

О ВЛИЯНИИ МАХЕ-ЭФФЕКТА НА УСТОЙЧИВОСТЬ ГОРЕНИЯ В РАКЕТНОМ ДВИГАТЕЛЕ НА ТВЕРДОМ ТОПЛИВЕ

И. Г. Ассовский, С. А. Рашковский*

Институт химической физики им. Н. Н. Семенова, 117977 Москва

* Московский институт теплотехники, Москва

Предложена модель внутрикамерного горения, учитывающая изменение распределения температуры в продуктах горения топлива при изменении давления в камере сгорания (Махе-эффект). Исследовано влияние Махе-эффекта на устойчивость горения в ракетном двигателе на твердом топливе. Показано, что Махе-эффект способствует возникновению низкочастотной неустойчивости горения и существенно уменьшает область параметров устойчивой работы двигателя. Проведено численное исследование Махе-эффекта для типичных значений параметров твердого ракетного топлива.

ВВЕДЕНИЕ

Известно, что стационарное горение твердого топлива в полужамкнутом объеме при определенных условиях становится неустойчивым [1–8]. Неустойчивость проявляется в виде колебаний давления в камере сгорания. Различают высокочастотные и низкочастотные колебания (рис. 1).

Высокочастотные колебания давления (обычно ~ 1 Гц) связаны с распространением по камере сгорания акустических волн, которые могут в определенных условиях усиливаться при отражении от горячей поверхности топлива [3–7]. Низкочастотные пульсации давления (обычно ≈ 10 кГц) могут сопровождаться пригасанием топлива и последующим его воспламенением [1, 2, 4–6]. Низкочастотные колебания связаны с тепловой инерционностью волны горения, распространяющейся по твердому топливу, а также с расходными характеристиками камеры сгорания [1, 2].

Низкочастотная неустойчивость горения возникает, когда характерное время тепловой релаксации волны горения (τ_T) становится сравнимо с характерным временем релаксации давления в камере сгорания (τ_p) [1, 2]:

$$\tau_p = W/ART_b\sigma,$$

где W — объем камеры сгорания; A , R , T_b — коэффициент истечения, газовая постоянная и температура продуктов горения топлива; σ — площадь минимального сечения сопла.

Знание границы устойчивости и ее зависимости от характеристик горения топлива и камеры сгорания имеет важное значение при

проектировании ракетных двигателей. Поэтому исследование механизма возникновения неустойчивости в ракетном двигателе на твердом топливе (РДТТ) представляет традиционный интерес для теории горения твердого топлива (см., например, обзоры [6, 7, 10]).

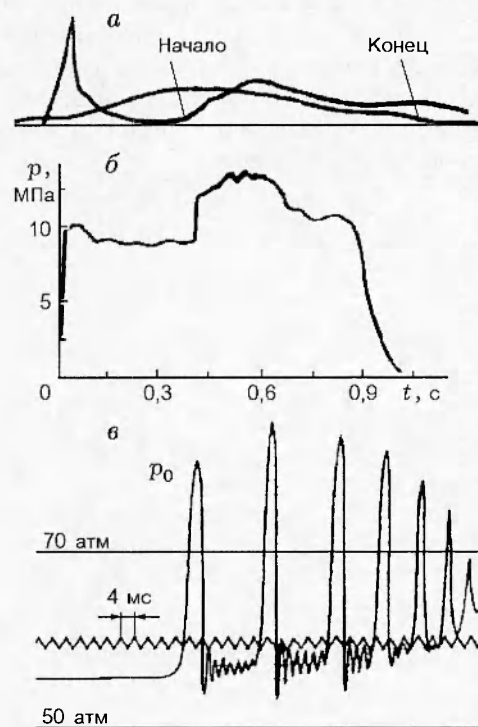


Рис. 1. Пульсации давления при неустойчивом горении твердого топлива в полужамкнутом объеме: а — низкочастотные пульсации [1]; б — высокочастотные пульсации [9]; в — одновременное существование низкочастотных и высокочастотных пульсаций [8]

Существующие теории низкочастотной неустойчивости [11–17] используют предположение об однородном распределении температуры продуктов горения по объему камеры двигателя, что позволяет существенно упростить анализ проблемы. Известно, однако, что при адиабатическом сжатии или расширении газа его температура зависит от исходного давления, при котором газ образовался (Махе-эффект) [5, 18]. Поэтому при достаточно быстром изменении давления в двигателе порции газа, образовавшиеся в разные моменты времени, в данный момент будут иметь разную температуру. В результате в камере сгорания возникнет неоднородное распределение температуры продуктов горения, что приведет к изменению расходных характеристик двигателя.

