далее сигнал обрабатывается на персональном компьютере с применением стандартных пакетов программ, предназначенных для обработки звука.

На рис. 2 приведен пример реализации доплеровского сигнала с выхода фотоприемника в неинерциальной системе отсчета. Замирание сигнала соответствует смене знака скорости. На рис. 3, а показан аналоговый сигнал,

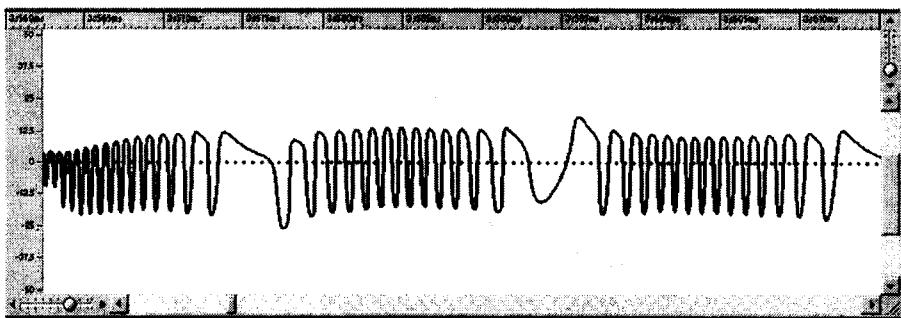


Рис. 2. Доплеровский сигнал от поверхности воды

пропорциональный  $z$ -компоненте вектора скорости в неинерциальной системе отсчета. Он получен с помощью виртуального прибора, созданного в среде LabVIEW 6i и реализующего функцию следящей системы. На рис. 3, *a*, *b* показан аналоговый сигнал в инерциальной системе отсчета. По изменению частоты аналогового сигнала в инерциальной ( $\omega_i$ ) и неинерциальной ( $\omega_r$ ) системах отсчета можно судить о том, с какой скоростью  $\omega_{\theta r}$  относительно сосуда вращается тангенциальная волновая структура. Для определения угловой скорости ( $\omega_{\theta r}$ ) и индекса волновой структуры достаточно воспользоваться выражениями (5).

Исследование волновой структуры на поверхности вращающейся жидкости показало, что угловая скорость распространения волновой структуры в лабораторной системе отсчета  $\omega_i = 2,26$  Гц. В нестационарной системе от-

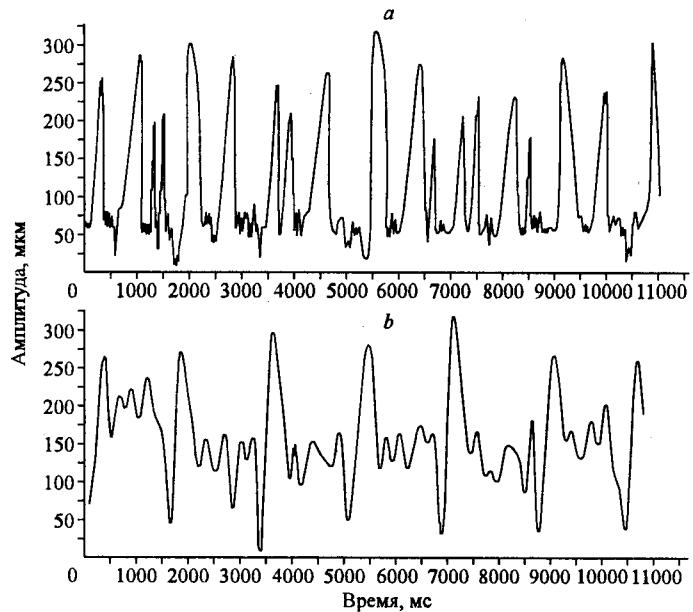


Рис. 3. График зависимости амплитуды тангенциальной составляющей волновой структуры на поверхности вращающейся жидкости от времени в неинерциальной (*a*) и в инерциальной системах отсчета (*b*)

