

УДК 539.4:539.014.13

МЕТОД РАСЧЕТА ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В НАДРЕЗАХ С ПОЛУКРУГЛЫМ ПРОФИЛЕМ В ПОЛОМ ПОВЕРХНОСТНО УПРОЧНЕННОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ОБРАЗЦЕ

М. Н. Саушкин, В. П. Радченко, А. Ю. Куров

Самарский государственный технический университет, 443100 Самара
E-mails: msaushkin@gmail.com, radch@samgtu.ru, alexey_kurov@gmail.com

Предложен метод исследования распределения остаточных напряжений в надрезе с полукруглым профилем в полом цилиндрическом образце после опережающего поверхностного пластического деформирования, при этом в качестве исходной информации использована одна или две экспериментально определенные компоненты тензора остаточных напряжений в упрочненном слое гладкого образца. Задача решена с использованием метода конечных элементов и с учетом первоначальных пластических деформаций, которым ставятся в соответствие остаточные напряжения по законам упругости. Исследовано влияние технологии упрочнения и глубины надреза на распределение остаточных напряжений. Выполнена экспериментальная проверка разработанного метода и показано, что расчетные и экспериментальные данные о распределении напряжений по глубине слоя хорошо согласуются.

Ключевые слова: полый цилиндрический образец, поверхностное пластическое деформирование, полукруглый надрез, распределение остаточных напряжений, метод конечных элементов.

Качество поверхностного слоя деталей, формируемого в процессе механической и (или) технологической обработки при их изготовлении, существенно влияет на ряд показателей долговечности (износостойкость, прочность, сопротивление усталости и др.) Известно, что зоны концентрации напряжений в деталях машин и элементах конструкций являются очагами зарождения усталостных трещин и хрупких разрушений, развитие которых приводит в итоге к их разрушению. Результаты различных исследований (см., например, [1–5]) свидетельствуют о положительном влиянии остаточных напряжений на выносливость изделий с концентраторами напряжений, поэтому для увеличения сопротивления усталости при изготовлении таких изделий в местах, где может произойти разрушение, наводятся сжимающие остаточные напряжения, как правило, с использованием методов поверхностного пластического деформирования.

Однако если размеры концентратора напряжений малы по сравнению с геометрическими размерами деформирующего элемента или доступ к нему ограничен, то поле сжимающих остаточных напряжений в зоне концентрации наводится при изготовлении деталей. Так, на практике изготовлению мелких концентраторов напряжений предшествует упрочнение гладкой детали (опережающее упрочнение поверхности детали). При таком подходе

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 13-01-00699).

© Саушкин М. Н., Радченко В. П., Куров А. Ю., 2013

после упрочнения в детали возникают неоднородное поле остаточных пластических деформаций и неоднородное по глубине залегания поле остаточных напряжений, а после изготовления концентратора напряжений (фактически после удаления части объема) под действием остаточных пластических деформаций, играющих роль начальных деформаций, в упрочненном поверхностном слое происходит перераспределение остаточных напряжений. Следует отметить, что для сплошных цилиндрических деталей метод опережающего упрочнения поверхностей более эффективен, чем непосредственное упрочнение концентратора [5–8]. В частности, величина среднеинтегральных осевых остаточных напряжений в наименьшем сечении цилиндрических изделий с концентраторами напряжений непосредственно связана с сопротивлением многоциклового усталости таких деталей [4], поэтому основной задачей является определение распределения остаточных напряжений в области концентратора.

С учетом сказанного выше для определения характера распределения остаточных напряжений часто используется моделирование при заданных начальных остаточных пластических деформациях. Существующие методы решения данной задачи для цилиндрических образцов имеют недостатки, обусловленные вводимыми упрощающими предположениями. Во-первых, поскольку остаточные пластические деформации после упрочнения, как правило, не известны, считается, что они имеют однородное распределение по глубине слоя [5, 8], а это противоречит реальной картине. Во-вторых, во многих работах вместо осесимметричной задачи рассматривается плоская задача для осевого сечения цилиндрической детали, которая решается, например, с использованием методов теории функций комплексной переменной [9]. В работах [6, 7] предложен метод решения этой задачи на основе метода конечных элементов, учитывающий реальное распределение полей остаточных напряжений и пластических деформаций для сплошного цилиндрического образца с круговым концентратором напряжений после опережающего поверхностного пластического деформирования.

