тонкой области вблизи поверхности, профили плотности ρ_s подобны профилям $1/T$ согласно (5.2).

Полученные асимптотические решения подтверждают и дополняют численные результаты.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Стулов В. П.** Об уравнениях ламинарного пограничного слоя в двухфазной среде // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1979.— № 1.
2. **Осипцов А. Н.** О структуре ламинарного пограничного слоя дисперсной смеси на плоской пластине // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1980.— № 4.
3. **Дейч М. Е., Филиппов Г. А.** Газодинамика двухфазных сред.— М.: Энергоиздат, 1981.
4. **Осипцов А. Н.** Пограничный слой на затупленном теле в потоке запыленного газа // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1985.— № 5.
5. **Пейгин С. В.** Гиперзвуковой пространственный вязкий ударный слой в двухфазном потоке // ПММ.— 1984.— Вып. 2.
6. **Марбл Ф.** Динамика запыленных газов // Механика.— 1971.— № 6.
7. **Коул Дж.** Методы возмущений в прикладной математике.— М.: Мир, 1972.
8. **Петухов И. В.** Численный расчет двумерных течений в пограничном слое // Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы.— М.: Наука, 1964.
9. **Волощук В. М.** Введение в гидродинамику грубодисперсных аэрозолей.— Л.: Гидрометеоиздат, 1971.
10. **Нигматулин Р. И.** Основы механики гетерогенных сред.— М.: Наука, 1974.
11. **Шлихтинг Г.** Теория пограничного слоя.— М.: Наука, 1969.

Поступила 27/IV 1987 г.

УДК 621.01; 621.822.76

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ УИППЛА ГАЗОВОЙ СМАЗКИ ПРИ БОЛЬШИХ ЧИСЛАХ СЖИМАЕМОСТИ

А. Н. Бурмистров, В. П. Ковалев

(*Жуковский*)

Широкое применение в технике находят газодинамические опоры, позволяющие без специального наддува газа обеспечивать достаточную несущую способность. Поток газа через рабочий зазор создается путем профилирования части поверхности, прилегающей к одной из границ. Оставшаяся часть поверхности гладкая.

В предположении, что плотность канавок на профилированной части велика, при расчете можно пользоваться уравнением для осредненного давления [1]. Это уравнение в частных производных эллиптического типа, и для него ставится первая краевая задача. Однако решение обладает некоторыми свойствами, характерными для уравнений гиперболического типа, поскольку из физических соображений понятно, что расход должен в основном определяться профилированной частью.

Настоящая работа посвящена выяснению того, каким образом формируется поток газа через рабочий зазор и как влияют параметры канавок на распределение давления и нагрузки. Строится асимптотическое по параметру сжимаемости Λ ($\Lambda \to \infty$) решение. Расход газа в пределе при $\Lambda \to \infty$ полностью определяется параметрами канавок на входной границе и имеет в изотермическом случае порядок Λ; давление в профилированной области порядка единицы. На гладкой части давление порядка $\Lambda^{1/2}$. Приведено сравнение несущей способности, полученной из асимптотического решения, с определенной путем прямого численного решения исходной задачи для сферической опоры.

1. Рассматривается течение газа в тонком рабочем зазоре подшипника скольжения (рис. 1), внешняя поверхность которого вращается вокруг оси симметрии подшипника с угловой скоростью ω. Стационарное уравнение для давления в тонком слое газа (уравнение Рейнольдса) при политропическом процессе имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial x'^1}\left(q'^1\sqrt{g'}\right)+\frac{\partial}{\partial x'^2}\left(q'^2\sqrt{g'}\right)=0,$$

$$q'^i=\frac{U_i'^i}{\sqrt{g'_{ii}}}h'p'^{1/\varkappa}-\frac{h'^3}{12\mu}p'^{1/\varkappa}\frac{\partial p'}{\partial x'^k}g'^{ik},\quad i,k=1,\ 2$$

