

М. Б. Зельман, Б. В. Смородский

О ЛИНЕЙНОЙ ЭВОЛЮЦИИ ВОЗМУЩЕНИЙ В ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЯХ С ПЕРЕГИБНЫМ ПРОФИЛЕМ СКОРОСТИ

Важное значение для характера ламинарно-турбулентного перехода (ЛТП) имеет распределение завихренности основного потока. Наличие в нем экстремумов (перегибов в профиле средней скорости) вносит специфические особенности как в параметры устойчивости ламинарного движения, так и в структуру последующей турбулентной области. Особенно отчетливо это показано на примере свободных сдвиговых течений [1—3].

В пограничных слоях появление перегибных профилей может быть вызвано геометрией обтекаемой поверхности, воздействием крупномасштабных структур набегающего потока или самовоздействием интенсивной волны неустойчивости внутри слоя. В последнем случае возникновение особенности, как предполагают, инициирует развитие вторичной высокочастотной неустойчивости, приводящей к турбулизации. Изучению этих проблем посвящены работы [3—9]. В [3, 7—9] в рамках линейного невязкого приближения рассматривалась устойчивость модельных или извлеченных из экспериментов вторичных течений. В более полной постановке (ненулевой вязкости) проведены расчеты примеров предотрывных пограничных слоев [4, 6]. Детальное исследование влияния малой деформации (в виде локализованной струйки) на устойчивость течения в плоском канале проведено в [10].

Однако проблема поиска общих зависимостей формирования спектра и структуры неустойчивых возмущений в пограничном слое от положения и степени перегиба остается открытой. Попытка ее решения для диапазона чисел Рейнольдса и волновых спектров пульсаций, реализуемых в типичных экспериментах по ЛТП, предпринимается в настоящей работе. В рамках линейной локально-параллельной задачи устойчивости рассматривается эволюция волн и волновых пакетов пульсаций дискретного и непрерывного спектра при вариации параметров перегиба. Универсальность выявленных в базисном [11] потоке закономерностей устанавливается сравнением с типичными профилями других видов.

В приближении локальной параллельности поле скоростей пограничного слоя представим в виде $U = (U + \varepsilon u_1, \varepsilon u_2, \varepsilon u_3)$, где $(U(y), 0, 0)$ отвечает основному потоку, а $\varepsilon(u_1, u_2, u_3)$ — его возмущению. В качестве базисного выберем профиль $U = U_G(y)$ [11], представленный кривой 2 на рис. 1. Такой профиль моделирует движение интенсивных вихрей в слое, и в переменных, обезразмеренных по толщине вытеснения и скорости набегающего потока, он дается зависимостью

$$(1) \quad U_G = \begin{cases} U_- + \kappa (\operatorname{th} \tilde{y} + 1), & y < y_r, \\ U_+ + \kappa (\operatorname{th} \tilde{y} - 1), & y > y_r, \end{cases}$$

$$\tilde{y} = \frac{y - y_r}{\delta}, \quad \delta = \operatorname{Re}^{-1/2} \ll 1, \quad y_r \gg \delta.$$

Здесь Re — число Рейнольдса потока; y_r — положение точки перегиба; δ и κ характеризуют ширину зоны и степень отклонения профиля от распределения Блазиуса U_B (кривая 1, рис. 1); $U_{\pm}$ — решения краевой задачи

$$(2) \quad \frac{\partial^3 \Psi}{\partial y^3} + \frac{\Psi}{2} \frac{\partial \Psi}{\partial y} = 0, \quad \Psi = \{\Psi_-, \Psi_+, \Psi_B\}, \quad U_B = \frac{\partial \Psi}{\partial y},$$

$$0 \leq y \leq y_r, \quad U_- = \partial \Psi_- / \partial y, \quad \Psi_-(0) = U_-(0) = 0,$$

$$U_-(y_r) = U_B(y_r) - \kappa, \quad y_r \leq y < \infty, \quad U_+ = \partial \Psi_+ / \partial y,$$

$$\Psi_+(y_r) = \Psi_-(y_r), \quad U_+(y_r) = U_B(y_r) + \kappa,$$

$$U_+ \rightarrow 1 \text{ при } y \rightarrow \infty.$$

Выбор U_G в качестве базисного профиля, кроме самостоятельного интереса, обусловлен простотой зависимости $U_G = U(y, y_r, \kappa, \delta)$.

