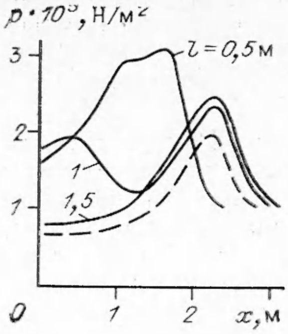
Рис. 5. Распределение давления на поверхности земли при $t = 4$ мс для различных расположений экрана.



венным. Ниже представлено отношение величины объема, свободного от ЛГМ, полученного с использованием отражающих экранов, к объему без экрана для различных значений l:

$(V_{экр}/V_{\infty})\cdot 100\,\%$	240	137	0
l, м	0,5	1,0	1,5

Результаты говорят о том, что эффективность отражающего экрана тем выше, чем ближе экран расположен к заряду, но при этом следует иметь в виду, что при близком расположении экрана к заряду он может разрушиться.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Орлов О. К., Кустов Ю. В.** // Лесные пожары и борьба с ними.— Л., 1986.— С. 102—108.
2. **А. с. 1136811, МКИ А62 с.** Способ тушения лесного пожара/А. М. Гришин, В. М. Бабаев, В. Е. Абалтусов и др., 1985.
3. **А. с. 1644976, МКИ А62 с.** Способ тушения лесных пожаров/А. М. Гришин, Н. А. Алексеев, А. Н. Голованов, 1991.
4. **Гришин А. М.** Математические модели лесных пожаров.— Томск: Изд-во Том. ун-та, 1981.— 227 с.
5. **Гришин А. М., Ковалев Ю. М.** Экспериментальное и теоретическое исследование воздействия взрыва на фронт верхового лесного пожара // ФГВ.— 1989.— 25, № 6.— С. 72—79.
6. **Каширский А. В., Орленко Л. П., Охитин В. Н.** // ПМТФ.— 1973.— № 2.— С. 165—170.
7. **Селиванов В. В.** Численная оценка влияния формы ВВ на параметры воздушных ударных волн // ФГВ.— 1985.— 21, № 4.— С. 93—98.
8. **Рихтмайер Р. Д., Мортон К. У.** Разностные методы решения краевых задач.— М.: Мир, 1972.— 418 с.
9. **Численные** решения многомерных задач газовой динамики.— М.: Наука, 1976.— 400 с.
10. **Баум Ф. А., Орленко Л. Н., Станюкович К. П. и др.** Физика взрыва.— М.: Наука, 1975.— 704 с.
11. **Дубов А. С., Быкова Л. П., Марунич С. В.** Турбулентность в растительном покрове.— Л.: Гидрометеоиздат, 1978.— 182 с.
12. **Взрывные** явления. Оценки и последствия.— М.: Мир, 1986.— 319 с.

г. Томск *Поступила в редакцию 27/VII 1992*

УДК 539.3

А. Д.Реснянский, Е. И. Роменский

МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ СЛОИСТОГО ТЕРМОВЯЗКОУПРУГОГО КОМПОЗИТА

С помощью феноменологической процедуры осреднения получена модель слоистого гомогенного термовязкоупругого композита. Для ее построения использовались только свойства фаз. Система уравнений динамики композита замыкается уравнением состояния (упругим потенциалом), по которому вычисляются напряжения и температура. Полученные уравнения удовлетворяют принципу симметрии Онзагера и являются термодинамически корректными. При выводе соотношений не использовались предположения о регулярности расположения слоев и постоянстве времен релаксации, так что кинетические коэффициенты могут зависеть от состояния среды.

В работе [1] при помощи процедуры феноменологического осреднения получены уравнения динамического поведения вязкоупругого волокнистого двухфазного композита в случае малых упругих деформаций с учетом термических процессов. В настоящей работе использованы методы и результаты [1] для вывода уравнений динамики двухфазного слоистого композита. Подобная методика применялась для рассмотрения волокнистых и слоистых композитов без учета термических процессов [2—4]. При этом возникают новые макроскопические внутренние переменные, характеризующие неоднородность поля напряжений вдоль линий укладки компонентов композита. Ненулевое поле этих переменных, которое может образовываться как при изготовлении композита, так и в процессе его эксплуатации, существенно меняет динамику макроскопического поведения композита [3, 4].

Рассмотрим двухфазный слоистый композит, образованный параллельными чередующимися вязкоупругими слоями из двух изотропных материалов. Относительно соотношения толщин слоев и их упорядочения не делается никаких предположений, известными считаются только объемные концентрации и все необходимые свойства фаз.

Пусть каждая фаза композита описывается релаксационными уравнениями Максвелла для малых термоупругих деформаций [5]

$$\begin{gathered}
\rho_\alpha \frac{\partial u_i^\alpha}{\partial t} - \frac{\partial \sigma_{ij}^\alpha}{\partial x_j} = 0, \\
\frac{\partial \varepsilon_{ij}^\alpha}{\partial t} - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i^\alpha}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^\alpha}{\partial x_i}\right) = -\varphi_{ij}, \quad \frac{\partial s^\alpha}{\partial t} = \varkappa^\alpha, \\
\varkappa^\alpha = \frac{1}{2T^\alpha \mu_\alpha \tau_\alpha} \sum_{i,j=1}^{3} \left(\sigma_{ij}^\alpha - \frac{1}{3}\left(\sigma_{11}^\alpha + \sigma_{22}^\alpha + \sigma_{33}^\alpha\right)\delta_{ij}\right)^2 = \\
= \frac{1}{T^\alpha} \sigma_{ij}^\alpha \varphi_{ij}^\alpha, \quad \varphi_{ij}^\alpha = \frac{\sigma_{ij}^\alpha - \frac{1}{3}\left(\sigma_{11}^\alpha + \sigma_{22}^\alpha + \sigma_{33}^\alpha\right)\delta_{ij}}{2\mu_\alpha \tau_\alpha}.
\end{gathered} \tag{1}$$

Здесь для каждой фазы ($\alpha = 1, 2$) u_i^α — вектор скорости; σ_{ij}^α — тензор напряжений; ε_{ij}^α — тензор эффективных упругих деформаций; s^α — энтропия на единицу объема; T^α — температура; $\rho_\alpha = \mathrm{const}$ — плотность; μ_α — модуль сдвига; τ_α — время релаксации касательных напряжений, которое может быть функцией параметров состояния среды. Верхние индексы здесь и далее обозначают принадлежность параметра соответствующей фазе композита.

