

11. Шемякин Е. И., Ревуженко А. Ф. и др. Устройство для испытания образцов сыпучих материалов. — БИ, 1984, № 48.
12. Ревуженко А. Ф., Шемякин Е. И., Бобряков А. П. Способ смешивания сыпучих материалов. — БИ, 1985, № 46.
13. Шемякин Е. И., Ревуженко А. Ф. и др. Способ получения композиционных заготовок и устройство для его осуществления. — БИ, 1985, № 47.
14. Бобряков А. П., Ревуженко А. Ф., Шемякин Е. И. О возможном механизме перемещения масс Земли. — ДАН СССР, 1983, т. 272, № 5.

Поступила 2/VII 1985 г.

УДК 534.2 + 539.374

О НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛНАХ В МАКСВЕЛЛОВСКОЙ СРЕДЕ

А. И. Малкин, Н. Н. Мягков

(Москва)

Исследование распространения нестационарных нелинейных волн в процессах взрывной или ударной деформации металлов связано со значительными математическими трудностями и требует, как правило, больших затрат машинного времени. Во многих практических приложениях волны, возникающие в металле при взрыве и ударе, можно считать слабыми в смысле малости относительного изменения плотности вещества в волне [1]. Поэтому значительный интерес здесь представляет разработка приближенных методов анализа нелинейных волн, основанных на разложении решения по заданному малому параметру.

Для решения нелинейных волновых задач в гидродинамике и теории упругости в настоящее время развит эффективный асимптотический метод многих масштабов (МММ) [2—5], позволяющий находить равномерно пригодные на некотором большом промежутке времени приближения к решению сложных исходных систем уравнений. Необходимость учета прочностных эффектов в металлах при взрывной деформации или ударе с умеренными скоростями требует распространения МММ на более сложные системы уравнений, описывающих, например, поведение максвелловской среды [6], которая при небольших напряжениях упруга, а при достаточно больших — течет. Однако применение МММ к волновым задачам в таких средах не является формальной процедурой. Это связано с резкой зависимостью от напряжения кинетических характеристик среды (например, времени релаксации касательных напряжений) в области упругопластического перехода. Последнее препятствует прямому разложению упруговязких членов, ответственных за кинетику, в ряд по малому параметру ϵ (характеризующему относительное изменение плотности вещества в волне) из начального условия.

Цель данной работы — построение на основе техники многомасштабных разложений приближенных уравнений для описания плоских нелинейных волн деформации в изотропной максвелловской среде. На основе предложенного приближенного подхода решена задача о распространении ударной волны при контактном взрыве на границе полупространства.

1. В нелинейной теории волн МММ применяется для факторизации сложных исходных систем уравнений на систему независимых уравнений для функций, являющихся аналогами обычных римановских инвариантов, т. е. постоянных в нулевом приближении вдоль своих характеристических направлений [4, 5]. В основе метода лежит предположение о медленности изменения этих функций, вызванного нелинейностью и кинетическими процессами в среде.

Исходные одномерные уравнения нелинейной теории упругости [6, 7], описывающие в главных осях поведение изотропной упруговязкой максвелловской среды, запишем в лагранжевой системе координат:

$$\begin{aligned}
 (1.1) \quad & \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_1}{\partial x} = \dot{\epsilon}_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\
 & \frac{\partial S}{\partial t} = -\frac{1}{2T} \Phi_k \frac{\partial E}{\partial \epsilon_k} + \frac{1}{\rho T} \left(\mu_2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \mu_1 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right), \\
 & \frac{\partial \epsilon_i}{\partial t} = \dot{\epsilon}_i \quad (i = 2, 3), \quad \Phi_k = -\frac{1}{\tau(\epsilon_i, S)} \left[\epsilon_k - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{3\rho}{\rho_{\epsilon_1} + \rho_{\epsilon_2} + \rho_{\epsilon_3}} \right) \right] \\
 & \quad (k = 1, 2, 3),
 \end{aligned}$$

$$\sigma_1 = -\rho^2 E_0 + \rho d_1 E_D - \frac{1}{3} \rho (d_2^2 + d_3^2 - 2d_1^2) E_\Delta, \quad E = E(\rho, D, \Delta, S),$$