Система уравнений для возмущений в линейном приближении принимает вид

$$(3) \quad L(\eta) + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial u_2}{\partial z} = 0, \quad \bar{L}(\Delta u_2) - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \frac{\partial u_2}{\partial x} = 0,$$

$$(\eta, u_2) = 0 \quad (y = 0), \quad (\eta, u_2) \rightarrow 0 \quad (y \rightarrow \infty), \quad (\eta, u_2) = (\eta^0, u_2^0) \quad (t = 0),$$

$$L = \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\Delta}{\text{Re}}, \quad \left| \frac{\partial U}{\partial x} \right| \ll \lambda^{-1}$$

(η — нормальная к стенке компонента вихря, λ — характерный масштаб продольного изменения возмущения).

Решение (3) представимо интегралом

$$(4) \quad u_j = \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} d\beta A(\alpha, \beta) \psi_j(y, \alpha, \beta) \exp i(\alpha x + \beta z - \bar{\omega} t) +$$

$$+ \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} d\beta \int_{-\infty}^{\infty} dk B(\alpha, \beta, k) \varphi_j(y, k) \exp i(\alpha x + \beta z - \tilde{\omega} t),$$

где $j = 1, 2, 3$; A и $B(\alpha, \beta, k)$ находятся из начальных условий; $\psi_j, \bar{\omega} = \bar{\omega}(\alpha, \beta) = \omega + i\omega_i$ — собственные функции и значения дискретного спектра задачи Орра — Зоммерфельда; $\varphi_j(y, k), \tilde{\omega}(\alpha, \beta, k)$ отвечают непрерывному спектру.

Будем рассматривать устойчивость U_G в зависимости от κ, y_r, Re . Согласно расчетам для волновых возмущений Толлмина — Шлихтинга (ТШ), появление перегиба ($\kappa > 0$) заметно деформирует вид $\psi_j(y)$ и спектр усиливающихся пульсаций. Характер влияния существенно связан с κ и положением точки y_r . Оказалось, что в широком диапазоне значений α, β, Re , соответствующих области линейной неустойчивости недеформированного потока, существует интервал значений $y_r = y \in l$, внутри которого увеличение κ способствует как уширению спектра неустойчивых волн, так и росту максимума их инкрементов. Положение интервала l и его размеры варьируют с Re внутри $0,8 \leq y \leq 2,5$, захватывая окрестность критического слоя волны $y = y_c \approx 1$, но не достигая внешней границы слоя $y \approx 5$ (см. рис. 1). Существенно, что для перегиба, расположенного вне области l , увеличение κ в этом диапазоне α, Re приводит к подавлению неустойчивости. Однако стабилизация при перегибе в пристенной области $y < l$ не носит глобальный характер. С ростом κ происходит смещение зоны неустойчивости в область ВЧ-колебаний без расширения интервала α . Раскачка возмущений при $y > l$ не наблюдается вплоть до $10^{-3} \leq \alpha \leq 10^2$. Это качественно отличает процесс в пограничном слое от свободных сдвиговых течений, всегда дестабилизируемых ростом κ [1, 2].