Напряжения и температура вычисляются с помощью упругого потенциала (внутренняя энергия на единицу объема)

$$\begin{gathered}
U^\alpha = \frac{\lambda_\alpha}{2}\left(\varepsilon_{11}^\alpha + \varepsilon_{22}^\alpha + \varepsilon_{33}^\alpha\right)^2 + \mu_\alpha\left(\left(\varepsilon_{11}^\alpha\right)^2 + \left(\varepsilon_{22}^\alpha\right)^2 + \left(\varepsilon_{33}^\alpha\right)^2 + 2\varepsilon_{12}^\alpha\varepsilon_{21}^\alpha + \right. \\
\left. + 2\varepsilon_{23}^\alpha\varepsilon_{32}^\alpha + 2\varepsilon_{31}^\alpha\varepsilon_{13}^\alpha\right) - \pi_\alpha\left(\varepsilon_{11}^\alpha + \varepsilon_{22}^\alpha + \varepsilon_{33}^\alpha\right) s^\alpha + \frac{\omega_\alpha}{2}\left(s^\alpha\right)^2 + T_0 s^\alpha
\end{gathered} \tag{2}$$

по формулам

$$\sigma_{ij}^\alpha = \frac{\partial U^\alpha}{\partial \varepsilon_{ij}^\alpha} = \lambda_\alpha\left(\varepsilon_{11}^\alpha + \varepsilon_{22}^\alpha + \varepsilon_{33}^\alpha\right)\delta_{ij} + 2\mu_\alpha\varepsilon_{ij}^\alpha - \pi_\alpha s^\alpha \delta_{ij}, \tag{3}$$

$$T^\alpha = \frac{\partial U^\alpha}{\partial s^\alpha} = T_0 + \omega_\alpha s^\alpha - \pi_\alpha\left(\varepsilon_{11}^\alpha + \varepsilon_{22}^\alpha + \varepsilon_{33}^\alpha\right). \tag{4}$$

Здесь T_0 — начальная температура; λ_α, μ_α — коэффициенты Ламе, константы ω_α и π_α связаны с удельной теплоемкостью при постоянном объеме c_V^α и коэффициентом объемного расширения l_α формулами

$$\omega_\alpha = \frac{T_0}{\rho_\alpha c_V^\alpha}, \quad l_\alpha = \pi_\alpha \Big/ \left(\omega_\alpha\left(\lambda_\alpha + \frac{2}{3}\mu_\alpha\right) - (\pi_\alpha)^2\right).$$

Теперь выведем уравнения динамики композита как гомогенной сплошной среды, используя уравнения (1) — (4) движения каждой фазы.

Пусть слои расположены перпендикулярно оси x_1, а концентрация фаз в представительном элементе объема c и $(1-c)$. Далее обозначим (A_α — характеристика фазы α)

$$\langle A\rangle = cA_1 + (1-c)A_2, \quad \tilde{A} = (1-c)A_1 + cA_2 = A_1A_2\langle A^{-1}\rangle.$$

При построении модели используем односкоростное и однотемпературное приближение. Это означает что

$$u_i^1 = u_i^2 = u_i, \tag{5}$$

$$T^1 = T^2 = T. \tag{6}$$

Система постулатов феноменологического усреднения кроме (5) и (6) включает следующие определяющие связи:

$$\sigma_{ij}^\alpha = \sigma_{ij}, \ (i, j) = (1, 1), (1, 2), (1, 3), \ \alpha = 1, 2, \tag{7}$$

$$\sigma_{ij} = c\sigma_{ij}^1 + (1-c)\sigma_{ij}^2, \ (i, j) = (2, 2), (2, 3), (3, 3), \tag{8}$$

$$\varepsilon_{ij} = c\left(\varepsilon_{ij}^1 - \bar{\varepsilon}_{ij}^1\right) + (1-c)\left(\varepsilon_{ij}^2 - \bar{\varepsilon}_{ij}^2\right), \ (i, j) = (1, 1), (1, 2), (1, 3), \tag{9}$$

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^1 - \bar{\varepsilon}_{ij}^1 = \varepsilon_{ij}^2 - \bar{\varepsilon}_{ij}^2, \ (i, j) = (2, 2), (2, 3), (3, 3), \tag{10}$$

$$s = cs^1 + (1-c)s^2. \tag{11}$$

Соотношения (5) — (7) требуют однородности полей скоростей и температуры и вектора напряжений, действующего на площадке с нормалью вдоль оси x_1. Для напряжений σ_{ij}, действующих в плоскости слоя, логично применить правило смесей (8). В (9), (10) принято, что упругие деформации ε_{ij} отсчитываются от «стандартного» состояния $\bar{\varepsilon}_{ij}^\alpha$, при этом все ε_{ij} вычисляются по правилу смесей, кроме деформации в плоскости слоев, которая одна и та же для обеих фаз. Для энтропии принята естественная гипотеза аддитивности (11).