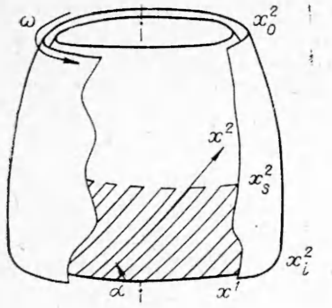

Рис. 1

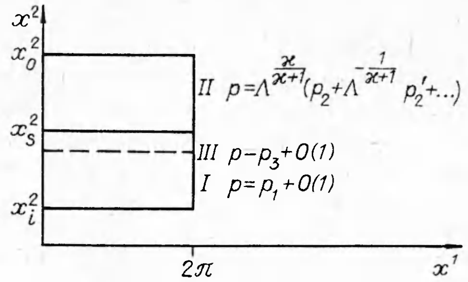

Рис. 2

(суммирование по k). Здесь $\varkappa \geqslant 1$ — показатель политропы; $U_f'^i$ — физические компоненты вектора локальной скорости качения (полусуммы скоростей поверхностей); h' — толщина пленки; p' — давление; x'^1 и x'^2 — криволинейные координаты, определяющие положение точки на поверхностях, разделенных рабочим зазором; g'^{ik} и g'_{ik} — компоненты метрического тензора в криволинейных координатах, связанных с одной из поверхностей $(g' = g'_{11}g'_{22} - g'^2_{12})$; μ — динамический коэффициент вязкости. Введем характерные масштабы p_a, h_0, L_0, U_0 соответственно для давления, толщины, длины и скорости, а также масштабы L_1, L_2 для координат x'^1 и x'^2. Перейдем к безразмерным переменным по формулам $x'^1 = x^1L_1$, $x'^2 = x^2L_2$, $p' = pp_a$, $h' = hh_0$, $U_f'^i = U_f^iU_0$, $ds' = dsL_0$ (ds' — дифференциал размерной длины). В этих переменных исходное уравнение

$$(1.1)\qquad \frac{\partial}{\partial x^1}(q^1\sqrt{g}) + \frac{\partial}{\partial x^2}(q^2\sqrt{g}) = 0,$$

$$q^i = \Lambda\frac{U_f^i}{\sqrt{g_{ii}}}hp^{1/\varkappa} - h^3p^{1/\varkappa}\frac{\partial p}{\partial x^k}g^{ik},$$

где $g_{ik} = \dfrac{L_iL_k}{L_0^2}g'_{ik}$, $g^{ik} = \dfrac{L_0^2}{L_iL_k}g'^{ik}$; $g = g_{11}g_{22} - g_{12}^2$; $\Lambda = 12\mu L_0U_0/(h_0^2p_a)$ — число сжимаемости.

Для увеличения давления в зазоре часть одной из поверхностей профилируют, создавая на ней канавки. Часть поверхности, занятой канавками, на рис. 1 заштрихована. Предположим, что канавки выполнены на внутренней (неподвижной) поверхности. В [1] асимптотическим методом двухмасштабных разложений, аналогичным методу [2], получено уравнение Уиппла для осредненного по канавкам давления:

$$(1.2)\qquad \frac{\partial}{\partial x^1}(\langle q^1\rangle\sqrt{g}) + \frac{\partial}{\partial x^2}(\langle q^2\rangle\sqrt{g}) = 0,$$

$$\langle q^i\rangle = \Lambda p^{1/\varkappa}A^i - p^{1/\varkappa}\frac{\partial p}{\partial x^k}G^{ik},\quad A^1 = \frac{U_f^1}{\sqrt{g_{11}}}\frac{\langle h^{-2}\rangle}{\langle h^{-3}\rangle},$$

$$A^2 = \frac{U_f^2}{\sqrt{g_{22}}}\langle h\rangle + \frac{U_f^1}{\sqrt{g_{11}}}\frac{g^{12}}{g^{11}}\left(\frac{\langle h^{-2}\rangle}{\langle h^{-3}\rangle} - \langle h\rangle\right),\quad G^{11} = \frac{g^{11}}{\langle h^{-3}\rangle},\quad G^{12} = G^{21} = \frac{g^{12}}{\langle h^{-3}\rangle},$$

$$G^{22} = g^{22}\langle h^3\rangle - \frac{(g^{12})^2}{g^{11}}\left(\langle h^3\rangle - \frac{1}{\langle h^{-3}\rangle}\right).$$

Здесь $\langle y\rangle$ — осредненное по канавкам (точнее, по быстрой координате, направленной поперек канавок) значение y. При выводе уравнения (1.2) система координат выбрана таким образом, что ось x^2 направлена вдоль канавок.

