12. **Сагомонян А. Я., Гарбер П. М.** Взрыв сферического слоя заряда в пластически сжимаемой среде.— Вестн. МГУ. Сер. математика и механика, 1974, № 3.
13. **Srinivasan M. G.** Reflection and transmission of elastic-plastic spherial waves at a spherial interface.— Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech., 1975, vol. 42, N 4.
14. **Новацкий В. К.** Волновые задачи теории пластичности. М.: Мир, 1978.
15. **Ильюшин А. А.** Пластичность. Ч. I. М.— Л.: ГИТТЛ, 1948.
16. **Григорян С. С.** Об основных представлениях динамики грунтов.— ПММ, 1961, т. 25, вып. 1.
17. **Николаевский В. Н.** Механические свойства грунтов и теория пластичности.— ВИНИТИ. Итоги науки и техники, 1972, т. 6.
18. **Широков В. Н.** К задаче о круглом жестком штампе на нелинейно-деформируемом полупространстве.— Основания, фундаменты и механика грунтов, 1971, № 5.
19. **Христофоров В. С., Задворнев Г. А.** Напряженно-деформированное состояние грунта с нелинейными характеристиками при осесимметричной плоской деформации.— Основания, фундаменты и механика грунтов, 1978, № 6.
20. **Христофоров В. С., Караганов В. Н.** Исследование несвязанных грунтов в стабилометре с оптической системой измерений деформаций.— Основания, фундаменты и механика грунтов, 1979, № 3.
21. **Korhonen Kalle-Heikki.** On soil deformations.— J. Struct. Mech., Rakenteiden mekaniikka, Suomi, 1972, vol. 5, N 3.
22. **Ломизе Г. М., Крыжановский А. Л., Петрянин В. Ф.** Исследование закономерностей развития напряженно-деформированного состояния песчаного основания при плоской деформации.— Основания, фундаменты и механика грунтов, 1972, № 1.

УДК 539.376 + 539.4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВНЕШНИХ ТЕМПЕРАТУРНО-СИЛОВЫХ ПОЛЕЙ ДЛЯ РАВНОПРОЧНЫХ В ПРОЦЕССЕ ПОЛЗУЧЕСТИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

А. Ф. Никитенко

(*Новосибирск*)

С расчетом и проектированием равнопрочных элементов конструкций, работающих в условиях ползучести, можно ознакомиться, например, в [1—4], где при заданных внешних нагрузках и температуре определяется геометрия тела (элемента конструкции), такая, чтобы оно было равнопрочным. Во всех отмеченных выше расчетах не учитывается процесс повреждаемости материала и используются при этом уравнения только установившейся ползучести. Тело считается равномерно прогретым. В некоторых случаях можно реализовать в процессе ползучести равнопрочность тела с заранее заданной геометрией путем надлежащего подбора поля внешних нагрузок и температуры. Этому вопросу посвящена данная работа. При этом тело считается неравномерно прогретым. Используется система уравнений, описывающая все три стадии ползучести материала с одновременным учетом процесса накопления в нем повреждений. Методика определения внешних нагрузок и температуры дана для случая осесимметричной плоской деформации. Температурное поле при этом считается плоским и осесимметричным.

Неравномерно прогретое и нагруженное внешними усилиями тело (элемент конструкции) будем называть оптимальным по долговечности (или равнопрочным в процессе ползучести), если во всех точках его процесс повреждаемости идет идентичным образом и, следовательно, одновременно за некоторое наперед заданное время t_{**} параметр повреждаемости ω достигает своего критического значения, равного единице. В [5] показано, что для реализации равнопрочности тела необходимо и достаточно выполнения в каждой его точке на любой момент времени $0 < t \leqslant \leqslant t_{**}$ равенства $B_2 S_2^{(g+1)/2} = C(t)$, которое целесообразно именовать условием оптимальности. В частности, при стационарных внешних нагрузках и температуре C не зависит от времени, т. е. является константой, которая равна $C = [(\alpha + 1)(m + 1)\, t_{**}]^{-1}$ [5]; g, α, m — характеристики материала; S_2 — второй инвариант девиатора тензора напряжений; $S_2 = (1/2) s_{ij} s_{ij}$; s_{ij} — компоненты девиатора тензора напряжений. Считаем, что экспериментально установленная зависимость коэффициента B_2 от температуры имеет вид [2] $B_2 = B_0 \exp(c\Theta)$, где B_0, c — константы материала; Θ — температура, являющаяся функцией координат точек тела. С учетом этого равенства условие оптимальности для тела, нагруженного стационарными внешними нагрузками, запишется в виде

$$S_2^{(g+1)/2}\exp(c\Theta) = CB_0^{-1}. \tag{1}$$

Система уравнений для оптимального по долговечности тела, описывающая все три стадии ползучести с одновременным учетом повреждаемости материала, значительно упрощается и принимает вид [5]

$$\eta_{ij} = kS_2^{\lambda}s_{ij},\quad \lambda = (n-g-2)/2,\ i, j = 1, 2, 3,\quad \omega = (1-\mu)^{1/(\alpha+1)}, \tag{2}$$

где функции времени

$$\mu = (1 - t/t_{**})^{1/(m+1)};\quad k = k_1\left[2(\alpha+1)(m+1)\,t_{**}\mu^m(1-\mu)^{\alpha/(\alpha+1)}\right]^{-1};$$

k_1, m, n — характеристики материала. При этом в каждой точке тела должны быть выполнены уравнения равновесия, уравнения неразрывности скоростей деформаций ползучести и соответствующие граничные условия.

