

**РАСЧЕТ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ОБТЕКАНИЯ  
ЛОПАТОЧНОГО ВЕНЦА ОСЕВОЙ ТУРБОМАШИНЫ  
ПОТЕНЦИАЛЬНЫМ ПОТОКОМ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ**

В. П. Рябченко

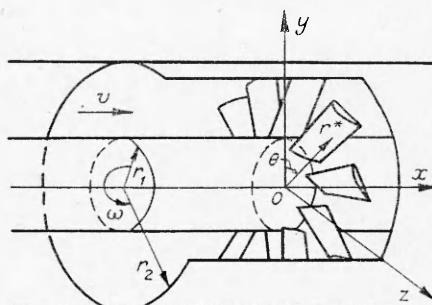
(Новосибирск)

В последние два десятилетия большое внимание уделялось изучению течений жидкости или газа в осевых компрессорах и турбинах. В теоретических исследованиях широко использовалась схема приближенного решения задачи пространственного течения через турбомашину путем разделения на две взаимосвязанные двумерные: расчет осредненного осесимметричного течения через лопаточные аппараты и течение через решетки, расположенные на поверхностях вращения в слоях переменной толщины [1—3]. В то же время в ряде работ [4—11] трехмерный характер течения приближенно учитывался без такого разделения задачи. Геометрия лопаточного венца моделировалась либо пространственной решеткой пластин [6—8], либо пространственной кольцевой решеткой лопастей, форма которых представляет собой части винтовых поверхностей [10, 11]. Последняя модель, по-видимому, в общем случае лучше описывает лопаточный венец осевой турбомашины, однако метод решения задачи в [10, 11] слишком сложен для проведения серийных расчетов и требует больших затрат времени на ЭВМ.

В данной работе предложен более экономичный метод расчета аэродинамических характеристик пространственной кольцевой решетки, обтекаемой установившимся потоком несжимаемой жидкости, базирующейся на вихревой теории винта [12] и крыла конечного размаха [13].

1. Будем рассматривать поток жидкости через один ряд лопастей, которые врачаются с постоянной угловой скоростью  $\omega$  в коаксиальном цилиндрическом канале, бесконечном в осевом направлении. Модель потока содержит следующие предположения: 1) набегающий поток — однородный поток с осевой скоростью  $v$  на бесконечности; 2) жидкость идеальная, несжимаемая; 3) возмущения в жидкости малы по сравнению с невозмущенным потоком. Введем декартову  $(x, y, z)$  и цилиндрическую  $(x, r^*, \theta^*)$  системы координат, связанные с вращающимся рядом лопастей. Ось  $x$  направим по оси цилиндров, а оси  $y$  и  $z$  проведем в плоскости, перпендикулярной к ней. Координаты  $r^*$ ,  $\theta^*$  связаны с  $y$ ,  $z$  обычными формулами:  $y = r^* \cos \theta^*$ ,  $z = r^* \sin \theta^*$ , где угол  $\theta^*$  отсчитывается в положительном направлении от оси  $y$  (фиг. 1).

Предположим, что лопасти  $\Sigma_n$  ( $n = 0, \dots, N - 1$ ) бесконечно тонкие, а их форма близка к поверхностям невозмущенного течения, которые представляют собой части винтовых поверхностей, ограниченных в плоскости  $(r^*, \theta^*)$  прямоугольником  $\{r_1 \leq r^* \leq r_2, -\psi + \alpha_n \leq \theta^* \leq \psi + \alpha_n\}$ . Здесь  $\alpha_n = 2\pi n/N$ ,  $n$  — номер лопасти,  $N$  — число лопастей,  $r_1$  — радиус внутреннего цилиндра,  $r_2$  — радиус внешнего цилиндра;  $-\psi + \alpha_n$  и  $\psi + \alpha_n$  — углы, определяющие положение передней и задней кромок лопастей соответственно. В рамках рассматриваемой модели вих-



Ф и г. 1

ревые следы, возникающие за лопастями из-за изменения циркуляции по высоте лопасти, будем предполагать расположеными вдоль поверхностей тока  $W_n$  невозмущенного течения, ограниченных в плоскости  $(r^*, \theta^*)$  полу-полосой  $\{r_1 \leq r^* \leq r_2, \psi + \alpha_n \leq \theta^* < \infty\}$ .