Целью настоящей работы является обобщение метода [6, 7] для полых цилиндрических образцов с круговым концентратором напряжений.

В соответствии с работами [6, 7] решение данной задачи включает следующие этапы:

- 1) решение краевой задачи для определения остаточных напряжений и пластических деформаций в полом гладком (без концентраторов напряжений) цилиндрическом образце;
- 2) решение краевой задачи о перераспределении остаточных напряжений после нанесения полукруглого надреза на предварительно упрочненную поверхность образца;
- 3) анализ полей остаточных напряжений в области концентратора напряжений.

1. Решение краевой задачи расчета остаточных напряжений и пластических деформаций в полом гладком цилиндрическом образце. Построение решения данной задачи с использованием метода конечных элементов состоит из нескольких этапов.

На первом этапе для гладкого образца на основе аналитического решения в цилиндрической системе координат, построенного в [10], моделируются начальные остаточные деформации и остаточные напряжения. Рассмотрим полый гладкий цилиндрический образец с внутренним радиусом R_1 и внешним радиусом R_2 в стандартной цилиндрической системе координат (r, θ, z) . Будем полагать, что упрочнению подверглась внешняя поверхность образца. При этом остаточные напряжения наведены таким образом, что касательные остаточные напряжения малы по сравнению с нормальными компонентами и ими можно пренебречь. Обозначим через $\sigma_\theta, \sigma_r, \sigma_z$ окружную, радиальную и осевую компоненты тензора остаточных напряжений, а через q_θ, q_r, q_z — компоненты тензора остаточных пластических деформаций. Примем также следующие гипотезы: 1) выполняется условие пластической несжимаемости материала; 2) в упрочненном сжатом слое не возникают вторичные пластические деформации; 3) наведенные пластические деформации

в поверхностном слое связаны соотношением

$$q_z(r) = \alpha q_\theta(r), \quad (1)$$

где $\alpha = \text{const}$ ($0 < \alpha < \infty$) — параметр деформационной анизотропии поверхностного упрочнения. В частности, для режимов динамического упрочнения, например при гидро- или пневмодробеструйной обработке, в силу хаотической бомбардировки поверхности изделия микрошариками, априори можно положить $\alpha = 1$, $q_z(r) = q_\theta(r)$ (остаточные пластические деформации на малом участке поверхности цилиндрического образца наводятся как на плоскости), а для квазистатических режимов упрочнения (обкатка роликом) вследствие деформационной анизотропии значение $\alpha \neq 1$ [11, 12].

Задача включает:

— уравнение равновесия

$$r \frac{d\sigma_r}{dr} + \sigma_r = \sigma_\theta;$$

— условие равенства нулю действующего на образец суммарного осевого усилия

$$\int_{R_1}^{R_2} r \sigma_z(r) dr = 0;$$

— соотношение

$$\varepsilon_i = e_i + q_i, \quad i \equiv r, \theta, z,$$

где ε_i — компоненты тензора полных деформаций образца, возникающих в результате поверхностного упрочнения; q_i — компоненты тензора остаточных пластических деформаций; e_i — компоненты тензора упругих деформаций:

$$Ee_r = \sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z), \quad Ee_\theta = \sigma_\theta - \nu(\sigma_r + \sigma_z), \quad Ee_z = \sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_\theta),$$

ν — коэффициент Пуассона; E — модуль Юнга для рассматриваемого материала;

— условие

$$q_z = \alpha q_\theta = -\alpha(1 + \alpha)^{-1} q_r, \quad (2)$$

следующее из гипотезы пластической несжимаемости материала и соотношения (1);

— уравнение совместности деформаций

$$r \frac{d\varepsilon_\theta}{dr} + \varepsilon_\theta = \varepsilon_r;$$

— гипотезу плоских сечений

$$e_z(r) + q_z(r) = \varepsilon_z^0(r) \quad (\varepsilon_z^0(r) = \varepsilon_z^0 \equiv \text{const}, \quad r \in [R_1, R_2]).$$