$$\rho^2 = \rho_0^2 (1 - 2\varepsilon_1)(1 - 2\varepsilon_2)(1 - 2\varepsilon_3), \quad u = u_1, \quad u_2 = u_3 = 0,$$

$$D = \frac{1}{2} (d_1^2 + d_2^2 + d_3^2), \quad \Delta = d_1 d_2 d_3, \quad d_i = \varepsilon_i + \varepsilon_i^2 +$$

$$+ \frac{1}{3} (-I_1 + 2I_2 - I_1^2) + O(\varepsilon^3),$$

ε_i — главные компоненты тензора эффективной упругой деформации Альманси. Обозначения в (1.1) общепринятые. Малый параметр $\varepsilon \ll 1$ из начального условия характеризует малость относительного изменения плотности вещества в волне, в то же время везде ниже подразумевается, что деформации соответствуют напряжению σ_1 , превышающему предел упругости (для металлов это давление от нескольких до десятков ГПа). Предполагается, что система (1.1) обезразмерена при выборе в качестве масштабов модуля всестороннего сжатия $K = \rho_0 c_0^2$, начальной плотности ρ_0 , температуры T_0 и характерного масштаба длины l_0 из начального условия. Тогда $\mu_1 = (\zeta + \frac{4}{3} \eta) / \rho_0 c_0 l_0$, $\mu_2 = \kappa T_0 / l_0 \rho_0 c_0^3$, ζ и η — коэффициенты вязкости внутреннего трения, κ — коэффициент теплопроводности, а время релаксации касательных напряжений $\tau = c_0 \tau' / l_0$ (τ' — размерное значение).

Считаем $\mu_m \ll 1$ ($m = 1, 2$) малыми параметрами. Для применения к системе (1.1) техники МММ необходимо, кроме ε и μ_m , ввести еще один малый параметр $\nu = (c_i^2 - c_0^2) / 2c_0^2$, где c_i — фазовая скорость продольных упругих волн бесконечно малой амплитуды. Соотношение между малыми параметрами $\varepsilon \sim \mu_m \sim \nu$.

Решение ищем в виде разложения по малым параметрам

$$(1.2) \quad v_i = v_{ci} + \varepsilon v_{0i} + \varepsilon^2 v_{1i}^{(e)} + \varepsilon \mu_m v_{1i}^{(\mu_m)} + \varepsilon \nu v_{1i}^{(\nu)} + \dots, \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} \rho \\ u \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_c = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Необходимость учета кинетики деформирования как в упругой, так и в пластической области требует сохранения существенно нелинейного вида зависимости времени релаксации касательных напряжений τ от v_i , что препятствует прямому разложению упруговязких членов φ_i в ряд по малому параметру ε . Поэтому положим $\varphi_i = \gamma(\varepsilon) \varphi_i^{(1)}(\mathbf{v}_c, \mathbf{v}_0) + \dots$, $\gamma \ll 1$ — малый параметр. Оценка показывает, что в области упругих деформаций, где $\tau = \tau_y \gg 1$, $\gamma \simeq O(\varepsilon \tau_y^{-1}) \ll \varepsilon$, а в области пластических деформаций, где $\tau = \tau_n \ll 1$, $\gamma \simeq \varepsilon + O(\varepsilon \tau_n)$, поэтому можно положить $\gamma \ll \varepsilon$.

Подставляя (1.2) в (1.1), найдем систему нулевого приближения для v_{0i} . Переход к новым неизвестным функциям-инвариантам связан с диагонализацией этой системы, т. е. матрицы $A^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Введем матрицу T_{ji} , составленную из левых собственных векторов $A^{(0)}$, тогда $T_{ji} A_{ik}^{(0)} T_{kl} = \lambda_j \delta_{jl} (T_{ji} T_{il} = \delta_{jl})$, $\lambda_{1,2} = \pm 1$ — собственные значения. Введем $V_j = T_{ji} v_i = \begin{pmatrix} \rho' + u \\ \rho' - u \end{pmatrix}$, где $\rho' = \rho - 1$, тогда из (1.2) вытекает разложение V_j по малым параметрам и для V_{0j} имеем

$$(1.3) \quad \frac{\partial V_{0j}}{\partial t} + \lambda_j \frac{\partial V_{0j}}{\partial x} = 0.$$

Легко видеть, что V_{0j} постоянны вдоль своих характеристических направлений $dx/dt = \lambda_j$.