Винтовые поверхности, которыми схематизируются лопасти и вихревые следы за ними, определим уравнениями

$$(1.1) \quad x = r_1 m \theta, \quad y = r_1 r \cos(\theta + \alpha_n), \quad z = r_1 r \sin(\theta + \alpha_n),$$

где  $m = v/\omega r_1$ ;  $r = r^*/r_1$  — безразмерная радиальная координата; угол  $\theta = \theta^* - \alpha_n$ .

Возмущенное движение жидкости вне лопастей и вихревых следов при сделанных предположениях будет потенциальным и установившимся [10].

Потенциал скорости  $\varphi$  этого движения удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\Delta \varphi = 0$$

вне поверхностей  $\Sigma_n$  и  $W_n$  ( $n = 0, \dots, N - 1$ ) и следующим граничным условиям:

непротеканию жидкости через поверхности лопастей

$$(1.2) \quad (\mathbf{v} \cdot \nabla) \varphi = V_v, \quad \mathbf{x} \in \Sigma_n;$$

непрерывности давления и нормальной составляющей скорости при переходе через поверхность вихревого следа

$$[p] = 0, \quad [(\mathbf{v} \cdot \nabla) \varphi] = 0, \quad \mathbf{x} \in W_n;$$

затуханию возмущенных скоростей на бесконечности перед лопаточным венцом

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \nabla \varphi = 0;$$

конечности скорости жидкости на линиях задних кромок лопастей  $L_n$

$$\nabla \varphi|_{L_n} < \infty;$$

непротеканию жидкости через поверхности внешнего и внутреннего цилиндров

$$(1.3) \quad \partial \varphi / \partial r = 0 \text{ при } r = 1 \text{ и } r = h,$$

где  $\mathbf{v}$  — вектор нормали к поверхности  $\Sigma_n$ ;  $V_v$  — нормальная составляющая проекции лопасти на ее срединную поверхность  $\Sigma_n$ ;  $\nabla \equiv \text{grad}$ ;  $\mathbf{x} = (x, y, z)$ ;  $\Delta$  — оператор Лапласа;  $h = r_2/r_1$ ; квадратные скобки означают скачок величины, в них заключенной.

2. Поставленная задача решена на основе схемы, в которой лопасть заменяется вихревой поверхностью, когда параметр  $h \gg 1$  и  $h \sim 1$ .

Рассмотрим сначала случай  $h \gg 1$ . Разобьем лопасть на  $N_1$  полос по  $r$ ,  $N_2$  полос по  $\theta$  и будем ее моделировать  $M = N_1 N_2$  подковообразными вихрями аналогично тому, как это делается в [13] для монопланного крыла конечного размаха.

Подковообразный вихрь состоит из отрезка присоединенного вихря размаха  $2\delta r = (h - 1)/N_1$  и двух полубесконечных вихревых нитей, сходящихся с концов присоединенного вихря и расположенных на винтовых

линиях, определяемых уравнениями (1.1) при фиксированных значениях координаты  $r$ , равной координатам концов присоединенного вихря. Все вихри этой системы имеют одинаковую интенсивность  $\Gamma_+$ , которая может быть представлена в виде

$$\Gamma_+ = v_0 r_1 \Gamma,$$

где  $\Gamma$  — некоторая безразмерная постоянная;  $v_0$  — скорость невозмущенного потока на среднем радиусе канала ( $r = r_0 = (h + 1)/2$ ).

Выбор координат присоединенных вихрей и контрольных точек, в которых определяется скорость, вызванная системой винтовых подковообразных вихрей, производится в плоскости  $(r, \theta)$  по той же схеме, что и в [13].