Отмеченный эффект может существенно сказаться на положении границы устойчивой работы РДТТ и нуждается в специальном исследовании. В данной работе теоретический анализ эффекта проведен с использованием феноменологического подхода [1, 4, 5] для исследования нестационарного горения топлива и одномерного приближения для описания течения газа в камере двигателя. Статья является расширенным изложением доклада авторов на семинаре по устойчивости горения в РДТТ [19].

МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА

Основные допущения. Для оценки влияния Махе-эффекта рассмотрим двигатель с зарядом, у которого все точки поверхности горения равноудалены от сопла двигателя (рис. 2). При анализе картины течения продуктов горения в двигателе будем исходить из следующих допущений:

- движение газа от поверхности горения к соплу является ламинарным и одномерным; порции газа, образовавшиеся в разные моменты времени, не смешиваются в течение всего времени пребывания в камере сгорания;
- давление газа в камере двигателя одинаково во всем объеме и меняется только во времени: $p = p(t)$; массовая скорость истечения газа через сопло $A\rho\sigma$ меняется в соответствии с текущими значениями давления $p(t)$ и температуры $T(t)$ порции газа, достигшей к моменту t критического сечения сопла. Площадь критического сечения сопла σ постоянна во времени.

Допущение об однородном распределении давления в камере сгорания оправдано при рассмотрении низкочастотных колебаний, когда

характерное время изменения давления много больше времени распространения звуковых волн по длине камеры сгорания [5], т. е. когда выполняется условие $L/c\tau_W \ll 1$, где L — длина камеры сгорания, c — скорость звука, τ_W — характерное время изменения давления в камере РДТТ.

Несмотря на то, что давление однородно, температуры порций газа, образовавшихся в разные моменты времени, могут существенно различаться в силу Махе-эффекта. В результате одномерный поток газа вдоль камеры имеет неоднородное распределение температуры и соответственно плотности.

Вследствие теплообмена между соседними порциями газа происходит некоторое выравнивание температур частиц. Оценим сглаживающее влияние молекулярной теплопроводности.

Время пребывания частиц газа в камере сгорания порядка времени релаксации давления τ_p . За это время молекулярная теплопроводность обеспечит прогрев слоя толщиной порядка $\Delta l \approx (\alpha_g \tau_p)^{1/2}$, где α_g — температуропроводность газа. Характерный пространственный масштаб температурной неоднородности в камере сгорания, совпадающий с масштабом различных порций газа, определяется характерным временем изменения давления τ_W и скоростью течения газа в камере V_g : $l_T = V_g \tau_W = L \tau_W / \tau_p$. Если выполняется условие

$$\frac{\Delta l}{l_T} = \frac{(\alpha_g \tau_p^3)^{1/2}}{L \tau_W} \ll 1,$$

область интенсивного теплообмена между частицами газа будет представлять собой тонкий слой по границам отдельных порций, основная масса которых движется без смешения и теплообмена с окружающими слоями.

При колебаниях давления характерное время его изменения обратно пропорционально частоте колебаний ω : $\tau_p \sim \omega^{-1}$. Как показывают оценки, пренебрежение теплообменом между частицами газа (приближение адиабатического течения газа) оправдано, если частота изменения давления не превышает 100 Гц.