Для перехода к следующему приближению положим в соответствии с [2], что V_{01} и V_{02} вдоль своих характеристических направлений — медленные функции времени $V_{0j} = V_{0j}(\xi_j, t_e, t_{\mu_1}, t_{\mu_2}, t_\nu)$, $\xi_j = x - \lambda_j t$,

$t_\varepsilon = \varepsilon t$, $t_{\mu_m} = \mu_m t$, $t_v = vt$. Тогда для следующих членов разложения получим

$$(1.4) \quad \frac{\partial V_{1j}^{(\varepsilon)}}{\partial t} = -\frac{\partial V_{0j}}{\partial t_\varepsilon} + \alpha_{jl}^m V_{0m} \frac{\partial V_{0l}}{\partial \xi_j}, \quad \frac{\partial V_{1j}^{(\mu_1)}}{\partial t} = -\frac{\partial V_{0j}}{\partial t_{\mu_1}} - \\ - \frac{1}{2} (-1)^j \frac{\partial^2}{\partial \xi_j^2} (V_{01} - V_{02}), \quad \frac{\partial V_{1j}^{(\mu_2)}}{\partial t} = -\frac{\partial V_{0j}}{\partial t_{\mu_2}} + \frac{1}{2} \pi \frac{\partial^2}{\partial \xi_j^2} (V_{01} + V_{02}), \\ j, m, l = 1, 2, \quad \alpha_{jl}^m = \text{const};$$

$$(1.5) \quad \frac{\partial V_{1j}^{(v)}}{\partial t} = -\frac{\partial V_{0j}}{\partial t_v} + (-1)^j \left\{ \frac{\partial V_{01}}{\partial \xi_j} + \frac{\partial V_{02}}{\partial \xi_j} - 3 \frac{\partial}{\partial \xi_j} \psi (V_{01} + V_{02}) \right\}, \\ -\lambda_j \frac{\partial \psi}{\partial \xi_j} = -\{ \varphi_2^{(1)} (V_{01} + V_{02}, \psi) + \varphi_3^{(1)} (V_{01} + V_{02}, \psi) \} = \\ = -\frac{\psi - \frac{1}{3} (V_{01} + V_{02})}{\tau (V_{01} + V_{02}, \psi)}.$$

Здесь $\varepsilon\psi = -(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)$: Кинетическое уравнение для ψ задает в неявном виде нелинейный оператор, действующий на $(V_{01} + V_{02})$ в последнем слагаемом правой части (1.5). В (1.4) $\pi = (\lambda\beta/q\rho_0)^2$, а также учтено, что для адиабатического течения $-\lambda_j \frac{\partial S'}{\partial \xi_j} = \mu_3 \frac{1}{2} \pi^{1/2} \frac{\partial^2}{\partial \xi_j^2} (V_{01} + V_{02}) + O(\varepsilon^3 + \varepsilon^2 v)$, где λ — коэффициент Ламэ, ρ — температурный коэффициент объемного расширения, q — теплоемкость при отсутствии напряжений. При записи первого уравнения в (1.4) учтено, что при $v \rightarrow 0$ $\varepsilon_i = \frac{1}{3} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \simeq O(\varepsilon\tau_\Pi) \ll \varepsilon$.