Пусть  $s$  — номер полосы по  $\theta$  ( $s = 1, \dots, N_2$ ),  $k$  — номер полосы по  $r$  ( $k = 1, \dots, N_1$ ),  $j$  — номер подковообразного вихря. Тогда можно ввести следующую нумерацию:

$$j = N_1(s - 1) + k,$$

а координаты середин отрезков присоединенных вихрей  $(r_j, \theta_j)$  и контрольных точек  $(r_{0j}, \theta_{0j})$  определить по формулам

$$(2.1) \quad \begin{aligned} r_{0j} &= r_j = h + \delta r(1 - 2k), \\ \theta_j &= \psi((0,5 + 2(s - 1))/N_2 - 1), \\ \theta_{0j} &= \psi((1,5 + 2(s - 1))/N_2 - 1). \end{aligned}$$

Так как вектор нормали к винтовой поверхности в точке  $(r_{0j}, \theta_{0j})$  определяется выражением

$$\mathbf{v} = \frac{1}{\sqrt{m^2 + r_{0j}^2}} (r_{0j}, m \sin \theta_{0j}, -m \cos \theta_{0j}),$$

то, проведя интегрирование по  $r$ , для нормальной составляющей скорости в точке  $(r_{0j}, \theta_{0j})$  от  $i$ -го присоединенного вихря получим

$$(2.2) \quad \begin{aligned} v_{v+}^i(r_{0j}, \theta_{0j}) &= -\frac{\Gamma_i}{4\pi} a_{ij} \left[ \frac{r_i + \delta r - r_{0j} \cos(\theta_{ij} - \alpha_n)}{R(r_i + \delta r)} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{r_i - \delta r - r_{0j} \cos(\theta_{ij} - \alpha_n)}{R(r_i - \delta r)} \right], \end{aligned}$$

где

$$(2.3) \quad a_{ij} = \frac{r_{0j}^2 \sin(\theta_{ij} - \alpha_n) + m^2 \bar{v}_{ij} \cos(\theta_{ij} - \alpha_n)}{\sqrt{m^2 + r_{0j}^2} \cdot [m^2 \bar{v}_{ij}^2 + r_{0j}^2 \sin^2(\theta_{ij} - \alpha_n)]},$$

$$R^2(r) = m^2 \bar{v}_{ij}^2 + r_{0j}^2 + r^2 - 2r_{0j}r \cos(\theta_{ij} - \alpha_n); \quad \bar{v}_{ij} = \theta_{0j} - \theta_i.$$

Аналогично для нормальной составляющей скорости от свободного вихря, принадлежащего  $i$ -му подковообразному вихрю и имеющему координату  $r$  по высоте лопасти, получим

$$(2.4) \quad \begin{aligned} v_{v-}^i(r_{0j}, \theta_{0j}, r) &= -\frac{\Gamma_i}{4\pi \sqrt{m^2 + r_{0j}^2}} \times \\ &\quad \times \int_{\theta_i}^{\infty} \frac{r_{0j}(r^2 - m^2) + r(m^2 - r_{0j}^2) \cos \Omega + rm^2(\theta_{0j} - \theta) \sin \Omega}{R_1^3(r, \theta)} d\theta, \end{aligned}$$

где  $\Omega = \theta_{0j} - \theta - \alpha_n$ ;  $R_1^2(r, \theta) = m^2(\theta_{0j} - \theta)^2 + r_{0j}^2 + r^2 - 2r_{0j}r \cos \Omega$ .

Тогда нормальная составляющая скорости от  $i$ -го подковообразного вихря в точке  $(r_{0j}, \theta_{0j})$  равна

$$(2.5) \quad v_v^i(r_{0j}, \theta_{0j}) = v_{v+}^i(r_{0j}, \theta_{0j}) + v_{v-}^i(r_{0j}, \theta_{0j}, r_i + \delta r) - \\ - v_{v-}^i(r_{0j}, \theta_{0j}, r_i - \delta r) = w_{ji}^n \Gamma_i.$$