Формулировка задачи. Рассматриваемый процесс можно описать системой одномерных нестационарных уравнений газовой динамики. При использовании традиционного для внутренней баллистики эйлера описания [20] вид уравнений зависит от геометрии заряда и камеры сгорания. Например, если заряд имеет сферическую поверхность и продукты сгорания

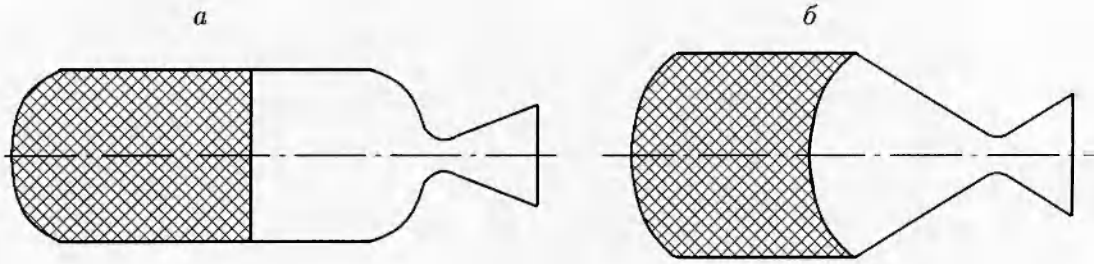


Рис. 2. Схемы РДТГ с плоской (а) и сферической (б) поверхностями горения, точки которых равноудалены от сопла

стекаются к соплу как к стоку, находящемуся в центре сферы (см. рис. 2), задача должна быть описана одномерной системой уравнений, учитывающих сферическую симметрию течения, и соответственно будет отличаться от уравнений для заряда с плоской поверхностью горения.

Удобнее использовать лагранжев подход [20] для описания движения газа в камере сгорания и сопле. В таком случае удастся избежать зависимости формулировки задачи от конкретной геометрии заряда, у которого все точки поверхности горения равноудалены от критического сечения сопла.

Пусть в течение малого промежутка времени dt у поверхности горения в момент t при давлении $p(t)$ образовалась порция газа массой dm . Температура образовавшейся порции равна температуре горения $T_b(t)$, определяемой условиями сгорания в данный момент времени. В рамках феноменологической теории нестационарного горения твердого топлива [1, 4, 5] (предполагающей безынерционность газовой фазы волны горения) температура T_b является функцией мгновенных значений давления и градиента температуры в топливе у поверхности горения ($\Phi(t)$): $T_b = T_b(p, \Phi)$.

Обозначим через τ_c время движения образовавшейся порции газа до сопла. Тогда в момент истечения $t + \tau_c$ давление в камере сгорания будет $p(t + \tau_c)$, а температура данной порции газа $T(t + \tau_c)$ будет зависеть от $T_b(t)$, $p(t)$ и $p(t + \tau_c)$. Время пребывания порции газа в камере сгорания τ_c при нестационарном процессе является функцией времени t .

Для адиабатического (в общем случае политропного) процесса движения лагранжевой частицы температура порции, образовавшейся

в момент t_* , равна

$$T(t) = T_b(t_*) \left[\frac{p(t)}{p(t_*)} \right]^{(n-1)/n},$$

где n — показатель адиабаты.

Учитывая, что коэффициент истечения A зависит от температуры газа на входе в сопло как $T^{-1/2}$, запишем

$$A(t) = A_b(t - \tau_c) \left[\frac{p(t - \tau_c)}{p(t)} \right]^{(n-1)/2n}, \quad (1)$$

где $A_b(t)$ — коэффициент истечения при температуре $T_b(t)$.

Объем, занимаемый в момент t порцией газа, образовавшейся в момент t_* , равен

$$dW(t) = \frac{dm(t_*)}{\rho(t)} \left[\frac{p(t_*)}{p(t)} \right]^{1/n} \frac{dm(t_*)}{\rho(p(t_*))},$$

где $\rho(p(t_*)) = \frac{p(t_*)}{RT_b(t_*)}$, а полный объем камеры сгорания, занятый газом, —

$$W = \int_{t-\tau_c}^t \left[\frac{p(t_*)}{p(t)} \right]^{1/n} \frac{\gamma S u(t_*)}{\rho[p(t_*)]} dt_*, \quad (2)$$

где γ — плотность топлива, S — площадь поверхности горения, $u(t)$ — мгновенное значение скорости горения топлива. При заданном объеме камеры сгорания формулу (2) следует рассматривать как интегральное уравнение относительно $p(t)$.

