

ЛИТЕРАТУРА

1. Бовт А. Н., Мясников К. В., Николаевский В. Н., Шурыгин Е. А. Камуфлетный взрыв в пористой среде // ПМТФ.— 1981.— № 6.
2. Бовт А. Н., Коненков К. С., Мусинов В. И. и др. Изменение фильтрационных свойств насыщенного коллектора при камуфлетном взрыве // ПМТФ.— 1981.— № 5.
3. Бовт А. Н., Кобец В. И., Масленников А. М. и др. О напряженном состоянии сценментированной пористой среды при камуфлетном взрыве // ПМТФ.— 1980.— № 3.
4. Кадет В. В., Ловецкий Е. Е., Селяков В. И., Сироткин В. К. Влияние камуфлетного взрыва на фильтрационные характеристики хрупкой среды // ПМТФ.— 1981.— № 1.
5. Николаевский В. Н., Басниев К. С., Горбунов А. Т. и др. Механика насыщенных пористых сред.— М.: Недра, 1970.
6. Мarmorштейн Л. М. Коллекторские и экранирующие свойства осадочных пород при различных гидродинамических условиях.— Л.: Наука, 1975.— Т. 180.
7. Кречетова Т. Н., Ромм Е. С. Об использовании нелинейной упругой трещинно-капиллярной модели пористой среды для изучения влияния давления на физические свойства пород-коллекторов нефти и газа // Вопросы нелинейной геофизики.— М.: ВНИИИТГ, 1981.
8. Дунин С. З., Сурков В. В. Уравнения состояния газонасыщенных сред // Изв. АН СССР. Физика Земли.— 1978.— № 11.
9. Бовт А. Н., Васильев А. В., Ловецкий Е. Е. и др. Характер разрушения и фильтрационных свойств пористой газонасыщенной среды после проведения камуфлетного взрыва // ПМТФ.— 1987.— № 2.

2. Москва

Поступила 15/1 1988 г.,
в окончательном варианте — 16/VI 1989 г.

УДК 532.5.522

А. А. Шутов

ФОРМА НЕСЖИМАЕМОЙ СЛАБОПРОВОДЯЩЕЙ СТРУИ В СИЛЬНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Исследования формирования струй в электрическом поле носят преимущественно экспериментальный характер. Систематическое изучение закономерностей генерации струй различных жидкостей в электростатическом поле проведено в [1], где пайдено ряд эмпирических условий на межэлектродное напряжение и напор жидкости, при которых поток капель переходит в непрерывное струйное течение. Для жидкостей в широком диапазоне по вязкости, проводимости, поверхностному натяжению (водоглицериновые смеси, солевые растворы, органические, неорганические масла и т. и.) в [2] исследовалось влияние напряженности поля и расхода жидкости на длину сплошной части струи, в [3] — влияние проводимости на распадную длину струи. Большое количество работ посвящено тонкому распылению заряженных струйных потоков. Например, в [4] струи плохопроводящих криогенных жидкостей рассматривались в связи с возможностью получения шаровых микроишней контролируемых размеров для лазерного термоядерного синтеза. В [5, 6] экспериментально изучалось образование микроволокон из полимерных растворов и расплавов в электрическом поле.

Предполагается, что исследуемые далее жидкости обладают ионной проводимостью с характерным электрическим параметром времени, меньшим характерного времени истечения жидкости из капилляра. Из-за малого времени релаксации в непосредственной близости от эмиттирующего жидкость электрода заряд оттекает к поверхности струи. Вытягивающие электрические силы обусловлены взаимодействием внешнего поля с поверхностными инжектированными зарядами, взаимным отталкиванием последних, поляризационными взаимодействиями. Для тонкого слабоспадающего струйного профиля поляризационные силы малы, объемные электрические силы отсутствуют, взаимодействие электрических и гидродинамических полей осуществляется через границу струи. Рассматриваются сильные электростатические поля, для которых мощность поля, связанная с переносом заряда UI , превышает начальную мощность гидродинамического потока $\rho Q^3/2\pi^2 r_0^4$, т. е. в условиях, когда параметр $\delta = \rho Q^3/2\pi^2 UI r_0^4 \ll 1$ (I — ток, переносимый струей, U — разность потенциалов исследуемого интервала координат, ρ , Q — плотность и объемный расход жидкости, r_0 — начальный радиус струи). Это обстоятельство позволяет опустить начальные условия генерации струи у инжектирующего жидкость электрода. В [7] проанализирована роль поверхностного натяжения, взаимного отталкивания поверхностных зарядов, взаимодействия поляризационных зарядов. Эти силы дают малый вклад в скорость и зависимость радиуса от продольной координаты, здесь на них останавливаться не будем.