Зависимости волновых инкрементов $\omega_i = \omega_i(\kappa)$ при $F = 57,5 \cdot 10^{-6}$, $\text{Re} = 625$, $\beta = 0$ приведены на рис. 2 для $y_r = 0,5; 0,75; 1,25; 1,75; 3,0$ (кривые 1—5 соответственно). Видно, что область критического слоя $y_r \approx y_c$ является пограничной для l : инкременты падают при малых $\kappa < \kappa_0$ в область отрицательных значений ω_i и монотонно нарастают при $\kappa > \kappa_0$. Перегиб в зоне l расширяет полосу спектра неустойчивых колебаний, смещая максимально неустойчивые колебания в область высоких частот и слабо затрагивая нижнюю границу. Сплошные линии 1—4 рис. 3 отвечают $\kappa = 0$, $y_r = 1$; $\kappa = 2\%$, $y_r = 1$; $\kappa = 5\%$, $y_r = 2$; $\kappa = 2\%$ при $\text{Re} = 625$, $\beta = 0$. Величины $\omega_m = \omega(\omega_{im})$ и $\omega_{im} =$

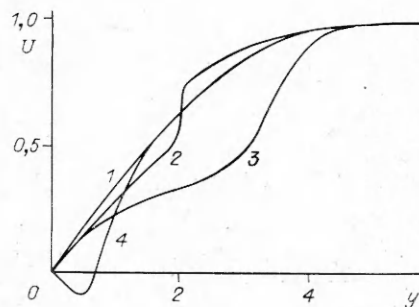
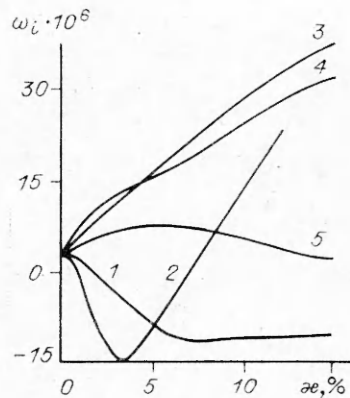


Рис. 1



Р и с. 2

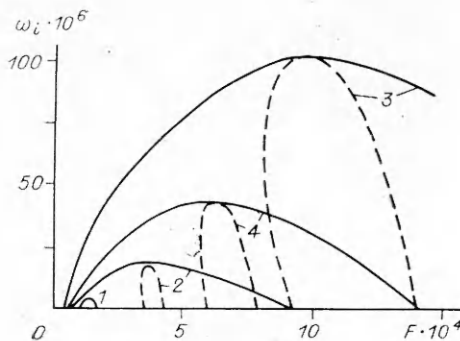
$\omega = \omega(\alpha, \beta)$. Несмотря на смещение $\max |\psi_i|$ из зоны критического слоя y_c , фазовая скорость волны $c = \omega/\alpha$ остается близкой к значению $U_B(y_c)$.

Таким образом, локальные изменения перегиба $\kappa > 0$ существенно воздействуют на скорости усиления волны, тогда как ее фазовые свойства определяются интегральными параметрами пограничного слоя. Отметим влияние степени перегиба κ на ширину зоны неустойчивости по Re ($\omega_i(Re) > 0$). Увеличение κ ($y_r = \text{const}$) приводит к ее растяжению. При $\kappa > 0$ и $Re \rightarrow \infty$ $\omega_i \rightarrow \omega_{in}(y_r, \kappa, \omega)$ (ω_{in} — «певязкое» предельное значение). Для кривой нейтральной устойчивости $Re(\alpha)$ это означает выход верхней ветви на асимптоту $\alpha \neq 0$. Более детально результаты расчетов представлены в [12]. Возмущения с $\alpha > 5$, в согласии с [10], проявляют свойство локальности, связанное с тем, что вне узкой окрестности y_c их амплитуда резко убывает до нуля, и остаются инвариантными относительно κ при перегибе в $y_r \neq y_c$. В диапазоне $300 \leq Re \leq 1500$, $0,4 \leq y \leq 4$, $\kappa \leq 10\%$ неустойчивость колебаний целиком обусловлена ТШ-модой. Появление дополнительных неустойчивых мод впервые обнаруживается при $Re \geq 2500$.