Учитывая, что по определению вся масса газа, образовавшегося за время от $t = 0$ до $t - \tau_c$, к моменту времени t истекает через сопло, можно записать

$$\int_0^{t-\tau_c} u(t_*) \gamma S dt_* = \int_0^t A(t_*) p(t_*) \sigma dt_*.$$

Дифференцируя это уравнение по t , получим

$$\frac{d\tau_c}{dt} = 1 - \frac{A(t)p(t)\sigma}{u(t - \tau_c)\gamma S}. \quad (3)$$

Система уравнений (1)–(3) описывает динамику энтропийных возмущений в камере сгорания РДТТ (Махе-эффект).

УСТОЙЧИВОСТЬ СТАЦИОНАРНОГО ГОРЕНИЯ

Рассмотрим нестационарное горение в РДТТ при малом возмущении стационарного режима:

$$u_0 \gamma S = A_0 p_0 \sigma.$$

Из формулы (2) следует, что стационарное значение времени пребывания газа в камере сгорания равно времени релаксации давления в камере РДТТ (τ_p):

$$\tau_c^0 = \frac{W \rho_0}{\gamma S u_0} = \frac{W}{A_0 R T_{b,0} \sigma} \equiv \tau_p.$$

Перейдем к безразмерным переменным:

$$\tau = \frac{u_0^2}{\alpha} t; \quad v = \frac{u}{u_0} - 1; \quad \varphi = \frac{\Phi}{\Phi_0} - 1;$$

$$\eta = \frac{p}{p_0} - 1; \quad \psi = \frac{\tau_c}{\tau_c^0} - 1; \quad \theta = \frac{T_S - T_{S,0}}{T_{S,0} - T_H},$$

где T_S — температура поверхности горения; T_H — начальная температура топлива.

В этих переменных уравнения (1)–(3) перепишем в виде

$$\chi \left[\frac{1}{n} \eta(\tau) - \psi(\tau) \right] =$$

$$= \int_{\tau-\chi}^{\tau} \left[\left(\alpha - \frac{n-1}{n} \right) \eta(\tau_*) + \varepsilon \varphi(\tau_*) + v(\tau_*) \right] d\tau_*, \quad (4)$$

$$\chi \frac{d\psi}{d\tau} = - \left[\frac{n+1}{2n} \eta(\tau) - \frac{1}{2} \left(\alpha - \frac{n-1}{n} \right) \eta(\tau - \chi) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2} \varepsilon \varphi(\tau - \chi) - v(\tau - \chi) \right], \quad (5)$$

где

$$\chi = \tau_p u_0^2 / \alpha, \quad \alpha = \left(\frac{\partial \ln T_b}{\partial \ln p} \right)_\Phi,$$

$$\varepsilon = \left(\frac{\partial \ln T_b}{\partial \ln \Phi} \right)_p, \quad \frac{\partial \ln A_b}{\partial \ln T_b} = -\frac{1}{2}.$$

Подставив в (4) и (5) возмущения в виде $\eta(\tau) = \eta_1 \exp(\Omega \tau)$, $v(\tau) = v_1 \exp(\Omega \tau)$, $\varphi(\tau) = \varphi_1 \exp(\Omega \tau)$, $\psi(\tau) = \psi_1 \exp(\Omega \tau)$ и исключив

ψ_1 , получим соотношение между амплитудами возмущений:

$$\left[\frac{1}{n} \Omega \chi + \frac{n+1}{2n} - \left(\alpha - \frac{n-1}{n} \right) \left(1 - \frac{1}{2} \exp(-\Omega \chi) \right) \right] \eta_1 -$$

$$- v_1 - \varepsilon \left(1 - \frac{1}{2} \exp(-\Omega \chi) \right) \varphi_1 = 0. \quad (6)$$

Оно замыкает систему уравнений теории нестационарного горения топлива [4, 5].