1. Постановка задачи. Рассмотрим прямолинейное движение струи в цилиндрической системе координат r, z . Ось z совпадает с осью симметрии круглой струи, плоскость $z = 0$ проходит через торцевой срез капилляра. Решение гидродинамических уравнений для скорости V и давления p ищется в виде

$$(1.1) \quad V_z = \sum_0 a_n(z) r^n, \quad p = \sum_0 p_n(z) r^n,$$

где коэффициенты a_n, p_n являются функциями только z . Величины, имеющие размерность длины, нормируются на r_0 , в качестве масштабов скорости и давления приняты соответственно $Q/\pi r_0^2$ и $\rho Q^2/\pi^2 r_0^4$. Используя связь V_r и V_z через уравнение непрерывности, получим для радиальной скорости

$$V_r = - \sum_0 a'_n(z) \frac{r^{n+1}}{n+2}$$

(штрихом обозначается дифференцирование по z). Подставляя скорости и давление в стационарные уравнения Навье — Стокса, находим, что нечетные степени в разложениях (1.1) отсутствуют. Далее ограничимся в рядах (1.1) слагаемыми до четвертого порядка по r :

$$(1.2) \quad V_z = a_0 + a_2 r^2 + a_4 r^4, \quad V_r = -r \left(\frac{1}{2} a'_0 + \frac{1}{4} a'_2 r^2 + \frac{1}{6} a'_4 r^4 \right),$$

$$p = p_0 + p_2 r^2 + p_4 r^4.$$

Приравнивая члены при одинаковых степенях r в уравнениях Навье — Стокса, получим

$$(1.3) \quad r^0: a_0 a'_0 = -p'_0 + \frac{1}{\text{Re}} (a''_0 + 4a_2);$$

$$(1.4) \quad r^1: \frac{1}{4} a_0'^2 - \frac{1}{2} a_0 a''_0 = -2p_2 - \frac{1}{\text{Re}} \left(2a_2' + \frac{1}{2} a_0''' \right);$$

$$(1.5) \quad r^2: a_0 a'_2 = -p_2' + \frac{1}{\text{Re}} (a_2' + 16a_4).$$

Здесь $\text{Re} = \rho Q/\pi r_0 \mu$; μ — вязкость жидкости. В соответствии с выбранным разложением скоростей имеем для функции тока $\psi = \sum a_n(z) r^{n+2}/(n+2)$. Ограничиваясь слагаемыми до четвертого порядка по r , находим из условия постоянства ψ на поверхности струи соотношение

$$(1.6) \quad a_0 f^2 = C - (1/2) a_2 f^4,$$

где $r = f(z)$ — форма струи в цилиндрических координатах, а константа $C = 1$ определяется из условия сохранения расхода. Для граничной линии тока из (1.6) имеем

$$(1.7) \quad V_z f^2(z) = 1 + (1/2) a_2 f^4(z).$$

Бесконечная система дифференциальных уравнений, начальным фрагментом которой являются соотношения (1.3)—(1.5), такова, что в любом подряд взятом количестве уравнений в порядке возрастания степеней r число неизвестных на два превышает количество уравнений. Присоединив к (1.3)—(1.5) условия для нормального и касательного натяжений на граничной линии тока и равенство (1.6), получим замкнутую по числу переменных систему.