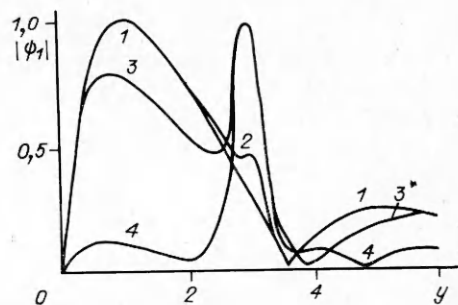
Анализ устойчивости U_G по отношению к трехмерным ($\beta \neq 0$) возмущениям качественно воспроизводит отмеченные выше зависимости: для $\kappa > 0$ имеется диапазон $y_r \in l$, внутри которого собственные функции ψ_j локализируются в y_r , уширяется спектр неустойчивых колебаний. Увеличение углов $\xi = \arctg \beta/\alpha$ распространения фронта волны при $\omega = \text{const}$ снижает инкремент усиления. С ростом κ несколько расширяется разброс значений ξ , соответствующих неустойчивым волнам.

Отмеченная выше фокусировка широкополосного волнового движения в узком вертикальном слое $y \approx y_r$ делает важным вопрос о коллективных эффектах эволюции возмущений. Анализ эволюции пространственно-локализованных возмущений может быть сведен к рассмотрению аппрокси-

$= \max_{\omega} \omega_i(R)$ при $\kappa > 5\%$ могут более чем на порядок превышать соответствующие значения при $\kappa = 0$. Осуществляется резкая фокусировка ψ_j в слое $y \approx y_r$. На рис. 4 показана трансформация $|\psi_j|$ при увеличении κ от формы классического распределения ТШ через двугорбую структуру к резкому пику. Кривые 1–4 получены при $Re = 625$, $\beta = 0$, $\alpha = 0,15$ для $\kappa = 0, 1, 3, 15\%$. При $\kappa = \text{const}$ падение частоты приводит к некоторому выполаживанию пика $|\psi_1|$, однако область его локализации остается инвариантной относительно изменения ω . В результате окрестность y_r становится зоной концентрации интенсивных пульсаций широкой полосы спектра. В то же время изменение κ слабо сказывается на дисперсионной зависимости ТШ



Р и с. 3



Р и с. 4

мирующего набора квазигармонических пакетов. При этом решение задачи состоит в построении асимптотики интеграла (4), для чего требуется изучение связи $\bar{\omega} = \bar{\omega}(\alpha, \beta)$ над полем комплексных α, β . Смещение пути интегрирования (4) с реальных осей в плоскостях α, β с учетом требования сходимости и прохождения через седловую точку α_0, β_0 ($\partial \bar{\omega}(\alpha_0, \beta_0)/\partial \alpha = x/t$, $\partial \bar{\omega}(\alpha_0, \beta_0)/\partial \beta = z/t$) приводит к представлению решения в виде

$$(5) \quad u_j(y, \bar{\omega}, \text{Re}) \sim (1/t) \psi_j(y, \alpha_0, \beta_0, \text{Re}) \exp i(\alpha_0 x + \beta_0 z - \bar{\omega}_0 t).$$

Применение указанного подхода к U_G обнаружило, что качественные особенности групповой эволюции волны остаются аналогичными найденным для U_B [13]. В частности, происходит сужение диапазона несущих частот пакетов, нарастающих в системе $x_1 = x - t \partial \bar{\omega}/\partial \alpha$ ($\gamma = \text{Im}(\bar{\omega} - \alpha \partial \bar{\omega}/\partial \alpha)$) относительно соответствующей области неустойчивых монохроматических колебаний (штриховые линии 2—4 на рис. 3; параметры расчетов отвечают принятым для монохроматических волн (сплошные линии 2—4)). В силу узости ω -полосы неустойчивости ($\gamma > 0$) можно ожидать, что в процессе эволюции широкополосное фоновое возмущение трансформируется в волновой пучок переменной несущей частоты $\omega_m = \omega(\omega_{im}(\text{Re}))$, $\omega_{im} = \max_{\omega} \omega_i(\text{Re})$ [13]. Особенностью перегибного $U_G(y)$ при $\kappa > 0$ является увеличение значений ω_m , γ_m и преобразование пучка в квазигармонический пакет при $\text{Re} \rightarrow \infty$, когда $\gamma_m \rightarrow \gamma_{in}$ и $\omega_m \rightarrow \text{const}$, как отмечалось выше.