Характеристическое уравнение, полученное из условия разрешимости системы уравнений нестационарного горения и уравнения (6), имеет вид

$$\frac{\sqrt{1+4\Omega} - 1}{2\Omega} \left[k y + \varepsilon(\delta - v) \left(1 - \frac{1}{2} \exp(-\Omega \chi) \right) \right] -$$

$$- (k + r - 1) y + \delta - v - \frac{\sqrt{1+4\Omega} + 1}{2\Omega} \left[\delta - r y + \right.$$

$$\left. + \varepsilon(\delta + \mu) \left(1 - \frac{1}{2} \exp(-\Omega \chi) \right) \right] = 0, \quad (7)$$

$$y = \frac{1}{n} \Omega \chi + \frac{n+1}{2n} - \left(\alpha - \frac{n-1}{n} \right) \left(1 - \frac{1}{2} \exp(-\Omega \chi) \right).$$

Здесь k , r , μ , δ — характеристики чувствительности стационарной скорости горения топлива u_0 и температуры поверхности $T_{S,0}$ к изменению начальной температуры T_H и давления [4, 5]:

$$k = (T_{S,0} - T_H) \frac{d \ln u_0}{d T_H}, \quad r = \frac{d T_{S,0}}{d T_H},$$

$$\mu = (T_{S,0} - T_H)^{-1} \frac{d T_{S,0}}{d \ln p}, \quad \delta = v r - \mu k.$$

Пределы устойчивости стационарного горения. Граница области параметров устойчивого горения топлива в РДТТ определяется решением характеристического уравнения (7) при мнимых значениях частоты Ω . Некоторые результаты численного решения уравнения (7) показаны на рис. 3, где приведены границы устойчивости горения в переменных (χ, k) .

Линии 4 на рис. 3 соответствуют изотермическим продуктам сгорания ($\alpha = \varepsilon = 0$) и изотермическому процессу в камере сгорания РДТТ ($n = 1$) — Махе-эффект отсутствует. Неизотермический политропный процесс в камере сгорания (например, при $n = 1, 2$) даже при изотермических продуктах сгорания ($\alpha = \varepsilon = 0$) приводит к сужению области устойчивого горения в РДТТ (линии 3). Неизотермичность продуктов сгорания дополнительно дестабилизирует горение в РДТТ. Граница устойчивости для этого случая показана

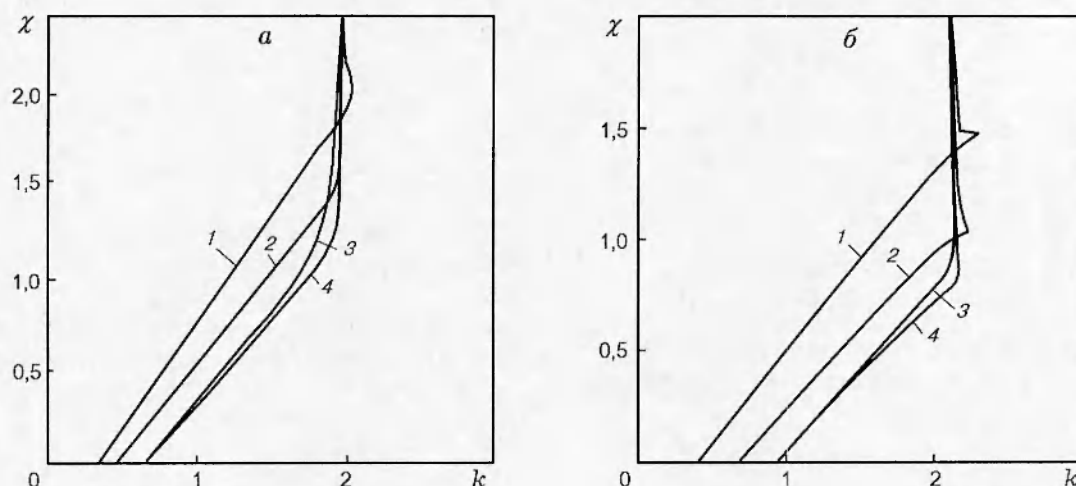


Рис. 3. Положение границы устойчивости горения твердого топлива с различными характеристиками стационарного горения:

a — $\mu = 0$, $\tau = 1/3$, $v = 2/3$; b — $\mu = 0,2$, $\tau = 1/3$, $v = 2/3$; 1, 2 — неизоэтермические продукты горения ($a = 0,25$, $n = 1,2$) при $\epsilon = 0$ и $0,25$ соответственно, 3 — изоэтермическое газовыделение с поверхности горения ($a = \epsilon = 0$, $n = 1,2$), 4 — изоэтермический газ в камере сгорания ($a = \epsilon = 0$, $n = 1$)