В силу того что после упрочнения образец находится в естественном не нагруженном внешними силами состоянии, имеем

$$\sigma_r(R_1) = 0, \quad \sigma_r(R_2) = 0.$$

Поскольку упрочнению подвергается внешняя поверхность цилиндра, а толщина упрочненного слоя для существующих технологий поверхностного пластического деформирования составляет 100–400 мкм (в зависимости от технологии упрочнения), естественно предположить, что на внутренней неупрочненной поверхности

$$\sigma_\theta(R_1) = 0, \quad q_\theta(R_1) = q_r(R_1) = q_z(R_1) = 0.$$

В основу феноменологического метода [10] положено предположение о том, что распределение окружной компоненты $\sigma_\theta(r)$ по радиусу во всем образце заранее известно. Тогда

согласно [10] все компоненты тензоров остаточных напряжений и остаточных пластических деформаций определяются через $\sigma_\theta(r)$ по следующим формулам ($r \in [R_1, R_2]$):

$$\begin{aligned} \sigma_r(r) &= \frac{1}{r} \int_{R_1}^r \sigma_\theta(z) dz, & \sigma_z(r) &= E(\varepsilon_z^0 - q_z(r)) + \nu(\sigma_r(r) + \sigma_\theta(r)), \\ \varepsilon_z^0 &= \frac{2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} r \left(q_z(r) - \frac{\nu}{E} [\sigma_r(r) + \sigma_\theta(r)] \right) dr, & (3) \\ q_\theta(r) &= \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{(1 + \alpha\nu)^2 E} r^{-\beta} \int_{R_1}^r \xi^{\beta-1} (\sigma_r(\xi) + (1 + \alpha)\sigma_\theta(\xi)) d\xi + \\ &+ \frac{1 + \nu}{(1 + \alpha\nu)E} [\nu\sigma_r(r) - (1 - \nu)\sigma_\theta(r)], & \beta &= \frac{2 + \alpha}{1 + \alpha\nu}. \end{aligned}$$

Эпюра самоуравновешенных окружных напряжений аппроксимируется соотношением

$$\sigma_\theta(r) = (\sigma_0 - \sigma_1 \exp(-((R_2 - h^* - r)/b)^2))(r - R_1),$$

где $\sigma_0, \sigma_1, b, h^*$ — параметры, методика определения которых изложена в работе [10], а из эксперимента должны быть известны либо $\sigma_\theta(r)$ и α , либо $\sigma_z(r)$ и α , либо $\sigma_\theta(r)$ и $\sigma_z(r)$.

На втором этапе осуществляется разбиение гладкого полого цилиндра на конечные элементы. При этом необходимо учитывать, что остаточные напряжения обладают существенным градиентом в приповерхностном слое; это приводит к необходимости создания достаточно мелкой конечноэлементной сетки в области сжатия материала.

На третьем этапе с использованием метода конечных элементов решается краевая задача с заданными начальными деформациями $q_i = q_i(r)$, которые определяются на основе методики, предложенной в работе [10] по формулам (2), (3). Остаточные пластические деформации моделируются псевдотемпературными деформациями

$$q_i(r) = \beta_i(T)[T(r) - T_0], \quad i \equiv r, \theta, z, \quad r \in [R_1, R_2], \quad (4)$$

где T_0 — некоторая начальная температура, а закон изменения температуры $T = T(r)$ задается линейной (или любой другой) функцией. Тогда, зная $q_i(r)$, из (4) определим функции $\beta_i = \beta_i(T(r))$ как функции радиуса. Далее с использованием метода конечных элементов решаем фиктивную задачу термоупругости и в результате определяем остаточные (фиктивные температурные) напряжения.