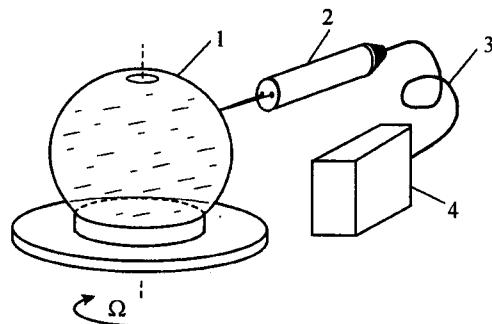


Рис. 4. Схема экспериментальной установки: 1 – сфера из латекса, наполненная водопроводной водой; 2 – оптико-волоконный зонд; 3 – оптический кабель; 4 – 2D-лазерный доплеровский анемометр

счета величина угловой скорости  $\omega_r = 1,7$  Гц. Отсюда находится разность значений этих угловых скоростей:  $\omega_l - \omega_r = 0,56$  Гц. Это значение соответствует скорости вращения бассейна с погрешностью, равной 1 %.

Гироскопические волновые структуры возникают и на вращающихся сферических поверхностях. Функциональная схема экспериментальной установки для выявления волновых структур на поверхности вращающейся тонкой сферической оболочки, изготовленной из латекса и заполненной жидкостью (водой), показана на рис. 4. Измерения радиальной компоненты локальной скорости смещения поверхности среды выполнялись оптико-волоконным 2D-лазерным доплеровским анемометром, описанным в [6].

Сфера приводилась во вращение прецизионным устройством. Обеспечивалась стабильность угловой скорости не хуже 0,1 %. Форма аналогового сигнала, синхронизированного с вращением и пропорционального радиальной компоненте скорости (рис. 5), показывает, что на поверхности вращающегося шара присутствуют тангенциальные волны. Изменение периода вращения сферы приводит к изменению углового периода тангенциальной волновой структуры. Это хорошо видно из сопоставления кривых на рисунке.

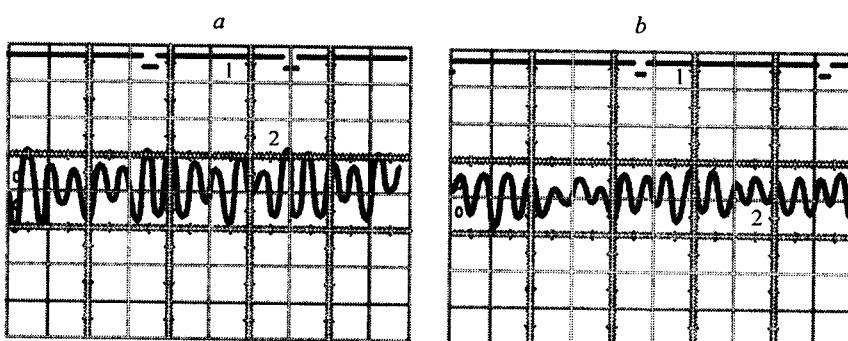
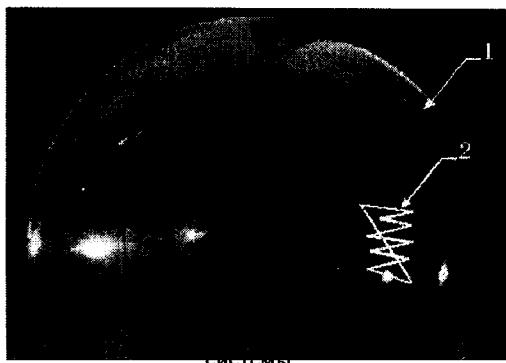


Рис. 5. Примеры аналоговых сигналов, соответствующих z-компоненте вектора скорости (кривая 2), и метки синхронизации с оборотами вращения (1). Частота вращения 45 об./мин (a),  $\approx 41$  об./мин (b). Масштаб по вертикали 0,56 мм/с на клетку



На рис. 6 представлена схема выявления волновой структуры на поверхности шара путем фоторегистрации траектории точки пересечения фиксированного по направлению лазерного луча с поверхностью вращающейся сферы.