кривыми 1, 2. Следует отметить, что все кривые довольно быстро сходятся к общей вертикальной асимптоте, соответствующей границе устойчивого горения топлива при постоянном давлении.

Обращает на себя внимание необычное поведение границы устойчивости при ненулевых значениях параметров α и ϵ . Например, даже при $\mu = 0$ граница устойчивости стремится к вертикальной асимптоте со стороны больших значений k , так что в небольшом интервале изменения аппаратной константы χ диапазон устойчивого горения в РДТТ по параметру k шире, чем для горения при постоянном давлении (линии 2 на рис. 3).

Для изоэтермических продуктов горения и изоэтермического процесса в камере сгорания при $\mu = 0$ не наблюдается [4, 5] такого поведения границы устойчивости. Результаты численного анализа показывают, что при $\mu = 0,2$ указанное выше расширение области устойчивости для неизоэтермических процессов отличается от случая $\mu = 0$. Критическая зависимость $\chi(k)$ при $\mu = 0,2$ имеет точки излома (см. рис. 3, б). Вблизи излома изменение аппаратной константы на малую величину приводит почти к скачкообразному изменению параметра k .

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Из полученных результатов следует, что граница устойчивости не зависит от длины камеры сгорания, а определяется только ее объемом (точнее, приведенной длиной камеры $L_* = W/\sigma$). На первый взгляд, этот результат находится в противоречии с предложенной моделью, так как условие неустойчивости можно интерпретировать как «резонанс» между энтропийными волнами и колебательной системой, которой является горящее топливо. Однако это противоречие кажущееся.

В самом деле, определим время нахождения продуктов сгорания в камере РДТТ. Для простоты будем рассматривать камеру в виде одномерного канала постоянного сечения, один торец которого совпадает с поверхностью горения топлива, а другой примыкает к соплу. Время нахождения газа в камере сгорания равно L/V_g . Вводя секундный расход газа через сопло (G), совпадающий при стационарном процессе с расходом через любое сечение камеры сгорания, можно записать $V = G/\rho F$, где F — площадь проходного сечения камеры сгорания. Таким образом, время нахождения газа в камере равно $LF\rho/G = V\rho/G$. Учитывая, что $G = A\rho\sigma$, легко видеть, что время пребывания газа в камере сгорания равно времени релаксации давления и зависит только от объема

камеры, но не от ее длины.

Этот результат справедлив только для зарядов торцевого горения. Для канальных зарядов время пребывания газа в камере зависит от того, в каком сечении канала образовалась та или иная порция газа, и, следовательно, условие устойчивости работы РДТТ для канального заряда должно содержать в явном виде длину камеры сгорания (канала заряда). Поэтому можно ожидать, что Махе-эффект является одной из важных причин существования критической длины канала, начиная с которой воспламенение канала сопровождается низкочастотными пульсациями большой амплитуды [8] (см. рис. 1, в). Заметим также, что предложенная модель рабочего процесса в РДТТ может быть полезной при анализе Махе-эффекта в двигателях с более сложными геометрическими формами заряда и камеры сгорания.

ВЫВОДЫ

Выделим главный результат проведенного исследования. Изменение распределения температуры в продуктах горения по длине камеры двигателя является одним из наиболее важных факторов, влияющих на устойчивость горения в РДТТ, сопоставимым с влиянием начальной температуры на скорость горения. В области значений константы $\chi < 2$ Махе-эффект в 1,5–2 раза увеличивает критические значения константы χ при неизменном значении параметра k . С точки зрения конструктивных параметров РДТТ такой эффект приводит к необходимости увеличения минимально допустимого объема камеры сгорания двигателя в 1,5–2 раза при прочих равных условиях.