2. Струя в однородном электрическом поле. Накачка заряда в струю происходит на эмиттирующей жидкости электроде. Вследствие малого времени релаксации $\tau = \epsilon \epsilon_0 / \lambda$ (ϵ — диэлектрическая проницаемость, λ — проводимость) перенос заряда осуществляется вдоль граничной линии тока. Пренебрегая омическим током, для сохраняющегося электрического поверхностного тока запишем

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\sigma \frac{\partial \psi}{\partial t} \frac{\Delta A}{\Delta t}}{\Delta t} = \sigma 2\pi f V_r.$$

Здесь учтен вклад только конвективного переноса зарядов; $V_\tau = V_z \sqrt{1 + f'^2}$ — скорость граничной линии тока; Δl — длина дуги боковой поверхности между близкими поперечными сечениями струи. Опуская слагаемые, содержащие f'^2 и f^4 , вклад которых в решение будет оценен ниже, и используя (1.7), имеем для поверхностной плотности заряда

$$(2.1) \quad \sigma = If(z)/2Q.$$

Касательная часть электрического тензора натяжений при условии малости искажений внешнего однородного поля напряженности E равна $T_\tau = \sigma E$ [8]. Обезразмеренное равенство касательных натяжений на границе струи запишем в виде

$$(2.2) \quad 2a_2 - \frac{1}{2}a_0'' - \frac{1}{4}a_2''f^2 = \frac{1}{4}\frac{\text{Re}}{s}$$

($s = \rho Q^3/2\pi^2 IE r_0^5$). Нормальные электрические силы малы, поэтому для нормальных натяжений получаем

$$(2.3) \quad -p_0 = p_2 f^2 + \frac{1}{\text{Re}} \left(a_0' + \frac{3}{2} a_2' f^2 \right).$$

В шести соотношениях (1.3)–(1.6), (2.2), (2.3) определению подлежат шесть переменных $a_0, a_2, a_4, p_0, p_2, f$. Решение ищется в области, где для искомой зависимости радиуса струи $f(z)$ имеет место $f'(z) \ll 1$. Полагая, что $a_{2n} \gg a_{2n+2}$ и $a_2(z) = \text{const} + o(z)$, т. е. разложение a_2 начинается с константы, можем в (2.2) опустить слагаемое $a_2''f^2$. Интегрируя (1.3) с учетом (2.2), находим

$$(2.4) \quad \frac{a_0^2}{2} = -p_0 + \frac{1}{2s}z + \frac{2a_0'}{\text{Re}} + \text{const}.$$

Второе слагаемое в давлении получаем из (1.4) и (2.2)

$$(2.5) \quad p_2 = - \left(\frac{1}{8} a_0'^2 - \frac{1}{4} a_0 a_0'' \right) - \frac{a_0'''}{2\text{Re}}.$$

Подстановка (2.1), (2.3), (2.5) в (2.4) дает следующее уравнение для a_0 :

$$\frac{a_0^2}{2} = \frac{z}{2s} + \text{const} + \frac{3a_0'}{\text{Re}} - \left(\frac{1}{8} a_0'^2 - \frac{1}{4} a_0 a_0'' \right) f^2 - \frac{a_0'''}{8\text{Re}}.$$

Используя малость a_0' по сравнению с a_0 , запишем

$$(2.6) \quad a_0 = \sqrt{z/s + \text{const}}.$$

По форме это выражение идентично формуле для скорости струи в однородном гравитационном поле, однако роль ускорения силы тяжести здесь играет величина $IE/\rho Q$. Поправки к скоростям и давлениям, имеющие больший порядок малости по z , вычисляются с помощью (2.6).

Учитывая, что в рассматриваемой области z имеет место $a_0^2 \gg a_2$, из (1.6) выводим зависимость $f(z)$:

$$f^2(z) = \frac{1}{a_0} - \frac{1}{2} \frac{a_2}{a_0^3}.$$

Константу в (2.6) можно найти из сшивки полученного решения с решением у капилляра, однако в приближении сильного поля ее можно опустить. Форма и коэффициенты разложения скоростей в размерном виде определяются выражениями

$$(2.7) \quad f(z) = (\rho Q^3/2\pi^2 IE z)^{1/4}, \quad a_0 = \sqrt{2IEz/\rho Q}, \quad a_2 = IE/4\mu Q,$$

а давление находится из (2.3), (2.5). Как и следовало ожидать, форма и скорость в сильном поле не содержат зависимости от начальных скоростей и радиуса струи.