Так как условия обтекания всех лопастей одинаковы, то суммарная скорость от введенной вихревой системы в точке  $(r_{0j}, \theta_{0j})$  нулевой лопасти ( $n = 0$ ) будет равна

$$v_v(r_{0j}, \theta_{0j}) = \sum_{i=1}^M \Gamma_i \sum_{n=0}^{N-1} w_{ji}^n.$$

Вихревая система, заменяющая лопасти кольцевой решетки, индуцирует на поверхностях цилиндров нормальные скорости. Поэтому для выполнения граничных условий (1.3), следуя идее работы [14], введем дополнительную вихревую систему, которая является отражением относительно окружностей  $r = 1$  и  $r = h$  вихревой системы лопастей в каждом сечении  $x = \text{const}$ . При этом нормальные скорости на поверхностях цилиндров, индуцированные отраженной вихревой системой, не будут полностью компенсировать нормальные скорости, возникающие от вихревой системы, заменяющей лопасти решетки. Однако в первом приближении можно считать, что граничные условия будут выполнены на всей поверхности цилиндров. Этот вопрос исследовался в [14] при изучении обтекания крыла с цилиндрическим фюзеляжем, и был сделан вывод о достаточной точности расчетов при использовании отраженной системы. Расчеты, проведенные автором для случая коаксиальных цилиндров, позволяют сделать аналогичный вывод.

Нормальные скорости, индуцированные отраженной вихревой системой, определяются по формулам (2.2) — (2.5), в которых нужно заменить  $r_i \pm \delta r$  на  $1/(r_i \pm \delta r)$  или  $h^2/(r_i \pm \delta r)$  соответственно.

Суммарная нормальная скорость, индуцированная всеми вихревыми системами, будет определяться формулой

$$(2.6) \quad v_{v1}(r_{0j}, \theta_{0j}) = \sum_{i=1}^M \Gamma_i \sum_{n=0}^{N-1} (w_{1ji}^n - w_{1ji}^n - w_{2ji}^n),$$

где величины  $w_{1ji}^n$  и  $w_{2ji}^n$  определяют нормальные скорости, индуцированные вихревыми системами, отраженными относительно цилиндров  $r = 1$  и  $r = h$  соответственно.

Подставив выражение (2.6) в граничное условие (1.2), получим систему алгебраических уравнений для определения интенсивности присоединенных вихрей

$$(2.7) \quad AX = B,$$

где  $A = \{A_{ji}\}$  — матрица, элементы которой определяются по формуле

$$A_{ji} = \sum_{n=0}^{N-1} (w_{ji}^n - w_{1ji}^n - w_{2ji}^n);$$

$X = \{\Gamma_i\}$  — вектор, составленный из неизвестных интенсивностей присоединенных вихрей;  $B = \{V_v(r_{0j}, \theta_{0j})\}$ .

Решив систему уравнений (2.7), найдем  $\Gamma_i$  ( $i = 1, \dots, M$ ), после чего можно рассчитать все аэродинамические характеристики как лопасти в целом, так и ее сечений. Для этого необходимо воспользоваться теоремой Жуковского в малом [13] для расчета перепада давления

$$[p] = -\rho v_1(r)\gamma(r, \theta),$$

где  $\gamma(r, \theta)$  — интенсивность присоединенных вихрей, непрерывно распределенных по поверхности лопасти;  $\rho$  — плотность жидкости,  $v_1 = \sqrt{v^2 + \omega^2 r_1^2 r^2}$  — скорость невозмущенного потока жидкости относительно лопастей.

Обозначив через  $dS$  элемент площади лопасти и используя формулы (1.1), получим

$$dS = r_1^2 \sqrt{m^2 + r^2} dr d\theta.$$

Тогда аэродинамическая сила, действующая на лопасть,

$$(2.8) \quad P = -\rho r_1^2 \int_1^h \int_{-\psi}^{\psi} v_1(r) \sqrt{m^2 + r^2} \gamma(r, \theta) dr d\theta$$

или в безразмерной форме  $C_n = P / \frac{1}{2} \rho v_0^2 S$ .

Заменяя теперь в формуле (2.8)  $\gamma \sqrt{m^2 + r_i^2} d\theta$  на  $v_0 \Gamma_i$ ,  $dr$  на  $2\delta r$  и переходя от интегралов к конечным суммам, получим

$$C_n = -\frac{4\delta r}{S_1 \sqrt{m^2 + r_0^2}} \sum_{i=1}^M \sqrt{m^2 + r_i^2} \Gamma_i.$$

Для коэффициентов аэродинамических сил, действующих на  $k$ -е сечение по высоте лопасти  $C_{nk} = P_k / \frac{1}{2} \rho v_1(r_k) S_k$ , имеем

$$C_{nk} = -\frac{4\delta r}{S_{1k} (m^2 + r_k^2)} \sum_{i=1}^{N_k} \sqrt{m^2 + r_i^2} \Gamma_{N_k+1+k},$$

где  $S_1 = S/r_1^2$  и  $S_{1k} = S_k/r_1^2$  — безразмерные площади лопасти и ее  $k$ -й полосы по высоте соответственно.