Для подшипника скольжения, изображенного на рис. 1, $U_f^2 = 0$, $U_f^1 > 0$, $g_{12} > 0$ (а следовательно, $g^{12} < 0$). Граничные условия для (1.2):

$p|_{x^2=x^2_i} = p^i(x^1)$, $p|_{x^2=x^2_0} = p^0(x^1)$, $p(0, x^2) = p(2\pi, x^2)$. На границе $x^2 = x^2_s$, разделяющей гладкую и профилированную области, ставится условие непрерывности давления и нормальной к границе составляющей расхода, последнее эквивалентно непрерывности $\langle q^2\rangle$. Вся область, занятая смазкой, определяется неравенствами $0 \leqslant x^1 \leqslant 2\pi$, $x^2_i \leqslant x^2 \leqslant x^2_0$.

В [1, 3] приведено решение уравнения (1.1) при $\Lambda \to \infty$. Построим методом сращиваемых асимптотических разложений [4] решение задачи для уравнения (1.2) при $\Lambda \to \infty$. Разобьем область решения (рис. 2) на три подобласти. Предположим, что в областях *I* и *III* давление имеет порядок 1, а в области *II* — порядок $\Lambda^{\varkappa/(\varkappa+1)}$. Степень $\varkappa/(\varkappa+1)$ получается из условия равенства порядков $\langle q^2\rangle$ в областях *II* и *III*. Предположим, что ширины областей *I* и *II* — величины порядка единицы, а область *III* имеет характер погранслоя и ее ширина асимптотически мала.

Рассмотрим область *I*. Подставим разложение $p = p_1(x^1, x^2) + o(1)$ в уравнение (1.2) и, учитывая, что размер этой области порядка единицы, в главном получим

$$\frac{\partial}{\partial x^1}\left(\sqrt{g}A^1p_1^{1/\varkappa}\right) + \frac{\partial}{\partial x^2}\left(\sqrt{g}A^2p_1^{1/\varkappa}\right) = 0. \tag{1.3}$$

В области *III* введем внутреннюю переменную $\eta = \Lambda(x^2 - x'_s)$, где x'_s — x^2-координата некоторой точки, лежащей в области *III*. Уравнение для давления в этой области есть

$$\frac{\partial}{\partial\eta}\left[A^2(x^1, x^2_s)\,p_3^{1/\varkappa} - G^{22}(x^1, x^2_s)\,p_3^{1/\varkappa}\frac{\partial p_3}{\partial\eta}\right] = 0. \tag{1.4}$$

Интегрируя его, находим решение в квадратурах

$$\int\limits_{p_3^0}^{p_3}\frac{dz}{1 - z^{-1/\varkappa}f_3/A^2} = \frac{A^2(x^1, x^2_s)}{G^{22}(x^1, x^2_s)}\eta, \tag{1.5}$$

где f_3 — константа интегрирования уравнения (1.4) по η, $p_3^0 = p_3|_{\eta=0}$. При $\eta \to -\infty$ решение (1.5) должно в силу сращивания стремиться к предельному значению $p_1(x^1, x^2_s)$. Из (1.5) видно, что это возможно только при $f_3 = A^2(x^1, x^2_s)\,p_1^{1/\varkappa}(x^1, x^2_s)$, в этом случае интеграл в левой части является расходящимся при $p_3 = p_1(x^1, x^2_s)$. Поскольку $p_1 > 0$, а $A^2 > 0$ (это неравенство будет доказано ниже), то $f_3 > 0$. При $\eta = \eta_s = \Lambda(x^2_s - x'_s)$ выполняется условие непрерывности давления, т. е.