Остановимся на решении плоской осесимметричной задачи по определению внешних нагрузок и температуры для равнопрочного в процессе ползучести тела заданной геометрии. Рассмотрим, например, толстостенную цилиндрическую трубу, находящуюся в плоском осесимметричном температурном поле

$$\Theta(r) = C' + \Theta_*\ln r/a. \tag{3}$$

Здесь a, r — внутренний и текущий радиусы трубы. Отметим, что (3) представляет собой решение уравнения теплопроводности для цилиндрической трубы в предположении отсутствия теплообмена на торцах при заданном конвективном теплообмене на внутренней и наружной ее цилиндрических поверхностях или при заданных температурах на этих поверхностях [6]. В предположении последнего получаем

$$C' = \Theta(a),\quad \Theta_* = [\Theta(b) - \Theta(a)]/\ln\beta,\quad \beta = b/a$$

(b — наружный радиус трубы). Подставляя (3) в условие оптимальности (1), получаем закон распределения интенсивности напряжений по радиусу трубы:

$$S_2^{1/2} = A(a/r)^{\nu}, \tag{4}$$

где $A = [(\alpha+1)(m+1)\,t_{**}B_0\exp(c\Theta(a))]^{-1/(g+1)}$; $\nu = c\Theta_*/(g+1)$. Варьируя перепад температуры Θ_* по радиусу трубы и внешние нагрузки, представляющие комбинацию внутреннего и внешнего давлений, можно добиться выполнения условия (4). Поэтому очевидно, что граничные условия по температуре и внешним нагрузкам не могут быть произвольными. Их необходимо найти или указать соответствующие им ограничения. Помимо условия (4), компоненты σ_r, σ_φ тензора напряжений должны удовлетворять уравнению равновесия [6]

$$d\sigma_r/dr + (\sigma_r - \sigma_\varphi)/r = 0,$$

а компоненты η_r, η_φ тензора скоростей деформаций ползучести — уравнению неразрывности [6]

$$d\eta_\varphi/dr + (\eta_\varphi - \eta_r)/r = 0. \tag{5}$$

Введем функцию напряжений $F(r)$, тождественно удовлетворяющую уравнению равновесия, причем [6]

$$\sigma_r = (1/r)(dF/dr),\quad \sigma_\varphi = d^2F/dr^2. \tag{6}$$

В качестве примера рассмотрим случай плоской деформации. Учитывая это и подставляя (6), (2) с учетом (4) в уравнение неразрывности (5), получаем однородное уравнение Эйлера относительно функции напряжений:

$$(n-g-1)\,d^3F/dr^3-((n-g-3)/r)\,d^2F/dr^2+((n-g-3)/r^2)\,dF/dr=0.$$

Его общее решение имеет вид

$$F(r)=C_1+C_2r^2+C_3r^{\nu_1},\quad \nu_1=2(n-g-2)/(n-g-1). \tag{7}$$

Можно положить $C_1=0$, так как C_1 не влияет на распределение напряжений. Функция напряжений (7) должна удовлетворять соотношению (4), полученному из условия оптимальности. С учетом (6) соотношение (4) для случая плоской деформации принимает вид

$$d^2F/dr^2-(1/r)(dF/dr)=2A(a/r)^{\nu}.$$

Подставляя сюда (7) и сравнивая левую и правую части, получаем

$$\nu=2/(n-g-1),\quad C_3=-2Aa^{\nu}/\nu\nu_1. \tag{8}$$

Таким образом, функция напряжений (7) окончательно принимает вид

$$F(r)=C_2r^2-2Aa^{\nu}r^{\nu_1}/\nu\nu_1,$$

а компоненты напряжений (6) при этом равны

$$\sigma_r=2C_2-(2A/\nu)(a/r)^{\nu},\quad \sigma_{\varphi}=2C_2-(2A(1-\nu)/\nu)(a/r)^{\nu}. \tag{9}$$

Из сопоставления первого равенства (8) и соотношения $\nu=c\Theta_*/(g+1)$ видно, что перепад температуры по радиусу трубы не может быть произвольным. Он определяется через характеристики материала и геометрический размер трубы, т. е.