С помощью (2.7) проведем оценку слагаемых, опущенных на различных стадиях вычислений. При получении (2.4) пренебрегали членами f'^2 и $(1/2)a_z f^4$ в выражении (1.7), которые равны соответственно $f^2/16z^2$ и $\text{Re}r_0/16z$. Отношения слагаемых в скорости V_z имеют значения: $a_4 f^4/a_0 = \frac{3}{256} \text{Re} \frac{r_0 f^2}{z^3} + \frac{495}{16384} \frac{f^4}{z^4}$, $a_2 f^2/a_0 = \frac{\text{Re} r_0}{8z}$. Выбирая наибольшие из приведенных, получим условия на область существования найденного решения

$$(2.8) \quad (\text{Re}/8)(r_0/z) \ll 1;$$

$$(2.9) \quad f/z \ll 1.$$

Первое ограничение накладывается на вязкость жидкости, второе — на величину поля.

Вязкое поле скоростей существенно в этой задаче как среда, передающая воздействие от поверхностных электрических сил в объемную кинетическую энергию. Несмотря на то что найденное решение не существует при $\mu = 0$, имеется область z , определяемая условием (2.8), в которой вязкостными поправками в скорость и форму можно пренебречь. В этом случае энергия электрического поля передается в кинетическую энергию практически без диссипации в поле вязких натяжений.

Форма струи в однородном электрическом поле экспериментально исследовалась по схеме из [7]. Зазор между электродами плоскопараллельного конденсатора 40 мм, радиус капилляра $r_0 = 0,44$ мм. На рис. 1 приведены экспериментальные точки зависимости радиуса струи от z . Приняты следующие обозначения жидкостей на графике: кружок — глицерин (ГЛ), $\rho = 1,26$ г/см³, $\mu = 13$ Пз, квадрат — циклогексанол (ЦГЛ), $\rho = 0,96$, $\mu = 0,55$, треугольник — диметилфталат (ДМФ), $\rho = 1,19$, $\mu = 0,16$, ромб — дибутилфталат (ДБФ), $\rho = 1,04$, $\mu = 0,21$. Прямые соответствуют формуле (2.7): 1 — ДБФ, $Q = 6 \cdot 10^{-2}$ см³/с, $E = 7,5 \cdot 10^5$ В/м, $I = 0,335 \cdot 10^{-7}$ А; ДМФ, $Q = 10,8 \cdot 10^{-2}$, $E = 7,5 \cdot 10^5$, $I = 2,32 \cdot 10^{-7}$; 2 — ДМФ, $Q = 5,55 \cdot 10^{-2}$, $E = 7,5 \cdot 10^5$, $I = 1,57 \cdot 10^{-7}$; ЦГЛ, $Q = 4,93 \cdot 10^{-2}$, $E = 5,75 \cdot 10^5$, $I = 1,42 \cdot 10^{-7}$; 3 — ЦГЛ, $Q = 2,5 \cdot 10^{-2}$, $E = 9,5 \cdot 10^5$, $I = 1,42 \cdot 10^{-7}$; ГЛ, $Q = 1,62 \cdot 10^{-2}$, $E = 5,88 \cdot 10^5$, $I = 0,865 \cdot 10^{-7}$; 4 — ЦГЛ, $Q = 6,4 \cdot 10^{-3}$, $E = 7,5 \cdot 10^5$, $I = 0,69 \cdot 10^{-7}$; ГЛ, $Q = 5,88 \cdot 10^{-3}$, $E = 7,43 \cdot 10^5$, $I = 0,69 \cdot 10^{-7}$.

Величина $\text{Re}/8$ меняется в данных экспериментах от $5 \cdot 10^{-4}$ до 0,7. В неравенстве $z \gg s^{4/5} r_0$, эквивалентном условию (2.9), параметр $s^{4/5}$ не превышал 0,5. Значит, в соответствии с (2.8), (2.9) при $z \gg 0,7 r_0$ в данных опытах можно ожидать выхода формы струи на зависимость (2.7). Реально это происходит при $z \sim (20-30)r_0$ вследствие того, что имеется достаточно протяженная зона вблизи капилляра, в которой механизм вытяжки струи отличается от рассмотренного. Видно также, что на зависимость (2.7) быстрее выходят струи с меньшими Re , согласно (2.8).