Производные по времени в левых частях (1.4), (1.5) берутся при фиксированных ξ_j , t_ε , t_{μ_m} , а в правых $V_{0k}(\xi_j + (\lambda_j - \lambda_k)t, t_\varepsilon, t_{\mu_1}, t_{\mu_2}, t_v)$, $j \neq k$. Выбором зависимости V_{0j} от t_ε , t_{μ_m} , t_v необходимо устранить секулярные члены, возникающие при интегрировании (1.4), (1.5) по быстрому времени t . Для (1.4) процедура устранения секулярных членов стандартна [2], отделяя в правых частях (1.4) группы членов, не зависящие явно от t , и приравнивая их к нулю, получим

$$(1.6) \quad -\frac{\partial V_{0j}}{\partial t_\varepsilon} + \alpha_j V_{0j} \frac{\partial V_{0j}}{\partial \xi_j} = 0; \quad -\frac{\partial V_{0j}}{\partial t_{\mu_1}} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V_{0j}}{\partial \xi_j^2} = 0; \\ -\frac{\partial V_{0j}}{\partial t_{\mu_2}} + \frac{1}{2} \pi \frac{\partial^2 V_{0j}}{\partial \xi_j^2} = 0, \quad \alpha_j = \alpha_{jj}^j, \quad \alpha_j = (-1)^j \alpha = \\ = (-1)^j \frac{1}{4} \left(4 + \frac{\rho_0^2}{c_0^2} (E_{\rho\rho\rho} \rho_0) \right), \quad j = 1, 2.$$

Результат интегрирования (1.5) представим в виде

$$(1.7) \quad V_{1j}^{(v)} = \left[-\frac{\partial V_{0j}}{\partial t_v} + (-1)^j \left(\frac{\partial V_{0j}}{\partial \xi_j} - 3 \frac{\partial \psi (V_{0j})}{\partial \xi_j} \right) \right] t + (-1)^j \int_0^t \frac{\partial V_{0k}}{\partial \xi_j} dt - \\ - I_j^{(v)}(t, \xi_j, t_\varepsilon, t_{\mu_m}, t_v), \quad I_j^{(v)} = (-1)^j \int_0^t 3 \left(\frac{\partial \psi (V_{01} + V_{02})}{\partial \xi_j} - \frac{\partial \psi (V_{0j})}{\partial \xi_j} \right) dt, \\ j = 1, 2, \quad k \neq j.$$

Приравнивая к нулю линейные по t члены в правой части (1.7), имеем

$$(1.8) \quad \frac{\partial V_{0j}}{\partial t_v} + (-1)^{j+1} \left(\frac{\partial V_{0j}}{\partial \xi_j} - 3 \frac{\partial \psi (V_{0j})}{\partial \xi_j} \right) = 0, \quad -\lambda_j \frac{\partial \psi (V_{0j})}{\partial \xi_j} = -\frac{\psi (V_{0j}) - \frac{1}{3} V_{0j}}{\tau (V_{0j}, \psi (V_{0j}))}.$$

Уравнения (1.6), (1.8) обеспечивают необходимую зависимость решения V_{0j} от «медленных» переменных $t_\varepsilon, t_{\mu_m}, t_\nu$. Для того чтобы предлагаемая процедура давала равномерно пригодное приближение к решению точных уравнений (1.1) на больших временах, можно потребовать ограниченности интегралов $I_j^{(v)}(t)$ при $t \rightarrow \infty$. Из вида интегралов $I_j^{(v)}$ ясно, что это условие должно выполняться, по крайней мере, для достаточно быстро спадающих при стремлении $\xi_j \rightarrow \pm \infty$ решений V_{0j} .

Наиболее общим условием, которому должны удовлетворять интегралы $I_j^{(v)}$, чтобы рассматриваемая процедура имела смысл, является

$$(1.9) \quad |I_j^{(v)}| = O(1) \quad (j = 1, 2)$$

при $t \leq O[\min(\varepsilon^{-1}, \mu_m^{-1}, \nu^{-1})]$. Отличие предлагаемой процедуры от стандартной в МММ состоит в наличии условий (1.9), накладываемых на кинетику деформирования среды. Условия (1.9) не обеспечивают глобальной равномерной пригодности даже с учетом поправок только порядка $\varepsilon^2, \varepsilon \mu_m$ и $\varepsilon \nu$, однако на больших, хотя и ограниченных временах они достаточны для того, чтобы решения уравнений были близки к точным.