Общность обнаруженных для U_G особенностей пуждается в выяснении. С этой целью рассматривалось течение, обобщающее на случай произвольных $\delta \geq \text{Re}^{-1/2}$, $y_r \geq \delta$ и аппроксимирующее предотрывный U_S и K -переходный (вторичный) U_K профили (см. рис. 1, линии 4, 3). Последние два распределения строились путем гладкого до второй производной отклонения полиномами от исходного профиля $U_B(y)$. При этом в качестве параметра κ (степени перегибности) выбиралась максимальная величина отклонения рассматриваемых профилей от распределения $U_B(y)$. Оказалось, что в рамках обобщенного U_G потока смещение $y_r \rightarrow 0$ (в область вязкого подслоя) не вызывает локализации пика $|\psi_1|$ в $y \approx y_r$. Течение стабилизируется, так как y_r становится ниже слоя l . Растяжение зоны δ при перегибах $y_r \in l$ слабо проявляется в спектральных характеристиках, но ведет к выполаживанию пика $|\psi_1|$ в окрестности y_r .

Свойства эволюции возмущений, обнаруженные в потоке U_G , качественно воспроизводятся в течении U_K . Существует вертикальный слой l ($0.8 \leq y \leq 3$), внутри которого перегиб ($\kappa > 0$) приводит к расширению спектра неустойчивых пульсаций, смещению его в область больших ω, α, ω_i и фокусировке $|\psi_1|$ в y_r .

Появление в потоке областей возвратного течения (профиля типа U_S) меняет ряд отмеченных выше особенностей. Наличие перегиба при $y_r \rightarrow 0$ больше не препятствует формированию пика $|\psi_1|$ вблизи стенки, в то время как спектр неустойчивых пульсаций слабо смещается в область больших ω, α . Проведенные расчеты согласуются с данными [4, 6]. Таким образом, универсальность переходных эффектов, обнаруженных при анализе U_G , оказывается ограниченной требованием монотонности профиля $U(y)$. Подобные условия типичны в пограничных слоях на плоской пластине, где, следовательно, образование перегиба в интервале $y_r \in l$ за счет уширения частотно-волнового спектра и скоростей пульсаций должно способствовать ускоренному выходу на турбулентный режим.

В этом контексте находит подтверждение идея о вторичной неустойчивости как механизме перехода [7, 9]. В частности, зарождение локализованных областей турбулентности (пятен) может быть объяснено модуляцией U_K , вызывающей блуждание параметров перегиба (κ, y_r) = $f(x, y, z, t)$ (такая модуляция действительно имеет место [9]). Тогда верти-

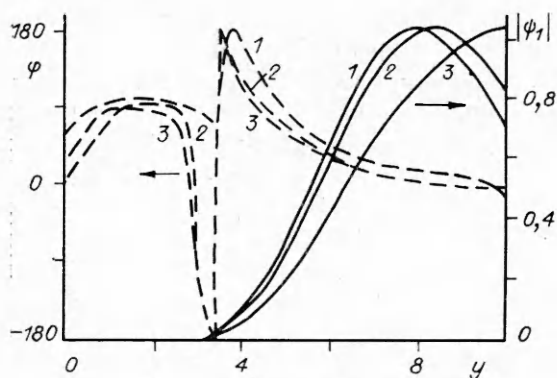


Рис. 5

кальная фокусировка широкополосных пульсаций дополнится их (x, z, t) -локализацией, спосимой со скоростью модуляции U_K .