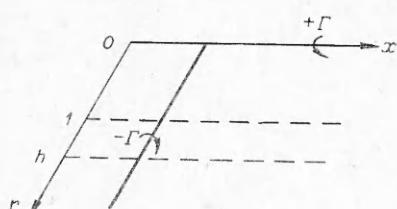
На точность расчета существенное влияние оказывает алгоритм вычисления несобственных интегралов, входящих в формулу (2.4). Введем переменную  $x = \theta - \theta_{0j}$  и разобьем промежуток интегрирования на два интервала:  $[-\theta_{ij}, \Delta]$  и  $[\Delta, \infty)$ , где  $\Delta \gg 1$ . Интеграл по второму промежутку вычислялся с использованием асимптотического разложения подынтегральной функции для  $x \gg 1$  и последовательного интегрирования по частям. Для вычисления интеграла от  $-\theta_{ij}$  до  $\Delta$  добавлялось и вычиталось выражение

$$\int_{-\theta_{ij}}^{\Delta} \frac{r_{0j}(r^2 - m^2) + r(m^2 - r_{0j}^2)}{[(m^2 + rr_{0j})x^2 + (r_{0j} - r)^2]^{3/2}} dx,$$

тем самым исключалась особенность подынтегральной функции, когда контрольная точка  $(r_{0j}, \theta_{0j})$  находится вблизи от подковообразного вихря. Сравнение результатов расчета по предложенному алгоритму с точными

значениями интегралов при  $\vartheta_{ij} = 0$ ,  $r_{0j} = 0$  дало отличие лишь в третьем знаке после запятой.

В случае, когда параметр  $h$  близок к 1, аэродинамические характеристики слабо меняются по высоте кольцевого канала. Поэтому интенсивность присоединенных вихрей, которыми заменяется лопасть, можно счи-



Фиг. 2

тать постоянной в радиальном направлении. Отсюда следует, что свободных вихрей в потоке за лопастью не будет при  $1 < r < h$ . На концах лопастей ( $r = 1$  и  $h$ ) свободные вихревые шнуры не образуются вследствие граничного условия (1.3). Поэтому присоединенные вихри следует непрерывно продолжить в радиальном направлении через границы области течения до оси  $x$  и до бесконечности.

Разобьем лопасть на  $N_2$  полос по  $\theta$  и заменим каждую прямолинейным полу-

бесконечным вихрем с осью, направленной по  $r$ . Так как вихри не могут заканчиваться в жидкости, то необходимо ввести систему свободных осевых вихрей, отходящих с концов присоединенных вихрей (фиг. 2). Однако каждый вихрь  $\Gamma_i$  введенной системы индуцирует радиальные скорости на поверхностях цилиндров, которые определяются по формуле

$$(2.9) \quad v_r^i = \frac{\Gamma_i}{4\pi} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\xi \sin(\eta + \alpha_k)}{\xi^2 + r^2 \sin^2(\eta + \alpha_k)} \left[ 1 + \frac{r \cos(\eta + \alpha_k)}{(\xi^2 + r^2)^{1/2}} \right],$$

где  $\xi = m\theta_i - x$ ;  $\eta = \theta_i - \theta$ ;  $\theta_i$  — координата  $i$ -го вихря, определяемая по формулам (2.1);  $r = 1$  или  $h$ .