Видно, что данные гипотезы допускают существование для каждой фазы ненулевых напряжений σ_{ij}^α, **действующих** в плоскости слоев, даже если все макронапряжения равны нулю. Из (10) следует, что введение параметров $\Delta_{ij} = \varepsilon_{ij}^1 - \varepsilon_{ij}^2 = \bar{\varepsilon}_{ij}^1 - \bar{\varepsilon}_{ij}^2$, $(i, j) = (2, 2), (2, 3), (3, 3)$, позволяет выразить все деформации и энтропию для каждой из фаз через макроскопические характеристики композита: тензор деформации ε_{ij}, энтропию s и тензор «неравновесности» Δ_{ij}. Определим равновесное «стандартное» состояние, от которого отсчитываются деформации. Характеристики этого состояния $\bar{\varepsilon}_{ij}^\alpha$, $\bar{s}^\alpha$ удовлетворяют условиям отсутствия макронапряжений при нормальной температуре T_0:

$$\begin{gathered} \sigma_{ij}^\alpha = 0, \ (i, j) = (1, 1), (1, 2), (1, 3), \ \alpha = 1, 2, \\ \sigma_{ij} = c\sigma_{ij}^1 + (1-c)\sigma_{ij}^2 = 0, \ (i, j) = (2, 2), (2, 3), (3, 3), \\ T^\alpha = T_0, \ \alpha = 1, 2. \end{gathered} \tag{12}$$

Введем новые переменные, характеризующие неравновесность:

$$\Delta_+ = (\Delta_{22} + \Delta_{33})/2, \quad \Delta_- = (\Delta_{22} - \Delta_{33})/2.$$

С помощью формул (3), (4) система (12) может быть разрешена относительно $\bar{\varepsilon}_{ij}^{\alpha}$, $\bar{s}^{\alpha}$:

$$\bar{\varepsilon}_{22}^{1} = \frac{(1-c)\widehat{D}_2}{\langle\widehat{D}\rangle}\Delta_{+} + \frac{(1-c)\mu_2}{\langle\mu\rangle}\Delta_{-},\quad \bar{\varepsilon}_{22}^{2} = -\frac{c\widehat{D}_1}{\langle\widehat{D}\rangle}\Delta_{+} - \frac{c\mu_1}{\langle\mu\rangle}\Delta_{-},$$

$$\bar{\varepsilon}_{33}^{1} = \frac{(1-c)\widehat{D}_2}{\langle\widehat{D}\rangle}\Delta_{+} - \frac{(1-c)\mu_2}{\langle\mu\rangle}\Delta_{-},\quad \bar{\varepsilon}_{33}^{2} = -\frac{c\widehat{D}_1}{\langle\widehat{D}\rangle}\Delta_{+} + \frac{c\mu_1}{\langle\mu\rangle}\Delta_{-},$$

$$\bar{\varepsilon}_{23}^{1} = \frac{(1-c)\mu_2}{\langle\mu\rangle}\Delta_{23},\quad \bar{\varepsilon}_{23}^{2} = -\frac{c\mu_1}{\langle\mu\rangle}\Delta_{23},\quad \bar{\varepsilon}_{ij}^{\alpha} = 0,$$

$$(i, j) = (1, 2), (1, 3),\ \alpha = 1, 2,$$

$$\bar{\varepsilon}_{11}^{1} = -\frac{\widehat{\lambda_1}}{\widehat{\lambda}_1 + 2\mu_1}\left(\bar{\varepsilon}_{22}^{1} + \bar{\varepsilon}_{33}^{1}\right),\quad \bar{\varepsilon}_{11}^{2} = -\frac{\widehat{\lambda_2}}{\widehat{\lambda}_2 + 2\mu_2}\left(\bar{\varepsilon}_{22}^{2} + \bar{\varepsilon}_{33}^{2}\right), \tag{13}$$

$$\bar{s}^{1} = \frac{\pi_1}{\omega_1}\frac{2\mu_1}{\widehat{\lambda}_1 + 2\mu_1}\left(\bar{\varepsilon}_{22}^{1} + \bar{\varepsilon}_{33}^{1}\right),\quad \bar{s}^{2} = \frac{\pi_2}{\omega_2}\frac{2\mu_2}{\widehat{\lambda}_2 + 2\mu_2}\left(\bar{\varepsilon}_{22}^{2} + \bar{\varepsilon}_{33}^{2}\right).$$

Здесь $\widehat{\lambda}_i = \lambda_i - \frac{(\pi_i)^2}{\omega_i}$; $\widehat{D}_i = \frac{\mu_i\left(3\widehat{\lambda}_i + 2\mu_i\right)}{\widehat{\lambda}_i + 2\mu_i}$. Таким образом, «стандартное» равновесное макроскопически ненапряженное состояние зависит от параметров Δ_{ij}, определяющихся неустранимой разницей упругих деформаций фаз $\bar{\varepsilon}_{ij}^{\alpha}$ в плоскости слоев. Отметим, что таким образом введенное «стандартное» состояние характеризуется ненулевой энтропией $\bar{s}$, определяемой неравновесностью:

$$\bar{s} = c\bar{s}^{1} + (1-c)\bar{s}^{2} = B_{+}\vartheta\Delta_{+}, \tag{14}$$

$$B_{+} = \frac{c(1-c)\widehat{D}_1\widehat{D}_2}{\langle\widehat{D}\rangle},\quad \vartheta = \frac{\pi_1}{\omega_1\left(3\widehat{\lambda}_1 + 2\mu_1\right)} - \frac{\pi_2}{\omega_2\left(3\widehat{\lambda}_2 + 2\mu_2\right)}.$$