С развитием данного процесса при К-переходе связывают [9] наблюдаемые на осциллограммах «шипы». Наши расчеты, однако, не подтверждают такую связь, так как область регистрации «шипов» оказывается выше границы $y_r \in l$, за которой усиление не происходит. На-

ходит основание вывод о «невторичной» природе всплесков [14]. Тем не менее возможность инициации перехода за счет механизма вторичной неустойчивости (при $y_r \in l$) представляется весьма вероятной.

В заключение рассмотрим влияние перегиба на моды непрерывного спектра. Вопрос о восприимчивости пограничного слоя к возмущениям в пабегающем потоке, в частности к волнам непрерывного спектра, остается открытым, и можно предполагать, что одним из механизмов воздействия на переход в пограничном слое является взаимодействие указанных и ТШ-мод. В случае течения Блазиуса такое взаимодействие оказывается неэффективным вследствие локализации ТШ внутри пограничного слоя, где пульсации непрерывного спектра имеют практически нулевую амплитуду. Коэффициенты взаимодействия, зависящие от произведения амплитудных функций, оказываются близкими к нулю.

Появление перегиба в профиле средней скорости вызывает локализацию пульсаций волны ТШ на высоте $y \approx y_r$, и в случае аналогичного фокусирующего воздействия на моды непрерывного спектра можно было ожидать появления конечного вклада в эти коэффициенты. В настоящей работе для анализа эффективности процесса изучалась зависимость пульсаций непрерывного спектра линейной задачи [15] от κ , y_r , Re , α , ω для профилей U_G , U_S , U_K . Оказалось, что в изученном диапазоне параметров ($300 \leq Re \leq 1000$, $\kappa_G \leq 10\%$, $\kappa_K \leq 30\%$, $y_r \leq 4.5$, $20 \cdot 10^{-6} \leq F \leq 115 \cdot 10^{-6}$) локализации пульсаций непрерывного спектра в точке перегиба не происходит. На рис. 5 представлены зависимости амплитуд и фаз (сплошные и штриховые линии соответственно) волны завихренности от y для профилей 1—3 скорости при $Re = 625$, $\alpha = 0.17$, U_B ; U_G , $\kappa = 6\%$, $y_r = 3.5$; U_K , $\kappa = 30\%$, $y_r \approx 3.5$. Наоборот, первый максимум волны с ростом κ слегка вытесняется во внешнюю область слоя. Во внутренней области заметна только перестройка поперечного распределения фазы $\varphi = \arg \psi_1(y)$. Такое поведение (отсутствие локализации амплитуд разных типов мод в зоне перегиба профиля скорости), по-видимому, делает неэффективным предложенный механизм воздействия внешних возмущений. Появление перегибов в профиле средней скорости является источником преобразований эволюции пульсаций внутри слоя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сушик М. М. Динамика структур в сдвиговых течениях // Нелинейные волны: структуры и бифуркации. — М.: Наука, 1987.
2. Ho C., Huerre P. Perturbed free shear layers // Ann. Rev. Fluid Mech. — 1984. — V. 16. — P. 365.
3. Бетчов Р., Криминале В. Вопросы гидродинамической устойчивости. — М.: Мир, 1971.
4. Nayfeh A. H., Ragab S. A., Al-Maaitab A. Effect of roughness on the stability of boundary layer. — N. Y., 1986. — (Pap./AIAA; N 86—1044).
5. Kendall J. M. Experimental study of laminar boundary layer receptivity to a traveling pressure field. — N. Y., 1987. — (Pap./AIAA; N 87—1257).
6. Gruber K., Bestek H., Fasel H. Interaction between a Tollmien — Schlichting wave and a laminar separation bubble. — N. Y., 1987. — (Pap./AIAA; N 87—1256).