3. Струя в неоднородном электрическом поле. Условие (2.8), при выполнении которого вязкость не дает вклада в главные слагаемые скоростей и зависимости радиуса струи от продольной координаты, позволяет проинтегрировать уравнения движения в произвольном электростатическом поле. Полагая, как и раньше, что разгон струи обусловлен касательным к границе струи взаимодействием электрического поля с поверхностным зарядом, запишем уравнения квазиодномерного приближения в виде [7]

$$(3.1) \quad \frac{d}{dz} \rho Q V_z - \frac{IE}{V_z} = \rho g S;$$

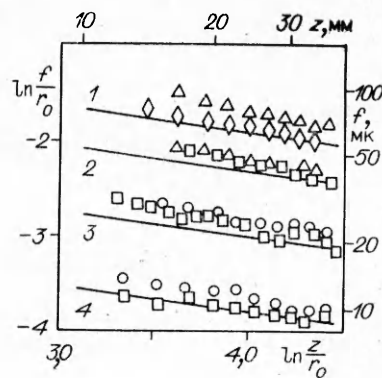
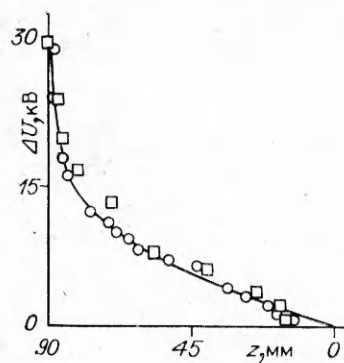
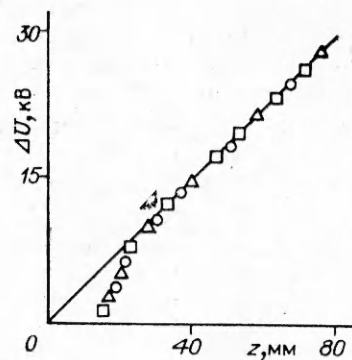


Рис. 1



Р и с. 2



Р и с. 3

$$(3.2) \quad V_z S = Q;$$

$$(3.3) \quad V_r = -\frac{r}{2} \frac{dV_z}{dz}.$$

Здесь продольная скорость V_z является функцией только z ; S — площадь поперечного сечения струи. Соотношение (3.2) — усредненное по сечению струи уравнение непрерывности, уравнение связи (3.3) служит для определения радиальной скорости. Интегрируя (3.4)–(3.3) и учитывая $E = -\nabla U$, получим $\rho Q (V_z^2(z) - V_z^2(z_0))/2 = I(U(z_0) - U(z)) + g(z - z_0)\rho Q(z_0 - \text{точка отсчета потенциала})$. Отдельные слагаемые найденного соотношения представляют собой мощности гидродинамического потока, электрического поля и поля сил тяжести. Имеем для потенциала

$$(3.4) \quad U(z) = U(z_0) + \frac{\rho Q^3}{2\pi^2 I r^4(z_0)} \left(1 - \frac{r^4(z_0)}{r^4(z)}\right) + \frac{\rho g Q}{I} (z - z_0).$$

В соответствии с формулой (3.4) экспериментально определялось распределение потенциала на оси системы электродов плоскость — гиперболоид вращения с использованием струй глицерина. Через отверстие в центре верхнего плоского металлического горизонтального электрода, расположенного на расстоянии $b = 91$ мм от вершины гиперboloида с фокусным расстоянием $c = 91,425$ мм, впрыскивался глицерин. Уравнение гиперboloида $z^2/b^2 = 1 + r^2/(c^2 - b^2)$, координата z отсчитывалась от плоского электрода, $z_0 = 0$. На верхний электрод подавалось напряжение $U_0 = 30$ кВ, гиперboloид заземлялся. Теоретическое распределение потенциала на оси указанной системы электродов задается формулой [9]

$$(3.5) \quad U(z) = U_0 - U_0 \ln \frac{c+z}{c-z} / \ln \frac{c+b}{c-b}.$$

На рис. 2 приведены экспериментальные данные зависимости $\Delta U = U(z_0) - U(z)$ от координаты z по формуле (3.4) и теоретическая кривая, отвечающая (3.5). На графике точки, обозначаемые кружком, соответствуют струе с $Q = 1,89 \cdot 10^{-2}$ см³/с, $I = 0,58 \cdot 10^{-7}$ А, для квадратов $Q = 2,2 \cdot 10^{-2}$, $I = 0,63 \cdot 10^{-7}$.

Аналогичная зависимость в однородном поле с восьмисантиметровым межэлектродным расстоянием показана на рис. 3: для глицериновых струй $s = 0,186$ (кружки), $0,181$ (квадраты), $0,196$ (треугольники).