$$p_3(x^1, \eta_s) = \Lambda^{\varkappa/(\varkappa+1)}p_2(x^1, x^2_s). \tag{1.6}$$

Главная часть интеграла (1.5) при больших значениях p_3 равна p_3. Поэтому из (1.5), (1.6) вытекает, что $\eta_s = \Lambda^{\varkappa/(\varkappa+1)}\dfrac{G^{22}(x^1, x^2_s)}{A^2(x^1, x^2_s)}p_2(x^1, x^2_s) + o\left(\Lambda^{\varkappa/(\varkappa+1)}\right)$ и в переменных погранслоя начало области *II* уходит в $+\infty$. Из (1.4) следует сохранение компоненты вектора расхода $\langle q^2\rangle$ в погранслое, а из (1.2) и (1.4) $\langle q^2\rangle = \Lambda A^2p_1^{1/\varkappa}(x^1, x^2_s) + o(\Lambda)$.

В области *II*, где отсутствуют канавки, задача ставится следующим образом. Необходимо решить уравнение (1.1) (которое можно формально получить из (1.2) подстановкой $\langle y\rangle = y$) с указанными выше условиями на границах $x^2 = x^2_0$, $x^1 = 0$, $x^1 = 2\pi$ и с заданной составляющей вектора расхода $\langle q^2\rangle$ на границе $x^2 = x^2_s$:

$$-\Lambda h^3p_2^{1/\varkappa}\left(g^{21}\frac{\partial p_2}{\partial x^1} + g^{22}\frac{\partial p_2}{\partial x^2}\right)\Bigg|_{x^2=x^2_s} = \Lambda A^2p_1^{1/\varkappa}\Big|_{x^2=x^2_s} + o(\Lambda).$$

Подставляя разложение давления в области II в (1.1) и учитывая граничные условия, получим задачу для p_2:

$$\frac{\partial}{\partial x^1}\left(\frac{\sqrt{g}U_f^1}{\sqrt{g_{11}}}hp_2^{1/\varkappa}\right)=0, \tag{1.7}$$

$$-h^3p_2^{1/\varkappa}\left(g^{21}\frac{\partial p_2}{\partial x^1}+g^{22}\frac{\partial p_2}{\partial x^2}\right)\Big|_{x^2=x_s^2}-A^2(x^1,x_s^2)\,p_1^{1/\varkappa}(x^1,x_s^2),$$

$$p_2(0,x^2)=p_2(2\pi,x^2),\quad p_2=(x^1,x_0^2)=0.$$

Из первого уравнения имеем

$$p_2=\left(\frac{f_0(x^2)\sqrt{g_{11}}}{U_f^1h\sqrt{g}}\right)^{\varkappa}, \tag{1.8}$$

где $f_0(x^2)$ — неизвестная функция. Для ее определения рассмотрим полученное из (1.1) уравнение относительно p_2':

$$\frac{\partial}{\partial x^1}\left[\sqrt{g}\left(\frac{U_f^1}{\varkappa\sqrt{g_{11}}}hp_2^{(1-\varkappa)/\varkappa}p_2'-h^3p_2^{1/\varkappa}\left(g^{11}\frac{\partial p_2}{\partial x^1}+g^{12}\frac{\partial p_2}{\partial x^2}\right)\right)\right]- \tag{1.9}$$

$$-\frac{\partial}{\partial x^2}\left[\sqrt{g}\,h^3\,p_2^{1/\varkappa}\left(g^{21}\frac{\partial p_2}{\partial x^1}+g^{22}\frac{\partial p_2}{\partial x^2}\right)\right]=0.$$