Выразим теперь параметры состояния каждой фазы через макроскопические характеристики материала. Для этого, используя (3), (4), (13), вычислим $\varepsilon_{ij}^{\alpha}$, s^{α} через ε_{ij}, s, Δ_{ij} из уравнений (6)—(11):

$$\begin{aligned}
&\varepsilon_{11}^{1} = \frac{\lambda_2' + 2\mu_2}{\widetilde{\lambda}' + 2\widetilde{\mu}}\varepsilon_{11} + \frac{(1-c)\left(\lambda_2' - \lambda_1'\right)}{\widetilde{\lambda}' + 2\widetilde{\mu}}(\varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) - \frac{\pi_2'}{\widetilde{\lambda}' + 2\widetilde{\mu}}\left(s - \bar{s}\right) + \bar{\varepsilon}_{11}^{1},\\
&\varepsilon_{11}^{2} = \frac{\lambda_1' + 2\mu_1}{\widetilde{\lambda}' + 2\widetilde{\mu}}\varepsilon_{11} - \frac{c\left(\lambda_2' - \lambda_1'\right)}{\widetilde{\lambda}' + 2\widetilde{\mu}}(\varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) - \frac{\pi_1'}{\widetilde{\lambda}' + 2\widetilde{\mu}}\left(s - \bar{s}\right) + \bar{\varepsilon}_{11}^{2},\\
&\varepsilon_{ij}^{1} = \frac{\langle\mu^{-1}\rangle^{-1}}{\mu_1}\varepsilon_{ij},\quad \varepsilon_{ij}^{2} = \frac{\langle\mu^{-1}\rangle^{-1}}{\mu_2}\varepsilon_{ij},\quad (i, j) = (1, 2), (1, 3),\\
&\varepsilon_{ij}^{1} = \varepsilon_{ij} + \bar{\varepsilon}_{ij}^{1},\quad \varepsilon_{ij}^{2} = \varepsilon_{ij} + \bar{\varepsilon}_{ij}^{2},\quad (i, j) = (2, 2), (2, 3), (3, 3),\\
&s^{1} = \left(\frac{\widetilde{\pi}}{\widetilde{\omega}}\frac{\lambda_2' + 2\mu_2}{\widetilde{\lambda}' + 2\widetilde{\mu}} - \frac{\pi_2}{\widetilde{\omega}}\right)\varepsilon_{11} + (1-c)\left(\frac{\widetilde{\pi}}{\widetilde{\omega}}\frac{\lambda_2' - \lambda_1'}{\widetilde{\lambda}' + 2\widetilde{\mu}} - \frac{\pi_2 - \pi_1}{\widetilde{\omega}}\right)(\varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) +\\
&\qquad + \left(\frac{\omega_2}{\widetilde{\omega}} - \frac{\widetilde{\pi}}{\widetilde{\omega}}\frac{\pi_2'}{\widetilde{\lambda}' + 2\widetilde{\mu}}\right)\left(s - \bar{s}\right) + \bar{s}^{1},\\
&s^{2} = \left(\frac{\widetilde{\pi}}{\widetilde{\omega}}\frac{\lambda_1' + 2\mu_1}{\widetilde{\lambda}' + 2\widetilde{\mu}} - \frac{\pi_1}{\widetilde{\omega}}\right)\varepsilon_{11} - c\left(\frac{\widetilde{\pi}}{\widetilde{\omega}}\frac{\lambda_2' - \lambda_1'}{\widetilde{\lambda}' + 2\widetilde{\mu}} - \frac{\pi_2 - \pi_1}{\widetilde{\omega}}\right)(\varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) +\\
&\qquad + \left(\frac{\omega_1}{\widetilde{\omega}} - \frac{\widetilde{\pi}}{\widetilde{\omega}}\frac{\pi_1'}{\widetilde{\lambda}' + 2\widetilde{\mu}}\right)\left(s - \bar{s}\right) + \bar{s}^{2},
\end{aligned} \tag{15}$$

Здесь $\pi_1' = \pi_1 - \frac{\widetilde{\pi}}{\widetilde{\omega}}\omega_1$; $\pi_2' = \pi_2 - \frac{\widetilde{\pi}}{\widetilde{\omega}}\omega_2$; $\lambda_1' = \lambda_1 - \frac{\widetilde{\pi}}{\widetilde{\omega}}\pi_1$; $\lambda_2' = \lambda_2 - \frac{\widetilde{\pi}}{\widetilde{\omega}}\pi_2$.

Формулы (15), выражающие параметры состояния каждой фазы через макроскопические параметры состояния однородного материала, позволяют получить соотношения, определяющие внутреннюю энергию композита, а также напряжения и температуру. Из (3), (7), (8) имеем

$$
\begin{aligned}
&\sigma_{11} = C_{11}\varepsilon_{11} + C_{12}\varepsilon_{22} + C_{12}\varepsilon_{33} - d_1(s - \bar{s}),\\
&\sigma_{22} = C_{12}\varepsilon_{11} + C_{22}\varepsilon_{22} + C_{23}\varepsilon_{33} - d_2(s - \bar{s}),\\
&\sigma_{33} = C_{12}\varepsilon_{11} + C_{23}\varepsilon_{22} + C_{22}\varepsilon_{33} - d_2(s - \bar{s}),\\
&\sigma_{12} = 2C_{66}\varepsilon_{12}, \quad \sigma_{13} = 2C_{66}\varepsilon_{13}, \quad \sigma_{23} = (C_{22} - C_{23})\,\varepsilon_{23};
\end{aligned}
\tag{16}
$$

$$
\begin{aligned}
&C_{11} = \left\langle \frac{1}{\lambda' + 2\mu} \right\rangle^{-1} + \frac{\widetilde{\pi}}{\widetilde{\omega}} \langle \pi^{-1} \rangle^{-1},\\
&C_{12} = \left\langle \frac{\lambda'}{\lambda' + 2\mu} \right\rangle \left\langle \frac{1}{\lambda' + 2\mu} \right\rangle^{-1} + \frac{\widetilde{\pi}}{\widetilde{\omega}} \langle \pi^{-1} \rangle^{-1},\\
&C_{22} = \langle \lambda' + 2\mu \rangle - c(1-c)\frac{(\lambda_2' - \lambda_1')^2}{\widetilde{\lambda}' + 2\widetilde{\mu}} + \frac{\widetilde{\pi}}{\widetilde{\omega}} \langle \pi^{-1} \rangle^{-1}, \quad C_{23} = C_{22} - \langle 2\mu \rangle,\\
&\frac{1}{2}(C_{22} - C_{23}) = \langle \mu \rangle, \quad C_{66} = \left\langle \frac{1}{\mu} \right\rangle^{-1},\\
&d_1 = \left\langle \frac{\pi}{\omega} \right\rangle \langle \omega^{-1} \rangle^{-1} - c(1-c)\frac{(\lambda_2' - \lambda_1' + 2\mu_2 - 2\mu_1)(\pi_2' - \pi_1')}{\widetilde{\lambda}' + 2\widetilde{\mu}},\\
&d_2 = \left\langle \frac{\pi}{\omega} \right\rangle \langle \omega^{-1} \rangle^{-1} - c(1-c)\frac{(\lambda_2' - \lambda_1')(\pi_2' - \pi_1')}{\widetilde{\lambda}' + 2\widetilde{\mu}}.
\end{aligned}
\tag{17}
$$