Электрические ускорения $IE/\rho Q$ для струй, приведенных на рис. 1–3, изменялись от 30g для ДБФ до 900g для ГЛ и ЦГЛ (g — ускорение силы тяжести).

Автор признателен Н. Н. Супруну за помощь в выполнении экспериментов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Zeleny J. Instability of electrified liquid surfaces // Phys. Rev.— 1917.— V. 10, N 1.
2. Taylor G. I. Electrically driven jets // Proc. Roy. Soc. London.— 1969.— V. A313.— P. 453.
3. Horning D. W., Hendrics C. D. Study of an electrically driven jet // J. Appl. Phys.— 1979.— V. 50, N 4.
4. Kim K., Turnbull R. J. Generation of charged drops of insulating liquids by electrostatic spraying // J. Appl. Phys.— 1976.— V. 17, N 5.
5. Baumgarten P. K. Electrostatic spinning of acrylic microfibers // J. Colloid Interface Sci.— 1971.— V. 36, N 1.
6. Larrondo L., Menley R. S. J. Electrostatic fiber spinning from polymer melts // J. Polym. Sci.: Polym. Phys.— 1981.— V. 19, N 6.
7. Кириченко В. Н., Петрянов И. В., Супрун Н. Н., Шутков А. А. Асимптотический радиус слабопроводящей жидкой струи в электрическом поле // ДАН СССР.— 1986.— Т. 289, № 4.
8. Тамм И. Е. Основы теории электричества.— М.: Наука, 1976.
9. Миролюбов Н. Н., Костенко М. В., Левинштейн М. Л., Тиходеев Н. Н. Методы расчета электростатических полей.— М.: Высш. шк., 1963.

г. Обнинск

Поступила 15/VIII 1988 г.,
в окончательном варианте — 17/X 1989 г.

УДК 538.4

В. И. Хоничев

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ТЕЛА, ДВИЖУЩЕГОСЯ В ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ПОД ВЛИЯНИЕМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СИЛ

В [1] рассматривается модельная задача о приведении в движение шара, помещенного в проводящую жидкость, электромагнитным полем, индуцированным в этой жидкости магнитным диполем $\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 e^{i\omega t}$, смещенным относительно центра шара. Анализ проводится в стоксовом приближении, причем исследуется силовое воздействие на жидкость лишь той части силового поля, которая ответственна за приведение шара в движение, а именно силы

$$(1) \quad \mathbf{f} = \frac{45}{4\pi} \varepsilon \frac{H_0^2}{\delta} \left(\frac{a}{r} \right)^2 e^{-2(r-a)/\delta} \sin^2 \vartheta \cos \vartheta \mathbf{e}_r.$$

Здесь $\varepsilon = d/a$; d — расстояние диполя $\mathbf{m}$ от центра шара; a — радиус шара; $\delta = \sqrt{c^2/2\pi\sigma\omega}$ — толщина скин-слоя; σ — проводимость жидкости; $H_0 = m_0/a^3$ — характерная напряженность магнитного поля; рассмотрение ведется в сферической системе координат (r, ϑ, φ) .

Прямым решением (технически довольно трудоемким) стоксовых уравнений удастся найти скорость движения шара

$$(2) \quad U_\infty \simeq \varepsilon \left(\frac{\delta}{a} \right)^2 \frac{3aH_0^2}{8\pi\rho\nu}.$$

В настоящей работе получено общее соотношение для определения скорости тела, приводимого в движение за счет объемных электромагнитных сил, распределенных вне тела.

Найденные соотношения справедливы при следующих предположениях: 1) число Рейнольдса $Re \ll 1$ (стоксово обтекание); 2) распределение объемных сил не зависит от поля скоростей, что при выполнении (1) возможно, если $E_0 \gg U_0 H_0/c$ (E_0 , H_0 — характерные напряженности электрического и магнитного полей, U_0 — характерная скорость течения).

Система уравнений, описывающая стационарное движение жидкости в системе координат, связанной с телом, имеет вид

$$(3) \quad (\nu \nabla) \mathbf{u} + (1/\rho) \nabla p = (1/\rho) \mathbf{f} + \nu \Delta \mathbf{u}, \quad \operatorname{div} \mathbf{u} = 0.$$