Интегрируя его по x^1 и используя условие $p_2'(0,x^2)=p_2'(2\pi,x^2)$, находим

$$-\int_0^{2\pi}\sqrt{g}\,h^3p_2^{1/\varkappa}\left(g^{21}\frac{\partial p_2}{\partial x^1}+g^{22}\frac{\partial p_2}{\partial x^2}\right)dx^1=C. \tag{1.10}$$

Из второго соотношения (1.7) следует

$$C=\int_0^{2\pi}\sqrt{g(x^1,x_s^2)}\,A^2(x^1,x_s^2)\,p_1^{1/\varkappa}(x^1,x_s^2)\,dx^1. \tag{1.11}$$

Используя формулы (1.8) и (1.10), получаем обыкновенное дифференциальное уравнение для неизвестной функции f_0:

$$A\frac{df_0^{\varkappa+1}}{dx^2}+Bf_0^{\varkappa+1}=-C, \tag{1.12}$$

$$A(x^2)=\frac{\varkappa}{\varkappa+1}\int_0^{2\pi}h^3\sqrt{g}\,g^{22}\left(\frac{\sqrt{g_{11}}}{\sqrt{g}\,U_f^1h}\right)^{\varkappa+1}dx^1,$$

$$B(x^2)=\varkappa\int_0^{2\pi}\frac{h^2\sqrt{g_{11}}}{U_f^1}\left(\frac{\sqrt{g_{11}}}{\sqrt{g}\,U_j^1h}\right)^{\varkappa-1}\left[g^{21}\frac{\partial}{\partial x^1}\left(\frac{\sqrt{g_{11}}}{\sqrt{g}\,U_j^1h}\right)+g^{22}\frac{\partial}{\partial x^2}\left(\frac{\sqrt{g_{11}}}{\sqrt{g}\,U_f^1h}\right)\right]dx^1.$$

Решением (1.12), удовлетворяющим четвертому условию (1.7), является

$$f_0^{\varkappa+1}=-C\int_{x_0^2}^{x^2}\frac{1}{A}\exp\left(\int_{x_0^2}^{x^{2\prime}}\frac{B}{A}\,dx^{2''}\right)dx^{2'}\exp\left(-\int_{x_0^2}^{x^2}\frac{B}{A}\,dx^{2'}\right).$$

Таким образом, давление в области II в главном определяется формулой

$$(1.13)\qquad p = \Lambda^{\varkappa/(\varkappa+1)}\left(\frac{\sqrt{g_{11}}}{\sqrt{g}\,U_j^1 h}\right)^{\varkappa}\left[\int\limits_0^{2\pi}\sqrt{g(x^1, x_s^2)}\,A^2(x^1, x_s^2)\times\right.$$

$$\left.\times\, p_1^{1/\varkappa}(x^1, x_s^2)\,dx^1\right]^{\varkappa/(\varkappa+1)}\left(\int\limits_{x_0^2}^{x^2}\frac{1}{A}\exp\left(\int\limits_{x_0^2}^{x^{2'}}\frac{B}{A}\,dx^{2''}\right)dx^{2'}\right)^{\varkappa/(\varkappa+1)}\times$$

$$\times\left[\int\limits_{x_0^2}^{x^2}\frac{1}{A}\exp\left(\int\limits_{x_0^2}^{x^{2'}}\frac{B}{A}\,dx^{2''}\right)dx^{2'}\right]^{\varkappa/(\varkappa+1)}.$$

Заметим, что в главном приближении не потребовалось рассмотрение пограничного слоя на границе $x^2 = x_0^2$, поскольку внешнее решение удовлетворило граничному условию.