Из (4), (6), (15) для вычисления температуры следует зависимость

$$T = T_0 - d_1\varepsilon_{11} - d_2(\varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) + \Omega(s - \bar{s}), \tag{18}$$

$$\Omega = \langle \omega^{-1} \rangle^{-1} - c(1-c)\frac{(\pi_2' - \pi_1')^2}{\widetilde{\lambda}' + 2\widetilde{\mu}}. \tag{19}$$

Исходя из легко проверяемой формулы

$$-c(1-c)\frac{(L_2 - L_1)(M_2 - M_1)}{\widetilde{N}} = \left\langle \frac{L}{N} \right\rangle \left\langle \frac{M}{N} \right\rangle \left\langle \frac{1}{N} \right\rangle^{-1} - \left\langle \frac{LM}{N} \right\rangle,$$

можно получить безындексную запись для коэффициентов C_{22}, d_1, d_2, Ω:

$$
\begin{aligned}
&C_{22} = \langle \lambda' + 2\mu \rangle + \left\langle \frac{\lambda'}{\lambda' + 2\mu} \right\rangle^2 \left\langle \frac{1}{\lambda' + 2\mu} \right\rangle^{-1} - \left\langle \frac{(\lambda')^2}{\lambda' + 2\mu} \right\rangle + \frac{\widetilde{\pi}}{\widetilde{\omega}} \langle \pi^{-1} \rangle^{-1},\\
&d_1 = \left\langle \frac{\pi}{\omega} \right\rangle \langle \omega^{-1} \rangle^{-1} + \left\langle \frac{\pi'}{\lambda' + 2\mu} \right\rangle \left\langle \frac{1}{\lambda' + 2\mu} \right\rangle^{-1} - \langle \pi' \rangle,\\
&d_2 = \left\langle \frac{\pi}{\omega} \right\rangle \langle \omega^{-1} \rangle^{-1} - \left\langle \frac{\pi'}{\lambda' + 2\mu} \right\rangle \left\langle \frac{\lambda'}{\lambda' + 2\mu} \right\rangle \left\langle \frac{1}{\lambda' + 2\mu} \right\rangle^{-1} - \left\langle \frac{\pi'\lambda'}{\lambda' + 2\mu} \right\rangle,\\
&\Omega = \langle \omega^{-1} \rangle^{-1} + \left\langle \frac{\pi'}{\lambda' + 2\mu} \right\rangle^2 \left\langle \frac{1}{\lambda' + 2\mu} \right\rangle^{-1} - \left\langle \frac{(\pi')^2}{\lambda' + 2\mu} \right\rangle.
\end{aligned}
$$

Ниже убедимся, что напряжения σ_{ij} и температура T, определяемые формулами (16), (18), могут быть вычислены как производные упругого потенциала композита $U = cU^1 + (1-c)U^2$:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial U}{\partial \varepsilon_{ij}}, \quad T = \frac{\partial U}{\partial s}.$$

Для вычисления U удобно вместо (2) использовать представление

$$U^\alpha = \frac{1}{2}\sigma_{ij}^\alpha \varepsilon_{ij}^\alpha + \frac{1}{2}(T^\alpha - T_0)s^\alpha + T_0 s^\alpha.$$

С помощью (6)—(8) получим

$$
\begin{aligned}
U = {} & \frac{1}{2}C_{11}(\varepsilon_{11})^2 + \frac{1}{2}C_{22}((\varepsilon_{22})^2 + (\varepsilon_{33})^2) + C_{12}\varepsilon_{11}(\varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) + \\
& + C_{23}\varepsilon_{22}\varepsilon_{33} + 2C_{66}(\varepsilon_{12}\varepsilon_{21} + \varepsilon_{31}\varepsilon_{13}) + (C_{22} - C_{23})\,\varepsilon_{23}\varepsilon_{32} +
\end{aligned}
$$

$$+\frac{1}{2}B_+(\Delta_+)^2+\frac{1}{2}B_-(\Delta_-)^2+B_{23}\Delta_{23}\Delta_{32}+$$

$$+\frac{1}{2}\Omega\left(s-\bar{s}\right)^2-d_1\varepsilon_{11}\left(s-\bar{s}\right)-d_2\left(\varepsilon_{22}+\varepsilon_{33}\right)\left(s-\bar{s}\right)+T_0 s. \qquad (20)$$

Здесь B_+, C_{ij}, d_i, Ω определяются из (14), (17), (19):

$$B_-=\frac{c(1-c)\mu_1\mu_2}{\langle\mu\rangle}, \quad B_{23}=B_-/2.$$

Итак, получена зависимость внутренней энергии U композита от его макроскопических параметров: ε_{ij}, s, Δ_{ij}. Отметим, что энергия зависит от Δ_+ не только в виде слагаемого $\frac{1}{2}B_+(\Delta_+)^2$, но и посредством $\bar{s}(\Delta_+)$ в (14), так что $q_+=\partial U/\partial\Delta_+=B_+\Delta_+'$, $\Delta_+'=\Delta_+-\vartheta(T-T_0)$. Тензор модулей упругости обладает свойствами симметрии трансверсально-изотропного материала.