7. Greenspan H. F., Benny D. J. On shear-layer instability, breakdown and transition // J. Fluid Mech.— 1963.— V. 15, pt 1.
8. Герценштейн С. Я. Об устойчивости нестационарного прямолинейного плоскопараллельного потока идеальной жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1969.— № 2.
9. Nishioka M., Asai M., Iida S. An experimental investigation of the secondary instability // Laminar-Turbulent Transition: IUTAM Symp., Stuttgart, Germany, 1979.— Berlin: Springer, 1980.
10. Гольдштик М. А., Штерн В. Н. Гидродинамическая устойчивость и турбулентность.— Новосибирск: Наука, 1977.
11. Gatsky T. V. Vortex motion in real bounded viscous flow // Proc. Roy. Soc. London.— 1985.— V. A397.— P. 397.
12. Зельман М. Б., Смородский Б. В. Развитие и взаимодействие возмущений в пограничных слоях с перегибным профилем скорости.— Новосибирск, 1989.— (Препр./АН СССР, Сиб. отд-ние, ИТПМ; № 2—89).
13. Зельман М. Б., Смородский Б. В. О пакетах волновых возмущений потока Блазуса // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1988.— № 1.
14. Качанов Ю. С. Резонансно-волновая природа перехода к турбулентности в пограничном слое // Моделирование в механике.— 1988.— Т. 1(18), № 2.
15. Жигулев В. Н., Тумин А. М. Возникновение турбулентности.— М.: Наука, 1987.

г. Новосибирск

Поступила 2/VI 1989 г.,
в окончательном варианте — 1/IX 1989 г.

УДК 532.526

В. Н. Ветлуцкий

РАСЧЕТ СЖИМАЕМОГО ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ЗАОСТРЕННОМ ТЕЛЕ БИЭЛЛИПТИЧЕСКОГО СЕЧЕНИЯ

Задача определения параметров пространственного пограничного слоя весьма актуальна, поскольку ее решение дает распределение трения и тепловых потоков на поверхности обтекаемого тела. Из численного расчета полных уравнений пограничного слоя находятся параметры потока: компоненты скорости, температура и плотность, что позволяет получать новые знания о всей картине течения.

Наибольшее число работ по расчету ламинарного трехмерного пограничного слоя посвящено несжимаемым течениям [1—5]. При сверхзвуковых скоростях набегающего потока он наиболее изучен на затупленных телах (см., например, [6—9]). На заостренных телах пространственный сжимаемый пограничный слой рассмотрен в [10—13]. Рассчитанные в [10] углы предельных линий тока и профили скорости на круговом конусе под углом атаки сравнены с экспериментом [11]. На телах оживальной-цилиндрической формы измерены распределения коэффициентов напряжения трения [12, 13].

В настоящей работе описаны постановка задачи и алгоритм расчета сжимаемого ламинарного пограничного слоя на заостренном теле. Приведены результаты расчетов для тела биэллиптического сечения при числе Маха $M_\infty = 2$ и углах атаки $\alpha = 0—10^\circ$. Описана эволюция пространственного пограничного слоя с изменением угла атаки.

1. Рассматривается обтекание заостренного тела фюзеляжеобразной формы, на которое набегают сверхзвуковой поток газа с числом Маха M_∞ . Тело имеет плоскость симметрии, в которой лежит вектор скорости набегающего потока. Он составляет угол атаки α с некоторой осью тела. В этом случае все течение также имеет плоскость симметрии.

Поверхность тела предполагается гладкой и ее уравнение задано в цилиндрической системе координат $r = r(\xi, \zeta)$. Координата ξ отсчитывается от вершины тела вдоль его оси, ζ — меридиональный угол в поперечном сечении, $\zeta = 0$ соответствует наветренной плоскости симметрии. Уравнения трехмерного сжимаемого ламинарного пограничного слоя записаны в неортогональной системе координат (ξ, η, ζ) , связанной с поверхностью тела [14]. Координата η совпадает с местной нормалью к поверхности.

Носовая часть тела предполагается конической. В этом случае невязкий поток здесь конический, а уравнения пограничного слоя допускают автомодельное решение, зависящее от переменных $\zeta, \lambda = \eta/\sqrt{\xi}$