Так как функция  $v_r^i$  является нечетной по  $\eta$  с периодом  $2\pi/N$ , то можно определить коэффициенты рядов Фурье  $a_n(\xi)$  и  $b_n(\xi)$  этой функции при  $r = h$  и 1 соответственно. Как видно из формулы (2.9), коэффициенты  $a_n(\xi)$  и  $b_n(\xi)$  являются нечетными функциями от  $\xi$ , и, следовательно, радиальную скорость на внешнем цилиндре можно представить в виде

$$v_r^i(\xi, h, \eta) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sin nN\eta \int_0^\infty \sin \tau \xi d\tau \int_0^\infty a_n(t) \sin \tau t dt.$$

Аналогичное представление имеет место и для  $v_r^i(\xi, 1, \eta)$ , нужно только заменить  $a_n$  на  $b_n$ .

Чтобы удовлетворить граничному условию (1.3), следует ввести дополнительный потенциал  $\varphi_+$ , который определяется выражением

$$\begin{aligned} \varphi_+ = & \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sin nN\eta \left\{ \int_0^\infty \mu_s(\tau, r) \frac{\sin \tau \xi}{\tau} d\tau \int_0^\infty a_n(t) \sin \tau t dt + \right. \\ & \left. + \int_0^\infty \sigma_s(\tau, r) \frac{\sin \tau \xi}{\tau} d\tau \int_0^\infty b_n(t) \sin \tau t dt \right\}, \end{aligned}$$

где

$$\mu_s = [K'_s(\tau) I_s(\tau r) - I'_s(\tau) K_s(\tau r)]/T_s(\tau);$$

$$\sigma_s = [K_s(\tau r) I'_s(\tau h) - K'_s(\tau h) I_s(\tau r)]/T_s(\tau);$$

$$T_s = I'_s(\tau h) K'_s(\tau) - I'_s(\tau) K'_s(\tau h).$$

Здесь  $s = nN$ ;  $I_s$  и  $K_s$  — модифицированные функции Бесселя 1-го и 2-го рода соответственно; штрихом обозначено дифференцирование по аргументу.

Требуя выполнения условия непротекания лопастей (1.2) в точках  $(r_0, \theta_{0j})$  ( $j = 1, \dots, N_2$ ), получим систему алгебраических уравнений для определения неизвестных интенсивностей вихрей  $\Gamma_i$

$$\sum_{i=1}^{N_2} \Gamma_i (w_{ji} - w_{0ji}) = 1,$$

$$\text{где } w_{ji} = -\frac{1}{4\pi \sqrt{m^2 + r_0^2}} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{r_0^2 \sin(\vartheta_{ij} - \alpha_k) + m^2 \vartheta_{ij} \cos(\vartheta_{ij} - \alpha_k)}{m^2 \vartheta_{ij}^2 + r_0^2 \sin^2(\vartheta_{ij} - \alpha_k)} \times \\ \times \left[ 1 + \frac{r_0 \cos(\vartheta_{ij} - \alpha_k)}{(m^2 \vartheta_{ij}^2 + r_0^2)^{1/2}} \right]$$

пределяют нормальные скорости, индуцированные вихрями, заменяющими лопасти кольцевой решетки, а

$$w_{0ji} = \frac{1}{\sqrt{m^2 + r_0^2}} \left( \frac{m}{r_0} \frac{\partial \varphi_+}{\partial \eta} - r_0 \frac{\partial \varphi_+}{\partial \xi} \right).$$

Безразмерный коэффициент суммарной аэродинамической силы, действующей на лопасть, в данном случае определяется выражением

$$C_n = -\frac{4\delta r}{S_1} \sum_{i=1}^{N_2} \Gamma_i.$$

3. На основе предложенных алгоритмов на ЭВМ БЭСМ-6 определены распределенные и суммарные аэродинамические характеристики ряда кольцевых решеток.

Параметры, характеризующие геометрию решетки и лопасти, определялись на среднем радиусе кольцевого канала  $m = r_0 \operatorname{ctg} \beta$  ( $\beta$  — угол выноса решетки), густота решетки

$$\tau = \frac{\psi \sqrt{r_0^2 + m^2}}{\pi r_0} N$$

и удлинение

$$(3.1) \quad \lambda = \frac{(h-1)^2}{S_1}.$$

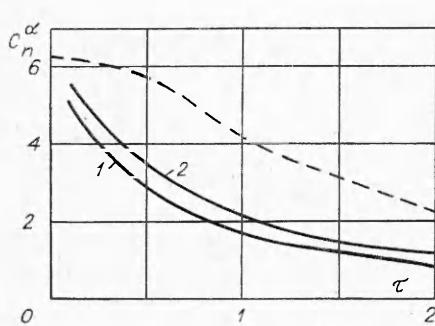
Правая часть уравнения (2.7) бралась в виде

$$V_v(r_{0j}, \theta_{0j}) = \frac{\alpha(r_{0j}) v_1(r_{0j})}{\alpha(r_0) v_0},$$