Для вычисления напряжений в каждой фазе композита необходимы зависимости $\overset{\alpha}{\sigma}_{22}$, $\overset{\alpha}{\sigma}_{23}$, $\overset{\alpha}{\sigma}_{33}$ от σ_{ij}, T и q_{ij}, которые можно получить из (3), (4) и (16):

$$\overset{1}{\sigma}_{kk}=\left(\frac{\widehat{\lambda}_1}{\widehat{\lambda}_1+2\mu_1}-\left\langle\frac{\widehat{\lambda}}{\widehat{\lambda}+2\mu}\right\rangle\frac{\widehat{D}_1}{\langle\widehat{D}\rangle}\right)\sigma_{11}+\frac{\widehat{D}_1}{\langle\widehat{D}\rangle}\frac{\sigma_{22}+\sigma_{33}}{2}\pm$$

$$\pm\frac{\mu_1}{\langle\mu\rangle}\frac{\sigma_{22}-\sigma_{33}}{2}+\frac{q_+}{2c}\pm\frac{q_-}{2c},$$

$$\overset{2}{\sigma}_{kk}=\left(\frac{\widehat{\lambda}_2}{\widehat{\lambda}_2+2\mu_2}-\left\langle\frac{\widehat{\lambda}}{\widehat{\lambda}+2\mu}\right\rangle\frac{\widehat{D}_2}{\langle\widehat{D}\rangle}\right)\sigma_{11}+\frac{\widehat{D}_2}{\langle\widehat{D}\rangle}\frac{\sigma_{22}+\sigma_{33}}{2}\pm$$

$$\pm\frac{\mu_2}{\langle\mu\rangle}\frac{\sigma_{22}-\sigma_{33}}{2}-\frac{q_+}{2(1-c)}\mp\frac{q_-}{2(1-c)}\ (k=2,\,3), \qquad (21)$$

$$\overset{1}{\sigma}_{23}=\frac{\mu_1}{\langle\mu\rangle}\sigma_{23}+\frac{q_{23}}{c}, \quad \overset{2}{\sigma}_{23}=\frac{\mu_2}{\langle\mu\rangle}\sigma_{23}-\frac{q_{23}}{1-c},$$

где $q_-=\partial U/\partial\Delta_-=B_-\Delta_-$; $q_{23}=\partial U/\partial\Delta_{23}=B_{23}\Delta_{32}$. В (21) значению $k=2$ соответствует верхний знак, а $k=3$ — нижний.

Перейдем к выводу дифференциальных уравнений динамики композита для его макроскопических характеристик — скоростей u_i, деформаций ε_{ij}, параметров неравновесности Δ и энтропии s. Используя гипотезу односкоростного приближения (5), а также предположения (7), (8), из (1) получаем

$$\rho\frac{\partial u_i}{\partial t}-\frac{\partial\sigma_{ij}}{\partial x_j}=0. \qquad (22)$$

Здесь $\rho=\langle\rho\rangle=c\rho_1+(1-c)\rho_2$, а σ_{ij} вычисляются из (16).

Уравнения эволюции тензора макродеформаций ε_{ij} и параметров Δ_+, Δ_-, Δ_{23} следуют из их определения (9), (10), а также выражений (13) для $\overset{\alpha}{\varepsilon}_{ij}$:

$$\frac{\partial\varepsilon_{ij}}{\partial t}-\frac{1}{2}\left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right]=-\varphi_{ij},$$

$$\frac{\partial\Delta_+}{\partial t}=-\psi_+, \quad \frac{\partial\Delta_-}{\partial t}=-\psi_-, \quad \frac{\partial\Delta_{23}}{\partial t}=-\psi_{23}. \qquad (23)$$

Здесь φ_{ij} и ψ_{ij} описывают скорости изменения неупругих деформаций:

$$\varphi_{11}=\alpha_{11}\sigma_{11}+\alpha_{12}(\sigma_{22}+\sigma_{33})+\beta_1^+q_+,$$

$$\varphi_{22}=\alpha_{12}\sigma_{11}+\alpha_{22}\sigma_{22}+\alpha_{23}\sigma_{33}+\beta_2^+q_++\beta_2^-q_-,$$

$$\varphi_{33}=\alpha_{12}\sigma_{11}+\alpha_{23}\sigma_{22}+\alpha_{22}\sigma_{33}+\beta_2^+q_+-\beta_2^-q_-,$$

$$\varphi_{12}=\alpha_{66}\sigma_{12}, \quad \varphi_{13}=\alpha_{66}\sigma_{13}, \quad \varphi_{23}=(\alpha_{22}-\alpha_{23})\sigma_{23}+\beta_{23}q_{23},$$

$$\psi_+ = \beta_1^+\sigma_{11} + \beta_2^+(\sigma_{22}+\sigma_{33}) + \gamma^+ q_+, \quad \psi_- = \beta_2^-(\sigma_{22}-\sigma_{33}) + \\ + \gamma^- q_-, \quad \psi_{23} = \beta_{23}\sigma_{23} + \gamma_{23}q_{23}. \tag{24}$$

Коэффициенты α_{ij}, $\beta_i^\pm$, $\gamma_i^\pm$, β_{23}, γ_{23} вычисляются по формулам

$$\alpha_{11} = 3\left\langle \frac{\mu\,(\Lambda)^2}{\tau}\right\rangle, \quad \alpha_{12} = \frac{-1}{2\langle\widehat{D}\rangle}\left\langle\frac{\widehat{D}\Lambda}{\tau}\right\rangle,$$

$$\alpha_{22} = \frac{1}{12\langle\widehat{D}\rangle^2}\left\langle\frac{(\widehat{D})^2}{\mu\tau}\right\rangle + \frac{1}{4\langle\mu\rangle^2}\left\langle\frac{\mu}{\tau}\right\rangle,$$

$$\alpha_{23} = \frac{1}{12\langle\widehat{D}\rangle^2}\left\langle\frac{(\widehat{D})^2}{\mu\tau}\right\rangle - \frac{1}{4\langle\mu\rangle^2}\left\langle\frac{\mu}{\tau}\right\rangle, \quad \alpha_{66} = \frac{1}{2}\left\langle\frac{1}{\mu\tau}\right\rangle,$$