В выражение (1.13) входит величина $p_1(x^1, x_s^2)$, которая определяется из решения уравнения (1.3) с граничным условием на давление, поставленным на границе $x^2 = x_i^2$. Тот факт, что пограничный слой в профилированной области возникает не на границе $x^2 = x_i^2$, — прямое следствие неравенства $A^2 > 0$. Действительно, предположим, что пограничный слой образуется на границе $x^2 = x_i^2$. Тогда будет выполняться соотношение (1.5) с тем лишь отличием, что сращивание происходит при $\eta \to +\infty$. Подставляя значение f_3 и дифференцируя (1.5), получим $\dfrac{dp_3}{d\eta} = \dfrac{A^2}{G^{22}}\times$ $\times\dfrac{p_3^{1/\varkappa} - p_1^{1/\varkappa}}{p_3^{1/\varkappa}}$. Сращивание значения p_3 со значением p_1 при $\eta \to +\infty$ возможно только в случае $p_3 = p_1$, поскольку отличие p_3 от p_1 при некотором η приводит к тому, что оно будет неограниченно нарастать в бесконечности. Таким образом, сращивание возможно только при $\eta \to -\infty$ и именно это привело к тому, что пограничный слой образовался на границе $x^2 = x_s^2$.

2. Докажем неравенство $A^2 > 0$. Среднее значение y находится в результате осреднения $\left(\langle y\rangle = \lim\limits_{Y\to\infty}\int\limits_0^Y \frac{1}{Y}\,y\,d\xi\right)$ по быстрой переменной ξ. Докажем, что для строго положительной функции $y(\xi)$, где $\xi \in [0, 1]$, выполняется неравенство

$$(2.1)\qquad Q = \gamma\beta\left(\int\limits_0^1 y^{\gamma+\beta}d\xi - \int\limits_0^1 y^{\gamma}d\xi\int\limits_0^1 y^{\beta}d\xi\right) \geqslant 0.$$

Преобразуем левую часть его к виду $Q = \gamma\beta\int\limits_0^1\int\limits_0^1 \left(y^{\gamma+\beta}(\xi) - y^{\gamma}(\xi)\,y^{\beta}(\zeta)\right)\times$ $\times\, d\xi\, d\zeta$. В полученном выражении меняем местами переменные интегрирования и складываем два выражения:

$$Q = \frac{\gamma\beta}{2}\int\limits_0^1\int\limits_0^1\left[-y^{\gamma}(\xi)\,y^{\beta}(\zeta) - y^{\gamma}(\zeta)\,y^{\beta}(\xi) + y^{\gamma+\beta}(\xi) + y^{\gamma+\beta}(\zeta)\right]d\xi\,d\zeta.$$

Заметим, что подынтегральная функция равна $[y^{\gamma}(\xi) - y^{\gamma}(\zeta)][y^{\beta}(\xi) - y^{\beta}(\zeta)]$. Ее знак совпадает со знаком произведения $\gamma\beta$. Неравенство (2.1) тем самым доказано. Проведя несложные преобразования, получим

$$(2.2)\qquad (\langle y^{\gamma+\beta}\rangle - \langle y^{\gamma}\rangle\langle y^{\beta}\rangle)\gamma\beta \geqslant 0.$$

Если предположить дополнительно y периодической кусочно-непрерывной функцией с ненулевым носителем, то можно показать, что при $\gamma\beta \neq 0$ в (2.2) имеет место строгое неравенство. Это предположение выполняется для профилей толщины пленки $h(\xi)$.

Таким образом, полагая $\gamma = 1$, $\beta = -3$, находим $\langle h^{-2}\rangle/\langle h^{-3}\rangle - \langle h\rangle < 0$, а следовательно, $A^2 > 0$.

3. Построим решение для сферической опоры со спиральными канавками при чисто осевом смещении, т. е. в случае $\partial/\partial x^1 = 0$. Обозначим радиус опоры R, угловую скорость ее вращения ω. Пусть θ — угол, отсчитываемый от положительного направления оси вращения, а φ — долгота, отсчитываемая в направлении вращения. Канавка наклонена к широте под углом $\alpha > 0$.

Введем $\lambda = \ln|\operatorname{tg}(\theta/2)|$, тогда линия, направленная вдоль канавки, имеет уравнение $\varphi + \lambda \operatorname{ctg}\alpha = \text{const}$.