Авторы выражают благодарность Б. В. Новожилову, Ф. Кьюлику, Л. ДеЛюка и В. Е. Зарко за полезное обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б. Теория горения пороха и приложение ее к реактивным снарядам. М.: ИХФ АН СССР, 1942. (Перепечатано: Теория горения порохов и взрывчатых веществ. М.: Наука, 1982. С. 186–225).
2. Лейпунский О. И. К вопросу о физических основах внутренней баллистики реактивных снарядов: Дис... докт. физ.-мат. наук. М.: ИХФ АН СССР, 1945. (Перепечатано: Теория горения порохов и взрывчатых веществ. М.: Наука, 1982. С. 226–277).
3. Уимпресс Р. Н. Внутренняя баллистика пороховых ракет. М.: Изд-во иностр. лит., 1952.
4. Новожилов Б. В. Нестационарное горение твердых ракетных топлив. М.: Наука, 1973.
5. Зельдович Я. Б., Лейпунский О. И., Либрович В. Б. Теория нестационарного горения пороха. М.: Наука, 1975.
6. Nonsteady Burning and Combustion Stability of Solid Propellants / L. De Luca, E. W. Price, M. Summerfield (Eds) // Progress in Astronautics and Aeronautics. V. 143. AIAA, 1992.
7. Culick F. E. C. Combustion instabilities in propulsion systems // NATO-ASI «Unsteady Combustion». Portugal, 1993. P. L.4.1.
8. Assovskii I. G., Kudryavtsev O. A. Pulsating inflammation of narrow channel in combustible material // Pulsating Combustion and its Applications. CSIRO, Australia, 1995.
9. Pivkin N. M., Pelykh N. M. High-frequency instability of combustion in solid rocket motors // AIAA J. Propulsion and Power. 1995. V. 11, N 4. P. 651–656.
10. Culick F. E. C., Burnley V., Swenson G. Pulsed instabilities in solid-propellant rockets // Ibid. P. 657–665.
11. Зельдович Я. Б. Об устойчивости режима горения пороха в полузамкнутом объеме // ПМТФ. 1963. № 1. С. 67–76.
12. Новожилов Б. В. Устойчивость стационарного режима горения пороха в полузамкнутом объеме // Физика горения и взрыва. 1967. Т. 3, № 1. С. 32.
13. Гостинцев Ю. А., Суханов Л. А., Похил П. Ф. К теории нестационарного горения пороха. Устойчивость процессов в полузамкнутом объеме // ПМТФ. 1971. № 6. С. 65–73.
14. Виллюнов В. Н., Руднев А. П. К вопросу об устойчивости горения пороха в полузамкнутом объеме // ПМТФ. 1971. № 6. С. 74.
15. Гостинцев Ю. А., Суханов Л. А. К теории устойчивости горения пороха в полузамкнутом объеме // Физика горения и взрыва. 1974. Т. 10, № 4. С. 818–826.
16. Новиков С. С., Рязанцев Ю. П., Тульских В. Е. К анализу низкочастотной неустойчивости при горении в полузамкнутом объеме // Физика горения и взрыва. 1974. Т. 10, № 1. С. 38–41. (См. также: Докл. АН СССР. 1972. Т. 203, № 6).
17. Бухаров В. К., Гусаченко Л. К. Взаимодействие энтропийных и акустических волн при торцевом горении в камере с истечением // Физика горения и взрыва. 1988. Т. 24, № 5. С. 37–39.
18. Lewis B., von Elbe G. Combustion, Flames, and Explosions of Gases. New York: Academic Press, 1961. P. 310.

19. **Assovskii I. G., Rashkovsky S. A.** Mach effect and combustion instability in rocket motor // Proc. Intern. Workshop «Combustion Instability of Solid Propellants and Rocket Motors». Politecnico di Milano, Italy, 1997. P. 6.
20. **Седов Л. И.** Механика сплошной среды. М.: Наука, 1970. Т. 1. С.

*Поступила в редакцию 18/VIII 1997 г.,
в окончательном варианте — 5/XII 1997 г.*