Такие же явления должны наблюдаться (в других пространственно-временных масштабах) на поверхности земного шара. На рис. 7 для примера показана форма Земли по данным швейцарских географов [7], для наглядности перепады высот завышены. Наблюдения собственных и, в частности, сфероидальных колебаний Земли необходимы для уточнения физических моделей строения Земли и сейсмических процессов.

Измерения радиальной компоненты локального динамического смещения земной поверхности выполнялись в Институте теплофизики СО РАН (г. Новосибирск) альтиметрическим методом в неинерциальной системе отсчета. На рис. 8 показана одна из экспериментально полученных зависимо-

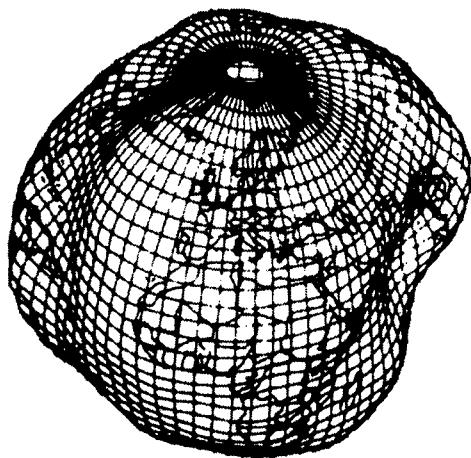


Рис. 7. Форма поверхности Земли по данным швейцарских географов

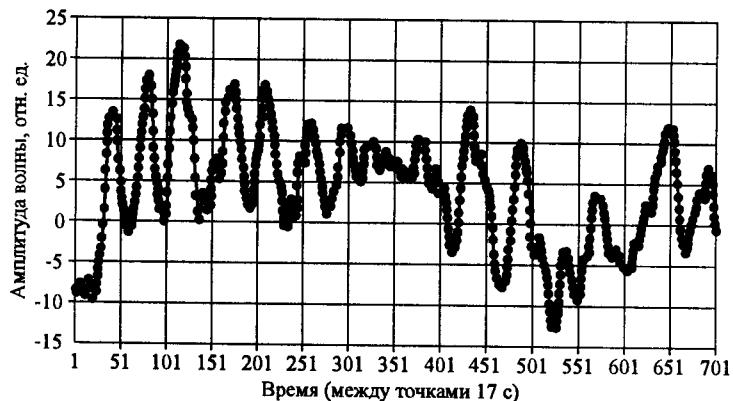


Рис. 8. Зависимость амплитуды локального смещения земной поверхности от времени

стей амплитуды радиального локального смещения поверхности Земли от времени. На рис. 9 приведены спектры радиальной компоненты динамического смещения поверхности, соответствующие реализации экспериментальных наблюдений за временной интервал, равный 4,8 ч. Результаты измерений показывают, что поверхность Земли совершает колебания с периодами, предсказанными и экспериментально обнаруженными в [8].

В таблице приведена сводка периодов сфероидальных собственных колебаний Земли, измеренных с помощью гравиметра (координаты станции УКЛА:  $34^{\circ}04'N, 118^{\circ}26'E$ ) [8], результатов, полученных экспериментально в Институте теплофизики СО РАН 16–17 апреля 2002 г. (координаты станции:  $54^{\circ}51'18''N, 083^{\circ}06'46''E$  el 136 м), и теоретические оценки.