Введем $x^2 = -\lambda$, $x^1 = \varphi + \lambda \operatorname{ctg}\alpha$. Положим $L_i = 1$, $i = 1, 2$, $L_0 = R$, $U_0 = R\omega/2$, тогда $U_j^1 = 1/\operatorname{ch} x^2$. Пусть давление на границах $x^2 = x_i^2$, $x^2 = x_0^2$ равно атмосферному p_a, тогда $p^i(x^1) = p^0(x^1) = 1$.

Имеют место следующие соотношения:

$$(3.1)\qquad g_{ik} = \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x^2}\begin{pmatrix} 1 & \operatorname{ctg}\alpha \\ \operatorname{ctg}\alpha & \dfrac{1}{\sin^2\alpha}\end{pmatrix},\quad g^{ik} = \operatorname{ch}^2 x^2\begin{pmatrix} \dfrac{1}{\sin^2\alpha} & -\operatorname{ctg}\alpha \\ -\operatorname{ctg}\alpha & 1\end{pmatrix},$$

$$g = 1/(\operatorname{ch}^4 x^2),\quad \operatorname{ch}^{-1}\lambda = \sin\theta.$$

Из (1.3) вытекает, что $\sqrt{g}\,A^2 p_1^{1/\varkappa} = \sqrt{g(x_i^2)}\,A^2(x_i^2)$. Переменная x^1 здесь и далее опускается.

Величина, входящая в правую часть второго соотношения (1.7), равна $A^2(x_s^2)' p_1^{1/\varkappa}(x_s^2) = A^2(x_i^2)\sqrt{\dfrac{g(x_i^2)}{g(x_s^2)}}$. Для $A(x^2)$, $B(x^2)$, входящих в (1.12), получены выражения

$$A(x^2) = \frac{2\pi\varkappa}{\varkappa+1}(\operatorname{ch} x^2)^{2\varkappa+2}(h(x^2))^{2-\varkappa},$$

$$B(x^2) = -2\pi\varkappa h^2 \operatorname{ch}^2 x^2\left(\frac{\operatorname{ch}^2 x^2}{h}\right)^{\varkappa+1}\frac{d}{dx^2}(h\operatorname{ch}^{-2}x^2),$$

$$\frac{B}{A}(x^2) = -(\varkappa+1)\frac{d}{dx^2}\left[\ln\left(\frac{h}{\operatorname{ch}^2 x^2}\right)\right],$$

$$\int_{x_0^2}^{x^2}\frac{1}{A}\exp\left(\int_{x_0^2}^{x^{2\prime}}\frac{B}{A}\,dx^{2''}\right)dx^{2\prime} = \frac{\varkappa+1}{2\pi\varkappa}\left(\frac{h(x_0^2)}{\operatorname{ch}^2 x_0^2}\right)^{\varkappa+1}\int_{x_0^2}^{x^2}\frac{dx^2}{h^3(x^2)}.$$

Давление в гладкой части определяется формулой

$$(3.2)\qquad p = \Lambda^{\varkappa/(\varkappa+1)}\left[\frac{\varkappa+1}{\varkappa}\sqrt{g(x_i^2)}\,A^2(x_i^2)\int_{x_0^2}^{x^2}\frac{dx^2}{h^3(x^2)}\right]^{\varkappa/(\varkappa+1)},$$

$$A^2 = \sin\alpha\cos\alpha(\langle h^{-2}\rangle/\langle h^{-3}\rangle - \langle h\rangle).$$

Таким образом, в пределе при $\Lambda \to \infty$ несущая способность создается в основном за счет гладкой части. Наличие канавок приводит к тому, что профилированная часть затягивает поток порядка Λ. Гладкая же часть, из-за того что на ней отсутствует конвективное слагаемое в выражении q^2, является своего рода запором. Это и приводит к высоким давлениям порядка $\Lambda^{\varkappa/(\varkappa+1)}$.