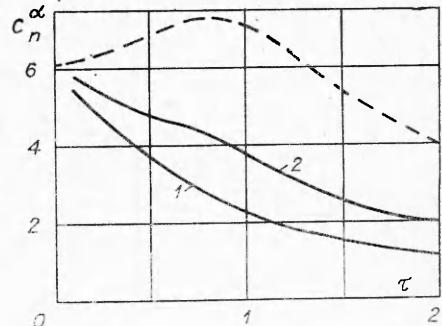
где  $\alpha(r_{0j})$  — угол атаки в сечении  $r = r_{0j}$ . В расчетах при  $h \gg 1$  изменение угла атаки по высоте лопасти принималось линейным.

На фиг. 3, 4 представлены зависимости коэффициента  $C_n^\alpha = C_n / \alpha(r_0)$  суммарной аэродинамической силы, действующей на лопасть в кольцевой решетке, от густоты решетки  $\tau$  для углов выноса  $\beta = 30^\circ$  и  $60^\circ$  соответственно. Густота решетки менялась либо с помощью параметра  $\psi$  при фикси-

рованных  $h$  и  $N$  ( $N = 4$ ), либо изменением числа лопастей ( $N = 4; 8; 12; 16$ ) при фиксированных  $h$  и  $\psi$  ( $\psi = 0,34$  при  $\beta = 60^\circ$  и  $\psi = 0,19635$  при  $\beta = 30^\circ$ ). Для каждой густоты лопасти имели удлинения, определяемые формулой (3.1). Угол атаки менялся в пределах от 0,15 при  $r = 1$  до 0,05 при  $r = h$ . Результаты расчетов в обоих случаях полностью совпадали.



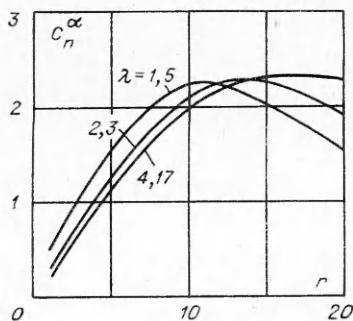
Фиг. 3



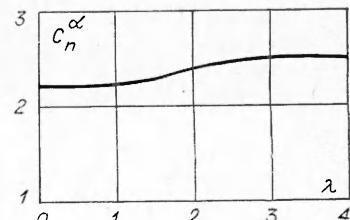
Фиг. 4

Кривые 1 соответствуют расчетам по алгоритму для  $h \gg 1$  ( $h = 20$ ), а 2 — расчетам по алгоритму для  $h \sim 1$  ( $h = 2$ ). Сравнение с результатами, полученными по плоской теории для среднего радиуса кольцевого канала (штриховые линии), показало значительное отличие результатов при средних и больших густотах. При малых  $\tau$  результаты отличаются мало, но несколько меньше, чем по плоской теории, что объясняется влиянием удлинения лопастей.

Для объяснения этого факта можно привести следующее соображение. При вращении лопастей решетки жидкость, заключенная в кольцевом канале, совершает вращательное движение, которое можно моделировать осевым вихрем. Это движение сохраняется и в дальнейшем при выходе жидкости с лопастей турбомашины, влияя на величину нагрузки на лопасти. Так как энергия, затраченная на образование этого движения, является потерянной, то происходит снижение коэффициента аэродинамической силы  $C_n^\alpha$ . В связи с тем что движение, управляемое осевым вихрем, в полной мере образуется лишь при достаточно больших густотах, при  $\tau \ll 1$  его эффект незначителен. Дополнительное уменьшение коэффициента  $C_n^\alpha$  при расчетах по алгоритму для  $h \gg 1$  связано с потерями энергии на образование вихревых следов за лопастями из-за переменности нагрузки



Фиг. 5



Фиг. 6

в радиальном направлении. Следует отметить также, что изменение параметра  $h$  при фиксированных густоте и угле выноса решетки мало влияет на величину  $C_n^\alpha$ .