На рис. 1 приведены расчетные эпюры остаточных напряжений, полученные с использованием методики [10] (сплошные линии) и метода конечных элементов через остаточные (начальные) пластические деформации (штриховые линии) для полых гладких цилиндрических образцов из сплава Д16Т ($R_1 = 2,5$ мм, $R_2 = 7,5$ мм, $E = 71\,430$ МПа, $\nu = 1/3$) и стали марки 40Х ($R_1 = 5$ мм, $R_2 = 12,5$ мм, $E = 218\,400$ МПа, $\nu = 1/3$) соответственно, упрочненных путем гидродробеструйной обработки ($\alpha = 1$). (Здесь $h = R_2 - r$, $r \in [R_1, R_2]$.) Точками показаны экспериментальные значения для осевой компоненты σ_z (рис. 5.8, а, 5.9, а в [4. С. 34–35]). На рис. 1 видно, что результаты расчетов, выполненных с использованием методики [10] и метода конечных элементов, практически совпадают, а данные расчетов для компоненты σ_z хорошо согласуются с экспериментальными данными. Таким образом, результаты, полученные с помощью предложенной методики расчета полей остаточных напряжений методом конечных элементов через начальные пластические деформации, хорошо согласуются с результатами, полученными с помощью аналитического решения [10], и с экспериментальными данными.

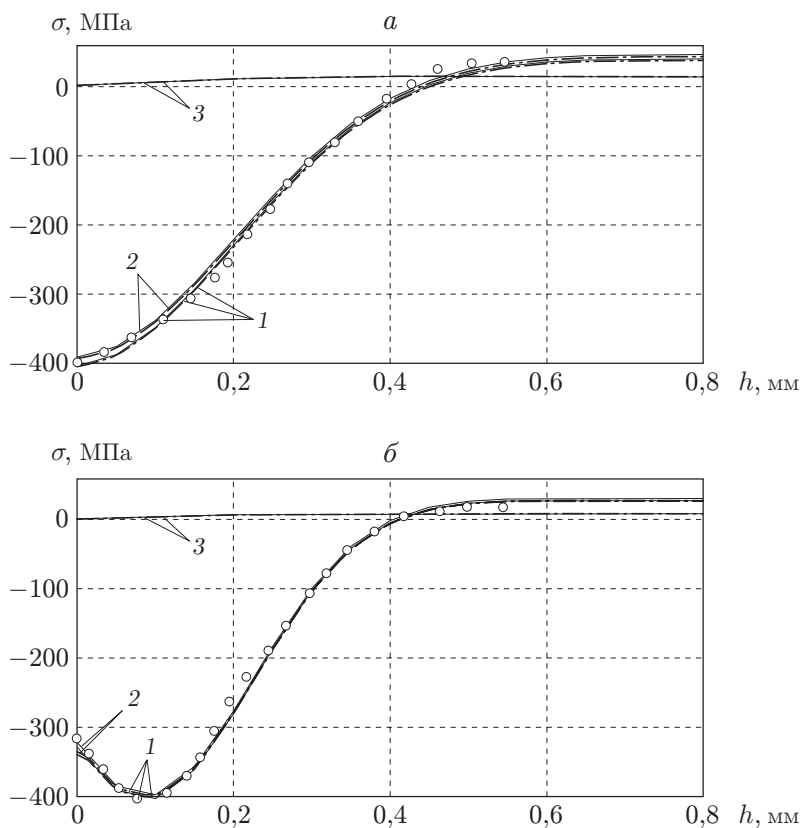


Рис. 1. Распределения остаточных напряжений по глубине упрочненного слоя h для гладких полых цилиндрических образцов из сплава Д16Т (а) и из стали марки 40Х (б):

1 — $\sigma_z = \sigma_z(h)$, 2 — $\sigma_\theta = \sigma_\theta(h)$, 3 — $\sigma_r = \sigma_r(h)$; сплошные линии — расчет по методике [10], штриховые — расчет по методу конечных элементов, точки — данные эксперимента [4]