Проведем оценку интегралов $I_j^{(v)}$ для простейшей модели упруговязкой среды $\tau^{-1} = \tau_p^{-1} H(-\sigma_1 + \sigma_{1*})$ (H — функция Хэвисайда). После преобразований получим оценку, удовлетворяющую достаточному условию (1.9):

$$|I_j^{(v)}| \leq \left| \frac{1}{2} V_{0k \max} + \frac{\partial V_{0j}}{\partial \xi_j} \Delta t_j \right| = O(1), \quad j \neq k, \quad j, k = 1, 2,$$

где Δt_j — характерное время нагружения j -й волной, $\Delta t_j \simeq 1$ в единицах l_0/c_0 .

Уравнения (1.6) и первое из (1.8) удобно представить в виде одного уравнения. Учитывая, что V_{0j} не зависит явным образом от «быстрого» времени t , а при фиксированном ξ_j $\frac{\partial}{\partial t} = \varepsilon \frac{\partial}{\partial t_\varepsilon} + \mu_m \frac{\partial}{\partial t_{\mu_m}} + \nu \frac{\partial}{\partial t_\nu}$ из (1.6)

и (1.8) имеем

$$(1.10)$$

$$\frac{\partial V_{0j}}{\partial t} - (-1)^j \varepsilon \alpha V_{0j} \frac{\partial V_{0j}}{\partial \xi_j} = \frac{1}{2} (\mu_1 + \mu_2) \frac{\partial^2 V_{0j}}{\partial \xi_j^2} + (-1)^j \nu \left(\frac{\partial V_{0j}}{\partial \xi_j} - 3 \frac{\partial \Psi(V_{0j})}{\partial \xi_j} \right);$$

$$(1.11) \quad -\lambda_j \frac{\partial \Psi(V_{0j})}{\partial \xi_j} = -\frac{\Psi(V_{0j}) - \frac{1}{3} V_{0j}}{\tau(V_{0j}, \Psi(V_{0j}))}, \quad j = 1, 2.$$

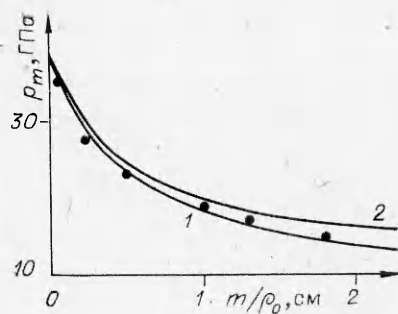
Таким образом, решение системы двух независимых уравнений (1.10) дает равномерно пригодное, по крайней мере на временах $t \leq O[\min(\varepsilon^{-1}, \mu_m^{-1}, \nu^{-1})]$, первое приближение к решению точной исходной системы уравнений.

2. Рассмотрим задачу о нормальном ударе по границе изотропного полупространства. Из однородности начального состояния среды следует равенство нулю функции V_{02} , отвечающей отрицательному собственному значению λ_2 , а отсутствие касательных напряжений исключает сдвиговые волны.

Для изучения волновых явлений в полупространстве необходимо (1.10) для V_{01} переписать в терминах краевой задачи с помощью замены $(t, x - \lambda_1 t)$ на $(x, t - x/\lambda_1)$. Уравнение для V_{01} представим в виде

$$(2.1) \quad \frac{\partial V_{01}}{\partial y} = \frac{1}{2} \varepsilon V_{01} \frac{\partial V_{01}}{\partial \xi} + \mu_1 \frac{\partial^2 V_{01}}{\partial \xi^2} + \nu \frac{\partial z}{\partial \xi}.$$

Здесь $\xi = \omega t - y$; $y = \omega m \alpha / \rho_0 c_0$; $m = \rho_0 x$ — массовая лагранжева координата; ω^{-1} — характерное время из граничного условия; $\varepsilon V_{01} = h \frac{1}{\omega}$



Р и с. 1

$+ u/c_0$; $h = p/\rho_0 c_0^2$, p — гидростатическое давление; $\varepsilon = p_{\max}/\rho_0 c_0^2$;

$$v = \frac{c_l^2 - c_0^2}{2\alpha c_0^2}; \quad u_1 = \left(\zeta + \frac{4}{3}\eta\right) \omega/2\rho_0 c_0^2;$$