$$\Theta(b)-\Theta(a)=[2(g+1)/c(n-g-1)]\ln\beta. \tag{10}$$

Из (9) следует, что поверхностные нагрузки также не могут быть произвольными. Их необходимо подобрать таким образом, чтобы уравновесить, например, радиальные напряжения на внутренней и внешней поверхностях трубы:

$$\sigma_r(a)=2C_2-2A/\nu,\quad \sigma_r(b)=2C_2-2A/\nu\beta^{\nu}.$$

Этого можно добиться, нагрузив трубу внутренним давлением p_1, внешним давлением p_2 или их комбинацией. В случае последнего имеем

$$p_1-p_2=s_*(\beta^{\nu}-1),\ \text{где}\ s_*=2A/\nu\beta^{\nu}. \tag{11}$$

Константа интегрирования C_2 получается равной $2C_2=s_*-p_2$, а компоненты напряжений (9) окончательно принимают вид

$$\sigma_r=-p_2+s_*\left[1-(b/r)^{\nu}\right],\quad \sigma_{\varphi}=-p_2+s_*\left[1-(1-\nu)(b/r)^{\nu}\right]. \tag{12}$$

Компоненты деформаций ε_r, ε_{φ} после интегрирования соотношений (2) по времени с учетом (4), (12) определяются в виде

$$\varepsilon_{\varphi}=-\varepsilon_r=\varepsilon_*(r)\,\omega(t),$$

где $\varepsilon_*=0{,}5k_1A^{2/\nu}(a/r)^2$ представляет собой распределение деформаций ε_r, ε_{φ} по радиусу трубы в момент ее разрушения. Видно, что напряженное состояние (12) в равнопрочной в процессе ползучести трубе является установившимся, а деформированное состояние представляет произведение функции координат на функцию времени. Для реализации равнопрочности в процессе ползучести толстостенной трубы необходимо из условий эксплуатации задаться геометрическим размером трубы β, значением температуры на внутренней ее поверхности и временем до разрушения t_{**}. Зная характеристики материала, из которого будет изготавливаться труба, из (4), (11) находим величины A и s_*. Из (10) определяем перепад температуры и тем самым находим температуру на внешней поверхности трубы. Из первого равенства (11) вычисляем перепад давления, задавшись предварительно внутренним или внешним давление.м

Интересно проанализировать случай, когда труба равномерно прогрета, т. е. $\Theta_* = 0$. При этом $\nu = 0$ и, как следует из (4), интенсивность напряжений не зависит от радиуса и равна $S_2^{1/2} = A$. Для наглядности в дальнейшем положим $p_2 = 0$. Переходя в (11) к пределу при $\nu \to 0$, находим

$$p_1 = 2A\ln\beta.$$

Видно, что это соотношение является аналогом известной формулы

$$p_* = 2\tau_s \ln\beta,$$

которая широко используется в расчетах прочности цилиндрических труб и сосудов в условиях пластического деформирования. Здесь τ_s — предел текучести материала при чистом сдвиге, A вырождается в предел длительной прочности материала, определенный при фиксированной температуре на базе t_{**} часов.

Из (12) при $p_2 = 0$ и $\nu \to 0$ следует, что распределение напряжений соответствует идеально пластическому состоянию с той лишь разницей, что в последнем величина p_* заменена на p_1, т. е.

$$\sigma_r = -(p_1/\ln\beta)\ln(b/r), \quad \sigma_\varphi = (p_1/\ln\beta)[1 - \ln(b/r)].$$

Аналогично можно рассмотреть случай плоского напряженного состояния. Методика определения внешних температурно-силовых полей аналогична той, что изложена выше. В обоих случаях граничные условия по температуре и нагрузке не являются произвольными. Следовательно, они могут быть технически трудно осуществимы. В связи с этим изложенную методику определения внешних нагрузок и температуры с целью возможности реализации равнопрочности конкретных элементов конструкций в процессе ползучести можно рекомендовать в качестве прикидочной на первых этапах расчета и проектирования изделий. Решение этой задачи в самом общем случае весьма затруднительно.

Поступила 27 III 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. **Работнов Ю. Н.** Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966.
2. **Качанов Л. М.** Теория ползучести. М.: Физматгиз, 1960.
3. **Немировский Ю. В.** Оптимальное проектирование ползущих конструкций. —В кн.: Материалы III Всесоюз. съезда по теоретической и прикладной механике. М., 1968.
4. **Немировский Ю. В., Резников Б. С.** Равнопрочные в условиях ползучести балки и плиты. — Машиноведение, 1969, вып. 2.
5. **Никитенко А. Ф., Заев В. А.** Об экспериментальном обосновании эквивалентной термосиловой поверхности в смысле процесса повреждаемости материала и длительности до разрушения.— Проблемы прочности, 1979, № 3.
6. **Коваленко А. Д.** Термоупругость. Киев: Вища школа, 1975.

УДК 531.663

НЕИЗОТЕРМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СДАВЛИВАНИЯ ПЛАСТИЧЕСКОГО ДИСКА ПРИ УДАРЕ

В. К. Боболев, А. В. Дубовик, М. В. Лисанов

(*Москва*)

Рассмотрена математическая модель явления тепловой неустойчивости осевой деформации тонкого однородного диска из несжимаемого вязкопластического материала с учетом инерционных свойств потоков, возникающих под действием механического удара, направленного вдоль оси симметрии. Эти исследования представляют интерес для анализа технологических процессов обработки материалов импульсной нагрузкой, чувствительности взрывчатых веществ к удару на копре и многих других случаев,