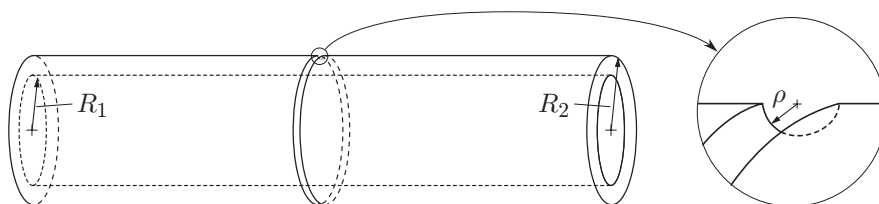


Рис. 2. Схема полого цилиндрического образца с надрезом

2. Решение краевой задачи для полого цилиндрического образца с полукруглым надрезом, нанесенным после упрочнения. При решении задачи о перераспределении остаточных напряжений в образце с полукруглым, нанесенным после упрочнения надрезом радиусом ρ (рис. 2) будем полагать, что в процессе перераспределения напряжений дополнительные пластические деформации не возникают, а финишные остаточные напряжения обусловлены упругим изменением объема цилиндра. В этом случае имеет место задача, аналогичная температурной в теории упругости.

Схема решения задачи для цилиндра с надрезом аналогична схеме решения для случая гладкого образца и также включает три этапа: 1) разбиение цилиндрического образца с надрезом на конечные элементы; 2) замена начальных остаточных пластических деформаций псевдотемпературными деформациями в образце (на основе решения для гладкого

образца); 3) решение задачи фиктивной термоупругости относительно неизвестных остаточных напряжений при заданных начальных (псевдотемпературных, соответствующих пластическим) деформациях.

Первый и третий этапы решения задачи принципиально (технически) не отличаются от случая гладкого образца, второй этап требует пояснения.

На основе методики [10] по формулам (2), (3) определяются пластические деформации $q_i(r)$ ($i \equiv r, \theta, z$) для гладкого образца, которые затем моделируются псевдотемпературными деформациями (4). После этого поле псевдотемпературных деформаций, полученное для гладкого образца, переносится на образец с надрезом. Таким образом моделируется нанесение надреза на гладкий образец. Далее с использованием метода конечных элементов решается фиктивная задача термоупругости с заданным начальным полем деформаций для полого цилиндрического образца с надрезом.

На основе предложенного подхода разработан программный продукт, автоматизирующий решение поставленной задачи. В расчетах длина цилиндрического образца в 30 раз превышала диаметр $2R_2$, а надрез располагался в середине образца. Один торец образца имел жесткое закрепление, второй был свободным.

3. Анализ полей остаточных напряжений в области концентратора напряжений. На рис. 3, *а, б* приведены результаты расчета остаточных напряжений в полом цилиндрическом образце из сплава Д16Т с круговыми надрезами радиусами $\rho = 0,3; 0,5$ мм соответственно после процесса перераспределения остаточных напряжений от дна надреза по глубине $h = R_2 - \rho - r$, $r \in [R_1, R_2 - \rho]$ в наименьшем сечении детали; на рис. 3, *в* приведены аналогичные результаты для образца с надрезом радиусом $\rho = 0,3$ мм из стали марки 40Х. Сравнение результатов расчета для гладких образцов и образцов с надрезами показывает следующее. Для рассмотренных образцов с малым радиусом надреза ($\rho = 0,3$ мм) в концентраторе на дне надреза остаточное напряжение σ_z существенно увеличивается (по модулю) по сравнению с таким же напряжением на поверхности гладкого упрочненного образца (см. рис. 1). В то же время напряжение σ_θ на дне надреза уменьшается (по модулю) по сравнению с тем же напряжением в гладком образце. Величина σ_r численно (по модулю) существенно не меняется, однако в концентраторе меняется знак этого напряжения. В то же время при относительно большом радиусе надреза ($\rho = 0,5$ мм), сопоставимом с толщиной упрочненного слоя (см. рис. 1, *а*), компоненты напряжения σ_z , σ_θ становятся меньше (по модулю) соответствующих компонент напряжений в гладком образце (см. рис. 1, *б*).

Таким образом, процедура опережающего пластического деформирования наиболее эффективна в полых цилиндрических образцах с малыми радиусами надреза, меньшими толщины упрочненного слоя (область сжатия материала для напряжений σ_z и σ_θ), поскольку в этом случае происходит увеличение (по модулю) компоненты напряжения σ_z , которая входит, например, в критерий влияния остаточных напряжений на предел выносливости деталей в условиях концентрации напряжений [4].