На рис. 3 представлены полученные при расчете на ЭВМ распределения давления в сферической опоре с постоянным номинальным зазором

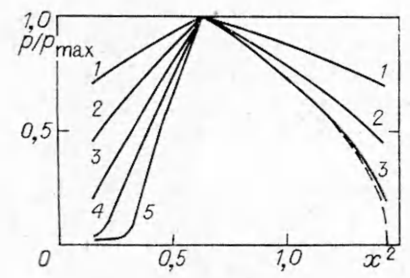

Рис. 3

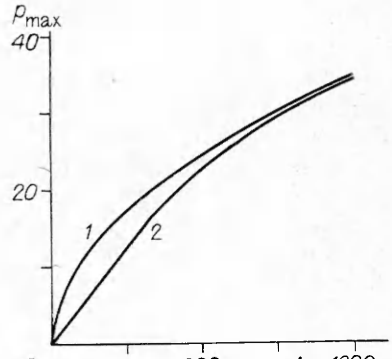

Рис. 4

$h = 2\cdot 10^{-6}$ м, радиусом сфер $R = 9\cdot 10^{-3}$ м, $\varkappa = 1$ (изотермическое течение), $\alpha = 30°41'$, глубиной канавок в профилированной части $\Delta h = 4\cdot 10^{-6}$ м, относительной шириной канавки 0,603, $x_i^2 = 0{,}1455$, $x_s^2 = 0{,}6344$, $x_0^2 = 1{,}44$. Кривые *1—5* соответствуют $\Lambda = 13{,}7$; 41; 136; 957; 1777, штриховые линии — предельное решение на гладком участке. Кривые *4*, *5* на этом участке практически совпадают с предельной кривой и на рисунке отсутствуют.

Как следует из (3.2), при $h = \mathrm{const}$ на гладкой части $p = \Lambda^{1/2}\times$
$$\times\left[\frac{\sin 2\alpha}{\mathrm{ch}^2 x_i^2}\left(\langle h\rangle - \frac{\langle h^{-2}\rangle}{\langle h^{-3}\rangle}\right)\Bigg|_{x^2=x_i^2}\right]^{1/2}\frac{\sqrt{x_0^2 - x^2}}{h^{3/2}}.$$
Видно, что давление, а следовательно, и несущая способность максимальны при $\alpha = 45°$. Из формулы также следует, что давление p достигает наибольшего значения $p_{\max}$ при $x^2 = x_s^2$.

На рис. 4 показаны две зависимости $p_{\max}(\Lambda)$ (*1* — приведенное асимптотическое решение, *2* — результат решения на ЭВМ задачи в полной постановке).

Авторы выражают благодарность М. А. Галахову за обсуждение некоторых результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бурмистров А. Н., Ковалев В. П.** Асимптотические методы в теории смазки: Теоретическое и экспериментальное исследование движений жидкости и газа // Межведомственный сборник.— М.: МФТИ, 1985.
2. **Elrod H. G.** Thin-film lubrication theory for newtonian fluids with surfaces processing striated roughness or grooving // Trans. ASME. Ser. F. J. Lubric. Technol.— 1973.— V. 95, N 4. Рус. пер. **Элрод.** Теория тонкого смазочного слоя для ньютоновской жидкости на поверхностях с бороздчатыми шероховатостями или канавками // Проблемы трения и смазки.— 1973.— № 4.
3. **Котляр Я. М.** Асимптотическое решение уравнений Рейнольдса // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1976.— № 5.
4. **Julian D. Cole.** Perturbation methods in applied mathematics.— Toronto; London: Blaisdel Publ. Company, 1968. Рус. пер. **Коул Дж.** Методы возмущений в прикладной математике.— М.: Мир, 1972.

Поступила 18/V 1987 г.

УДК 539.374 + 624.131

СТРУКТУРА УДАРНЫХ ВОЛН В ПОРИСТОМ ЖЕЛЕЗЕ ПРИ НИЗКИХ ДАВЛЕНИЯХ

В. Н. Аптуков, П. К. Николаев, В. И. Романченко

(Пермь)

Интерес к изучению поведения пористых материалов при ударном нагружении обусловлен практическим их применением при взрывном компактировании деталей [1], использованием в различных демпферах ударно-волнового воздействия [2], воз-