$$\beta_1^+ = \frac{1}{2}\left(\frac{\Lambda_2}{\tau_2} - \frac{\Lambda_1}{\tau_1}\right), \quad \beta_2^+ = \frac{1}{12\langle\widehat{D}\rangle}\left(\frac{\widehat{D}_1}{\mu_1\tau_1} - \frac{\widehat{D}_2}{\mu_2\tau_2}\right),$$

$$\beta_2^- = \frac{1}{4\langle\mu\rangle}\left(\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_2}\right), \quad \gamma_+ = \frac{1}{12}\left(\frac{1}{c\mu_1\tau_1} + \frac{1}{(1-c)\,\mu_2\tau_2}\right),$$

$$\beta_{23} = 2\beta_2^-, \quad \gamma_- = 3\gamma_+, \quad \gamma_{23} = 6\gamma_+,$$

где использовано обозначение

$$\Lambda_\alpha = \frac{\widehat{D}_\alpha}{3\mu_\alpha\langle\widehat{D}\rangle}\left\langle\frac{\widehat{\lambda}}{\widehat{\lambda}+2\mu}\right\rangle + \frac{2}{3(\widehat{\lambda}_\alpha + 2\mu_\alpha)}.$$

Отметим выполнение тождества $3\langle\mu\Lambda\rangle = 1$.

Итак, получена система уравнений эволюции макродеформаций (23) с правыми частями (24), описывающими кинетику неупругого деформирования. Тензор α_{ij} обладает свойствами симметрии трансверсально изотропного материала. Важным обстоятельством является то, что правые части φ_{ij}, $\psi_\pm$, ψ_{23} симметричны относительно переменных σ_{ij}, $q_\pm$, q_{23}. Это означает, что описание диссипативных процессов в полученной модели удовлетворяет принципу симметрии Онзагера.

Уравнение для макроэнтропии выводится из определения (11) для s и (1) для s^α

$$\frac{\partial s}{\partial t} = c\frac{\partial s^1}{\partial t} + (1-c)\frac{\partial s^2}{\partial t} = c\varkappa^1 + (1-c)\,\varkappa^2 = \varkappa. \tag{25}$$

Непосредственно из (25), так как $\varkappa^\alpha \geqslant 0$, следует неотрицательность производства энтропии $\varkappa \geqslant 0$. Формулы для вычисления $\varkappa$ можно получить из представления $\varkappa^\alpha$ в уравнениях (1), используя предположения об однородности напряжений (7), и выражения (21) для σ_{22}^α, σ_{23}^α, σ_{33}^α через σ_{ij} и $q_\pm$, q_{23}.

Нетрудно убедиться, что выполнен закон сохранения энергии для композита

$$\frac{\partial U}{\partial t} - \sigma_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = 0, \tag{26}$$

который получается из аналогичных законов сохранения для каждой фазы. Уравнение (25) баланса макроэнтропии может быть также получено из (26) и (23) с использованием выражения (20) для упругого потенциала U. Система (22), (23), (26) полностью описывает динамику композита, состояние которого характеризуется параметрами u_i, ε_{ij}, $\Delta_\pm$, Δ_{23}, s.

Как и в волокнистом композите [1], наличие микронапряжений обусловливает неупругое изменение плотности. Действительно, из определений (9), (10) следует, что

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_{11}+\varepsilon_{22}+\varepsilon_{33}) = c\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon^1_{11}+\varepsilon^1_{22}+\varepsilon^1_{33}) + (1-c)\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon^2_{11}+\varepsilon^2_{22}+\varepsilon^2_{33}) -$$

$$- c\frac{\partial}{\partial t}(\bar\varepsilon^1_{11}+\bar\varepsilon^1_{22}+\bar\varepsilon^1_{33}) - (1-c)\frac{\partial}{\partial t}(\bar\varepsilon^2_{11}+\bar\varepsilon^2_{22}+\bar\varepsilon^2_{33}) =$$

$$= \frac{\partial u_1}{\partial x_1}+\frac{\partial u_2}{\partial x_2}+\frac{\partial u_3}{\partial x_3} - B_+\left(\frac{1}{3\widehat{\lambda}_1+2\mu_1}-\frac{1}{3\widehat{\lambda}_2+2\mu_2}\right)\frac{\partial\Delta_+}{\partial t}.$$

Как видно, микронапряжения приводят к неупругому изменению плотности, описываемому слагаемым в правой части

$$B_+\left[\frac{1}{3\widehat{\lambda}_1+2\mu_1}-\frac{1}{3\widehat{\lambda}_2+2\mu_2}\right]\psi_+.$$

Представляет интерес выяснить условия кинетического равновесия неупругих деформаций или, другими словами, найти поле напряжений в состоянии, когда прошли все процессы релаксации (для изотропной среды в таком состоянии тензор напряжений шаровой). Эти условия определяются решением системы уравнений

$$\varphi_{ij}=0,\quad \psi_\pm=0,\quad \psi_{23}=0,$$

которое имеет вид

$$\sigma_{ij}=0\quad (i\neq j),\quad \sigma_{11}=\sigma_{22}=\sigma_{33}=\sigma,$$

$$\sigma=(q_+/B_+)\Big/\left(\frac{1}{3\widehat{\lambda}_1+2\mu_1}-\frac{1}{3\widehat{\lambda}_2+2\mu_2}\right)=\Lambda'_+\Big/\left(\frac{1}{3\widehat{\lambda}_1+2\mu_1}-\frac{1}{3\widehat{\lambda}_2+2\mu_2}\right).$$