Выполнен сравнительный анализ расчетных значений напряжения σ_z , полученных в настоящей работе, с данными расчета этой компоненты по приближенной аналитической зависимости [4, 9] с использованием методов теории функций комплексной переменной для плоской задачи, когда вместо цилиндрического образца рассматривается тонкая пластина — осевое сечение цилиндра с концентратором напряжений. На рис. 3, *а, в* видно, что данные расчета величины σ_z по методике [9] хорошо согласуются с результатами расчета, выполненного в настоящей работе.

Заключение. В отличие от известных методов решения рассмотренной задачи разработанный метод позволяет учитывать реальное неоднородное по радиусу распределение остаточных пластических (начальных) деформаций. Кроме того, предложенный ме-

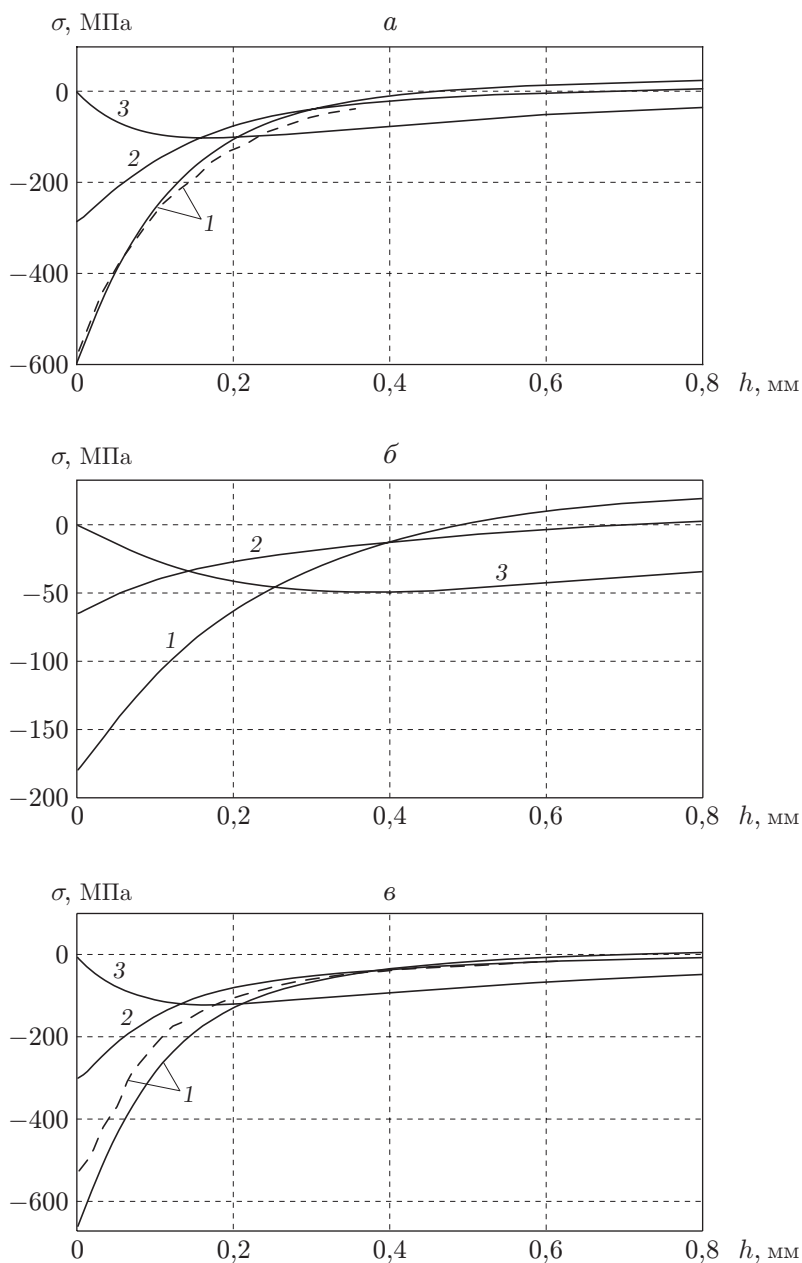


Рис. 3. Распределения остаточных напряжений по глубине упрочненного слоя h для образцов с надрезами радиусом $\rho = 0,3$ мм (*a*), $\rho = 0,5$ мм (*б*) из сплава Д16Т и образца с надрезом радиусом $\rho = 0,3$ мм из стали марки 40X (*в*):