На фиг. 5 изображена зависимость коэффициента  $C_n^\alpha$  от высоты лопасти  $r$  при различных удлинениях для решетки с густотой  $\tau = 1$  и углом выноса  $\beta = 30^\circ$  при  $h = 20$ . Угол атаки изменялся от  $\alpha(1) = 0,05$  до  $\alpha(h) = 0,15$ . Число лопастей  $N$  было равным 4; 8 и 16, угол  $\psi = 0,3927$ ; 0,19635 и 0,0982 для  $\lambda = 1,5$ ; 2,3 и 4,17 соответственно. Представленные результаты показывают, что с увеличением удлинения лопастей характер изменения коэффициента погонной аэродинамической силы приближается к закону изменения угла атаки по высоте лопасти.

На фиг. 6 показана зависимость коэффициента  $C_n^\alpha$  суммарной аэродинамической силы от удлинения лопасти  $\lambda$  для решетки с густотой  $\tau = 1$  и углом выноса  $\beta = 30^\circ$ . Точка, соответствующая  $\lambda \rightarrow 0$ , была получена расчетом по алгоритму для  $h \sim 1$  ( $h = 2$ ); при  $\lambda > 0$  расчеты проводились по алгоритму для  $h \gg 1$  ( $h = 20$ ). Результаты расчетов по данным примера, представленного на фиг. 5, использованы при построении этой зависимости. Как видно из приведенных результатов, расчеты по обоим алгоритмам хорошо согласуются в области малых удлинений. Следует также отметить слабую зависимость коэффициента суммарной аэродинамической силы от удлинения лопасти.

Поступила 20 III 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Степанов Г. Ю. Гидродинамика решеток турбомашин. М., Физматгиз, 1962.
2. Жуковский М. И. Аэродинамический расчет потока в осевых турбомашинах. М., «Машиностроение», 1967.
3. Сироткин Я. А. Аэродинамический расчет лопаток осевых турбомашин. М., «Машиностроение», 1972.
4. Симонов Л. А. О пространственном потоке в гидромашинах.— ПММ, 1941, т. 5, вып. 3, с. 471—488.
5. Ribaut M. Three-dimensional calculation of flow in turbomachines with the aid of singularities.— «Transactions of the ASME, Ser. A. J Engng Power», 1968, N 3, р. 50—58. Рус. пер. «Труды amer. о-ва инженеров-механиков. Энергетические машины и установки», Сер. А, 1968, т. 90, № 3.
6. Самойлович Г. С. Нестационарное обтекание и аэроупругие колебания решеток турбомашин. М., «Наука», 1969.
7. Горелов Д. Н., Курзин В. Б., Сарен В. Э. Аэродинамика решеток в нестационарном потоке. Новосибирск, «Наука», 1971.
8. Falcao A. F. de O. Three-dimensional potential flow through a rectilinear cascade of blades.— «Ing.— Archiv», 1975, Bd 44, N. 1, S. 27—41.
9. Моргунов Г. М. Пространственное обтекание лопастных систем турбомашин установившимся потоком идеальной жидкости.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1975, № 6, с. 3—12.
10. Namba M. Lifting surface theory for a rotating subsonic or transonic blade row.— British Aeronautical Research Council. Rept and Memo, 1972, N 3740, p. 3—75.
11. Salaün P. Pressions aerodynamiques instationnaires sur une grille annulaire en écoulement subsonique. ONERA. Publ., 1974, N 158.
12. Ветчинкин В. П., Поляхов Н. П. Теория и расчет воздушного гребного винта. М., Оборонгиз, 1940.
13. Белоцерковский С. М. Тонкая несущая поверхность в дозвуковом потоке газа. М., «Наука», 1965.
14. Лебедев В. Ф. Приближенный метод расчета распределения аэродинамической нагрузки по крылу и фюзеляжу при дозвуковых скоростях.— «Труды ЦАГИ», 1958, вып. 719, с. 3—75.