В заключение выведем формулы для определения эффективных теплофизических характеристик композита — коэффициентов теплового расширения и теплоемкости в упругих процессах. Рассматривая процесс нагревания при постоянных напряжениях, из (16), (18) имеем

$$d\sigma_{11}=C_{11}d\varepsilon_{11}+2C_{12}d\varepsilon_{22}-d_1d(s-\bar s)=0,$$
$$d\sigma_{22}=C_{12}d\varepsilon_{11}+(C_{22}+C_{23})d\varepsilon_{22}-d_2d(s-\bar s)=0,$$
$$dT=\Omega d(s-\bar s)-d_1d\varepsilon_{11}-2d_2d\varepsilon_{22}.$$

Отсюда получаем систему уравнений для нахождения коэффициентов линейного теплового расширения $\alpha_1=\left(\frac{d\varepsilon_{11}}{dT}\right)_{\sigma_{ij}=\mathrm{const}}$, $\alpha_2=\left(\frac{d\varepsilon_{22}}{dT}\right)_{\sigma_{ij}=\mathrm{const}}$:

$$\left(C_{11}-\frac{(d_1)^2}{\Omega}\right)\alpha_1+2\left(C_{12}-\frac{d_1d_2}{\Omega}\right)\alpha_2=\frac{d_1}{\Omega},$$

$$\left(C_{12}-\frac{d_1d_2}{\Omega}\right)\alpha_1+\left(C_{22}+C_{23}-\frac{2(d_2)^2}{\Omega}\right)\alpha_2=\frac{d_2}{\Omega}.$$

Решая систему, находим

$$\alpha_1=\left\langle\frac{\pi/\omega}{\widehat{\lambda}+2\mu}\right\rangle-\frac{1}{\langle\widehat{D}\rangle}\left\langle\frac{\widehat{\lambda}}{\widehat{\lambda}+2\mu}\right\rangle\left\langle\frac{2\mu}{\widehat{\lambda}+2\mu}\frac{\pi}{\omega}\right\rangle,$$

$$\alpha_2=\frac{1}{\langle\widehat{D}\rangle}\left\langle\frac{\pi}{\omega}\frac{\mu}{\widehat{\lambda}+2\mu}\right\rangle.$$

Из выражения (20) для упругого потенциала U нетрудно получить также формулу для вычисления теплоемкости при постоянном объеме. Для этого, предполагая $d\varepsilon_{ij}=0$, $d\Delta=0$ и используя $dT=\Omega d(s-\bar s)$, получим $dU=(T/\Omega)dT$, откуда следует

$$c_V=\frac{T_0}{\Omega}=T_0\Big/\left(\langle\omega^{-1}\rangle^{-1}-c(1-c)\frac{(\pi'_2-\pi'_1)^2}{\widetilde{\lambda}'+2\widetilde{\mu}}\right).$$

Отметим, что вычисленные α_1, α_2 и c_V характеризуют теплофизические свойства материала только в упругих процессах. В случае, когда деформирование необратимо, величины α_1, α_2 и c_V зависят от процесса деформирования и нагрева, и для их определения необходимо привлекать уравнения (23), описывающие кинетику процесса.

Авторы признательны фонду Сороса, при поддержке которого выполнялась данная работа.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Реснянский А. Д., Роменский Е. И.** Модель динамического деформирования волокнистого термовязкоупругого композита // ФГВ.— 1992.— 28, № 4.— С. 120—126.
2. **Роменский Е. И., Реснянский А. Д.** Вязкоупругая модель композита с учетом микронапряжений.— Новосибирск, 1990.— (Препр./СО АН СССР. ИМ; № 14).
3. **Мержиевский Л. А., Реснянский А. Д., Роменский Е. И.** Модель вязкоупругого композита с микронапряжениями // Вычислительные проблемы в задачах математической физики: Тр. ИМ СО РАН.— Новосибирск: Наука, 1992.— Т. 22.— С. 151—167.
4. **Romensky E. I., Resnyansky A. D., Merzhievsky L. A.** The model of viscoelastic composite // Journ. de Physique IV.— 1991.— 1, Coll. C3.— P. 923—930.
5. **Годунов С. К.** Элементы механики сплошной среды.— М.: Наука, 1978.— 304 с.

г. Новосибирск *Поступила в редакцию 27/I 1993*

УДК 534.222.2 : 553.81

И. Ю. Мальков, Л. И. Филатов, В. М. Титов, Б. В. Литвинов, А. Л. Чувилин, Т. С Тесленко

ОБРАЗОВАНИЕ АЛМАЗА ИЗ ЖИДКОЙ ФАЗЫ УГЛЕРОДА

Изложены результаты по синтезу алмазной фазы углерода при детонации высокотемпературного ВВ бензотрифуроксана (БТФ) — $C_6N_6O_6$. Ввиду высокой температуры продуктов детонации этого безводородного ВВ они находятся в начальный момент в области термодинамической устойчивости жидкой фазы углерода. Высказывается предположение о двухстадийном протекании процесса синтеза: вначале образуются капли жидкого углерода размером 0,1—1 мкм, а затем проходит кристаллизация капель в форме алмазной структуры. Приводимые экспериментальные результаты подтверждают эту гипотезу.

Динамические методы исследований позволяют значительно расширить представления о фазовой диаграмме углерода и кинетике превращения одних кристаллических форм углерода в другие. Обнаружение в продуктах детонации ВВ с отрицательным кислородным балансом типа CHNO ультрадисперсной алмазной фазы (УДА) делает возможным исследование образования алмаза при термодинамических условиях, недостижимых для других методов синтеза [1, 3].

В настоящее время для исследований и промышленного производства УДА наибольшее распространение получили взрывчатые составы на основе литых или прессованных смесей типа тротил — гексоген (октоген) в различном соотношении. Давление p и температура T продуктов их детонации в плоскости Чепмена — Жуге составляют соответственно $20 \div 30$ ГПа и $3 \div 4 \cdot 10^3$ К.

В работах [4, 5] показано, что на дисперсность образующегося при детонации ВВ алмаза прежде всего влияют термодинамические параметры синтеза: с ростом температуры средний размер частиц также