1 — $\sigma_z = \sigma_z(h)$, 2 — $\sigma_\theta = \sigma_\theta(h)$, 3 — $\sigma_r = \sigma_r(h)$; сплошные линии — расчет, выполненный в настоящей работе, штриховые — расчет по методике [9]

тод позволяет восстановить полную трехмерную картину напряженно-деформированного состояния в упрочненных цилиндрических изделиях (гладких и с концентраторами в виде надрезов). Показаны возможности использования разработанной методики для решения краевых задач о напряженно-деформированном состоянии полых цилиндрических изделий с концентраторами напряжений в условиях внешнего нагружения при начальных полях остаточных напряжений и деформаций, вызванных предварительным деформированием.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Радченко В. П., Афанасьева О. С.** Методика расчета предела выносливости упрочненных цилиндрических образцов с концентраторами напряжений при температурных выдержках в условиях ползучести // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2009. № 2. С. 264–268.
2. **Смыслов А. М., Смылова М. К., Дубин А. И.** О взаимосвязи релаксационной стойкости лопаток компрессора из титановых сплавов с параметрами сопротивления усталости // Вестн. Урал. гос. авиац.-техн. ун-та. 2012. Т. 16, № 1. С. 24–29.
3. **Сулима А. М.** Поверхностный слой и эксплуатационные свойства деталей машин / А. М. Сулима, В. А. Шулов, Ю. Д. Ягодкин. М.: Машиностроение, 1988.
4. **Павлов В. Ф.** Остаточные напряжения и сопротивление усталости упрочненных деталей с концентраторами напряжений / В. Ф. Павлов, В. А. Кирпичев, В. Б. Иванов. Самара: Сам. науч. центр РАН, 2008.
5. **Павлов В. Ф.** Прогнозирование сопротивления усталости поверхностно упрочненных деталей по остаточным напряжениям / В. Ф. Павлов, В. А. Кирпичев, В. С. Вакулук. Самара: Сам. науч. центр РАН, 2012.
6. **Саушкин М. Н., Куров А. Ю.** Конечно-элементное моделирование распределения остаточных напряжений в сплошных упрочненных цилиндрических образцах и образцах с полукруглым надрезом // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2011. № 3. С. 72–78.
7. **Саушкин М. Н., Куров А. Ю.** Анализ напряженного состояния в надрезах полукруглого профиля после опережающего поверхностного пластического деформирования сплошных цилиндрических образцов // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2012. № 1. С. 133–140.
8. **Павлов В. Ф.** Расчет остаточных напряжений в деталях с концентраторами напряжений по первоначальным деформациям / В. Ф. Павлов, А. К. Столяров, В. С. Вакулук, В. А. Кирпичев. Самара: Сам. науч. центр РАН, 2008.
9. **Иванов С. И., Шатунов М. П., Павлов В. Ф.** Определение дополнительных остаточных напряжений в надрезах на цилиндрических деталях // Вопросы прочности элементов конструкций. Куйбышев: Куйбышев. авиац. ин-т, 1973. Вып. 60. С. 160–170.
10. **Радченко В. П., Саушкин М. Н.** Феноменологический метод расчета остаточных напряжений и пластических деформаций в полой поверхностно упрочненной цилиндрической образце // Прикл. математика и механика. 2013. Т. 77, № 1. С. 145–152.
11. **Радченко В. П., Павлов В. Ф., Саушкин М. Н.** Определение параметра анизотропии упрочнения и остаточных напряжений в цилиндрическом образце из стали после обкатки роликом // Пробл. машиностроения и надежности машин. 2011. № 4. С. 93–100.
12. **Саушкин М. Н., Радченко В. П., Павлов В. Ф.** Метод расчета полей остаточных напряжений и пластических деформаций в цилиндрических образцах с учетом анизотропии процесса поверхностного упрочнения // ПМТФ. 2011. Т. 52, № 2. С. 173–182.