$\alpha > 1$ — параметр из уравнения состояния; $\varepsilon v \alpha z = -S_1/\rho_0 c_0^2$; S_1 — компонента девиатора напряжений, приведенного к главным осям. Учитывая, что в данном случае $\varepsilon V_{02} = h - u/c_0 \approx 0$ с точностью до членов порядка $O(\varepsilon^2 + \varepsilon \mu_m + \varepsilon v)$, можно в (2.1) положить $\varepsilon V_{01} \approx 2h$. Кинетическое уравнение для z имеет вид

$$(2.2) \quad \varepsilon \frac{\partial z}{\partial \xi} = 2 \frac{\partial h}{\partial \xi} + \varepsilon \varphi(h, z)$$

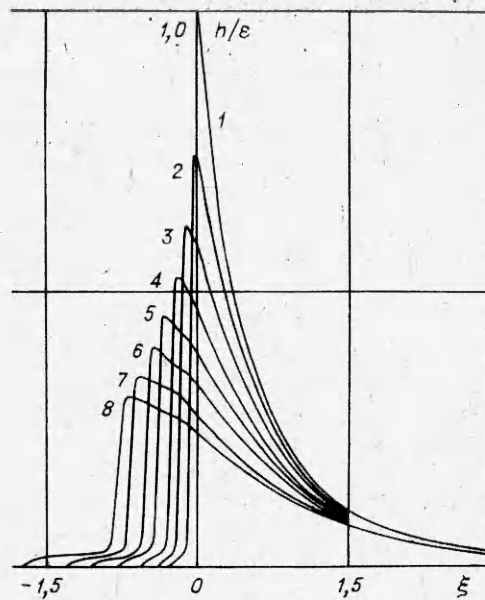
(φ — функция релаксации). Для максвелловской модели упруговязкой среды $\varphi = -z/\tau(h, z)$. Для модели идеальной упругопластической среды уравнение (2.2) запишем как

$$(2.3) \quad \frac{1}{2} \varepsilon \frac{\partial z}{\partial \xi} = \frac{\partial h}{\partial \xi} H(h_s - h), \quad \xi \leq \xi_m; \quad \frac{1}{2} \varepsilon \frac{\partial z}{\partial \xi} = \frac{\partial h}{\partial \xi} H(h - h_m + 2h_s), \quad \xi > \xi_m$$

где H — функция Хэвисайда; h_m — максимальное давление в профиле волны (ему соответствует координата ξ_m); $h_s = -\sigma_{1s}/\rho_0 c_l^2$, σ_{1s} — предел упругости на адиабате Гюгонио; первое уравнение соответствует процессу нагрузки, второе — процессу разгрузки. Нетрудно проверить, что для упруговязкой среды с $\tau^{-1} = \tau_n^{-1} H(-\sigma_1 + \sigma_{1s})$ при надлежащем выборе $\tau_n \ll 1$ из (2.2) следует первое уравнение (2.3) с точностью до членов порядка $O(\varepsilon \tau_n)$.

Представляет интерес сравнение результатов численного решения точных исходных уравнений течения среды с решениями приближенного уравнения (2.1). Разберем задачу об эволюции волны сжатия в железе при контактном взрыве слоя ВВ (без учета фазового перехода) на основе (2.1), (2.3), аналогичная задача с численным решением точной исходной системы уравнений течения идеальной упругопластической среды рассмотрена в [8]. Уравнение состояния $E = (p - c_l^2(\rho - \rho_0))/(n - 1)\rho$ приводит к $\alpha = (n + 1)/2$, исходные параметры для железа: $n = 5,5$, $h_s = 0,00571$, толщина слоя ВВ ТГ 50/50 1,68 см. Малые параметры задачи: $\varepsilon = p'_m/\rho_0 c_0^2 = 0,32$ (p'_m — давление при распаде разрыва на контактной границе); $v = 0,141$; величина $\mu_1 = 0,0032$ выбрана из соображений устойчивости численного решения. Граничное условие $h(0, t)$ соответствует аналитическому решению задачи об отражении детонационной волны от деформируемой стенки [9].