Вращение Земли вызывает расщепление сфероидальных компонент колебаний на тангенциальные структуры так же, как в описанных выше лабораторных экспериментах. Экспериментальные данные УКЛА получены при наблюдении собственных колебаний Земли, возбужденных землетрясением в Чили в мае 1960 г. Результаты экспериментальных измерений, проведенных авторами в Институте теплофизики СО РАН, выполнены в период,

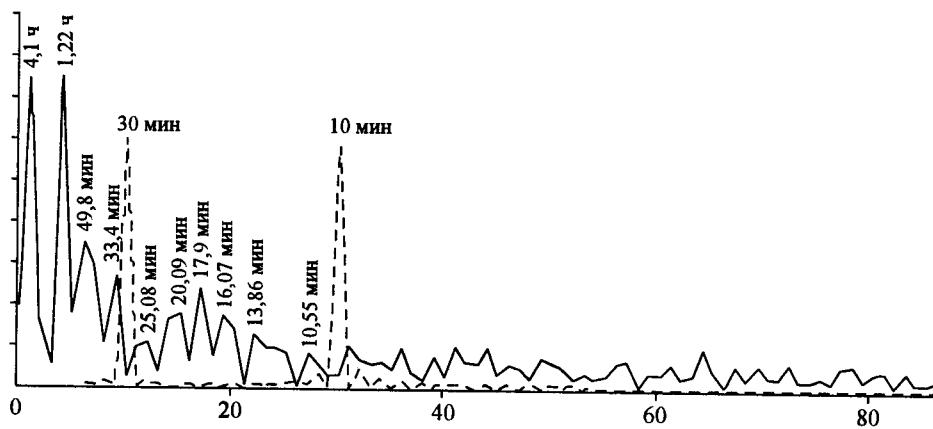


Рис. 9. Спектр колебания уровня поверхности Земли в точке измерения

Тип волны		Периоды, мин				
Тон <i>n</i>	<i>n<sup>s</sup>l</i>	УКЛА (эксперименталь- ные данные)	Гутенберг (теоретические данные)	Буллен (теоретические данные)	Буллард (теоретические данные)	Институт теплофизики СО РАН (эксперименталь- ные данные)
0	0	20,46	—	20,65	20,6	20,09
0	3	35,24/35,87	35,33	35,50	35,0	33,4
1	3	17,68/17,88	17,63	17,94	17,4	17,9
2	3	13,53	13,25	13,58	13,1	13,86
0	4	25,85	25,54	25,73	25,3	25,08
0	6	16,07	15,92	16,12	—	16,07
0	9	10,57	10,54	10,77	—	10,55

когда сведения о каких-либо катастрофических сейсмических явлениях отсутствовали.

Исследование гирокопических волновых структур на поверхности вращающихся тел в лабораторных условиях и наблюдение собственных колебаний земной поверхности заслуживают внимания и развития, поскольку создают экспериментально обоснованную базу для разработки адекватных физических моделей, описывающих явления в волновой гирокопии и полезных при изучении сейсмического состояния Земли.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоусов П. П., Белоусов П. Я., Дубнищев Ю. Н. Регистрация динамической волновой структуры на поверхности вращающейся жидкости // Письма в ЖТФ. 1999. **25**, вып. 14. С. 85.
2. Белоусов П. П., Белоусов П. Я., Дубнищев Ю. Н. Оптическая диагностика поверхностных волновых структур вращающихся сред // Автометрия. 2000. № 5. С. 84.
3. Дубнищев Ю. Н., Ринкевичюс Б. С. Методы лазерной доплеровской анемометрии. М.: Наука, 1982.
4. Сретенский Л. Н. Динамическая теория приливов. М.: Наука, 1987.
5. Jentink H. W., De Mul F. F., Suichies H. E. et al. Small laser Doppler velocimeter based on the self-mixing effect in a diode laser // Appl. Opt. 1988. **27**, N 2. P. 379.
6. Белоусов П. П., Белоусов П. Я., Дубнищев Ю. Н. Оптико-волоконный лазерный доплеровский измеритель 2D-вектора скорости // Автометрия. 1998. № 2. С. 8.
7. Наука и жизнь. 1987. № 7. С. 118.
8. Собственные колебания Земли /Под ред. В. Н. Жаркова. М.: Мир, 1964.