Численное решение (2.1), (2.3) проводилось методом [10], результаты представлены на рис. 1 и 2. На рис. 1 показана зависимость амплитуды ударной волны от расстояния, кривая 1 — упругопластическая среда,



Р и с. 2

2 — гидродинамическое приближение ($\nu = 0$); видно удовлетворительное согласие с результатами численного решения точной системы уравнений (точки), полученными в [8]. Гидродинамическое приближение, как и следовало ожидать, дает завышенное значение амплитуды давления. Это связано с тем, что, несмотря на малость амплитуды упругой разгрузки по сравнению с амплитудой волны, она оказывает существенное влияние на профиль волны (рис. 2). На рис. 2 также хорошо видна динамика образования и эволюция упругого предвестника и упругой разгрузки при расстояниях от границы $xy = 0$; 0,206; 0,488; 0,862; 1,33; 1,9; 2,55; 3,3 — линии 1—8.

Авторы выражают благодарность Э. И. Андрианкину за поддержку исследований и обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. — М.: Наука, 1966.
2. Лейбович С., Сибасс А. Примеры диссипативных и диспергирующих систем. — В кн.: Нелинейные волны. М.: Мир, 1977.
3. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. — М.: Мир, 1977.
4. Андрианкин Э. И., Малкин А. И. К теории распространения нелинейных волн. — В кн.: Горение и взрыв в Космосе и на Земле. М.: ВАГО, 1980.
5. Энгельбрехт Ю. К., Нигул У. К. Нелинейные волны деформации. — М.: Наука, 1981.
6. Годунов С. К. Элементы механики сплошной среды. — М.: Наука, 1978.
7. Годунов С. К., Роменский Е. И. Нестационарные уравнения нелинейной теории упругости в эйлеровых координатах. — ПМТФ, 1972, № 6.
8. Дерibas А. А., Нестеренко В. Ф. и др. Исследование процесса затухания ударных волн в металлах при нагружении контактным взрывом. — ФГВ, 1979, № 2.
9. Физика взрыва/Под ред. К. П. Станюковича. — М.: Наука, 1975.
10. Jain P. C., Kadalbajoo M. K. Invariant embedding method for the solution of coupled Burgers' equations. — J. Math. Anal. and Appl., 1979, v. 72, N 1.

Поступила 26/VII 1985 г.

УДК 533.95

КИНЕТИКА ИОНОВ И НЕЙТРАЛОВ В РАЗРЯДЕ НИЗКОГО ДАВЛЕНИЯ С ЗАМКНУТЫМ ХОЛЛОВСКИМ ТОКОМ

В. К. Калашиников, Ю. В. Саночкин

(Москва)

Рассмотрение кинетики тяжелых частиц в реальных ограниченных системах представляет значительный интерес для многих задач физики плазмы. Можно отметить ряд работ, посвященных кинетике нейтралов вблизи стенки термоядерного реактора (см., например, [1, 2]). Вопрос о кинетике тяжелых частиц возникает при изучении пограничного слоя между плотной холодной полностью ионизованной плазмой и отрицательным электродом [3]. Поскольку в указанных примерах функция распределения нейтралов около ограничивающей стенки пространственно неоднородная, встает вопрос о ее влиянии на функцию распределения ионов и, в частности, на перенос ионов в собственном газе. Рассмотрение баланса и динамики тяжелых частиц важно также для разряда низкого давления с замкнутым холловским током, используемого для генерации интенсивных потоков ускоренных ионов [4]. В этом случае нельзя ограничиться изучением только одного компонента тяжелых частиц. Кинетика нейтралов и ионов в ускорителях плазмы с замкнутым дрейфом исследовалась в [5, 6], причем учитывался только процесс ионизации (численно интегрировалась система кинетических уравнений тяжелых компонентов плазмы). Однако в указанных работах не учитывалось взаимодействие ионов и нейтралов, которое при определенных условиях может играть существенную роль [7].

Цель данной работы — изучение кинетики тяжелых частиц в разряде низкого давления с замкнутым дрейфом замагниченных электронов с учетом выгорания нейтрального компонента вследствие ионизации электронным ударом и столкновений между ионами и нейтралами.

При рассмотрении динамики тяжелых компонентов упругие столкновения с электронами можно не учитывать. Как будет показано ниже, в дан-