

УДК 536.3; 532.62

ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕПЛООБМЕНА В ТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ МАКСВЕЛЛА НА НЕУСТАНОВИВШЕЙСЯ РАСТЯГИВАЮЩЕЙСЯ ПРОНИЦАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ, ПОГРУЖЕННОЙ В ПОРИСТУЮ СРЕДУ, ПРИ НАЛИЧИИ ТЕПЛООВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

С. Мухопадхай, П. Ранжан Де, Г. С. Лайек

Университет г. Бурдвана, 713104 Бурдван, Индия
E-mail: swati_bumath@yahoo.co.in

С использованием модели Максвелла исследуется неустановившееся течение неньютоновской жидкости в пограничном слое на непрерывно растягивающейся проницаемой поверхности при наличии теплового излучения. Получены автомодельные решения преобразованных управляющих уравнений. Методом стрельбы численно решены преобразованные уравнения пограничного слоя. Анализируются особенности течения и характеристики теплообмена при различных значениях управляющих параметров, а именно параметра нестационарности, параметра Максвелла, параметра проницаемости, параметра вдува (отсоса), параметра теплового излучения и числа Прандтля.

Ключевые слова: нестационарное течение, жидкость Максвелла, пористая среда, растягивающаяся поверхность, вдув и отсос, тепловое излучение.

Введение. Интерес к исследованию теплообмена в потоке жидкости на растягивающейся пластине обусловлен его применением в промышленности (производство бумаги, горячая прокатка, выдувание стекла, непрерывная разливка металлов, волочение проволоки, охлаждение бесконечной металлической пластины в охлаждающей ванне, аэродинамическая экструзия пластмассовых пластин, процессы конденсации, обработка листового металла выдавливанием при быстром вращении) [1]. Механические свойства конечного продукта существенно зависят от скорости охлаждения или нагревания на движущейся поверхности. В [2–4] исследованы характеристики теплообмена в пограничном слое, изученного в [5] при постоянных температуре стенки и тепловом потоке на стенке [6].

Во всех указанных выше работах исследовалось течение ньютоновской жидкости. Однако большинство используемых в различных технологических процессах жидкостей (расплавленные пластмассы, полимеры, суспензии, клеи, пульпа, краски, различные пищевые продукты) являются неньютоновскими. Вследствие сложности процессов, происходящих в этих жидкостях, отсутствует реологическое уравнение, учитывающее все свойства неньютоновских жидкостей. Большинство моделей неньютоновских жидкостей являются простыми, например модели жидкостей со степенным законом, в котором показатель степени равен двум или трем [7–13]. Недостаток этих моделей заключается в том, что они не описывают реальные жидкости. Модели со степенным законом широко используются при моделировании жидкостей с вязкостью, зависящей от скорости сдвига, но не учитывают упругие свойства жидкости. С помощью моделей жидкостей со степенным законом,

в котором показатель степени равен двум или трем, можно описать упругие свойства жидкости, но в этих моделях вязкость не зависит от скорости сдвига, кроме того, в них не учитывается релаксация напряжения. Модели типа модели жидкости Максвелла описывают релаксацию напряжения, поэтому получили широкое распространение. При анализе характеристик любого пограничного слоя с использованием этой реологической модели отсутствует зависимость вязкости от скорости сдвига, что позволяет учитывать только влияние упругих свойств жидкости [14]. Как правило, термопластические полимеры, нагретые до температуры, близкой к температуре плавления, свежий раствор бетона, различные металлы, нагретые до температуры, близкой к температуре плавления, геоматериалы и т. д. ведут себя как жидкость Максвелла. Математическая модель жидкости Максвелла используется при упрощенном описании разбавленных полимерных растворов (жидкостей), а также при описании реологии мучного теста и других жидкостей включая глицерин, толуол, сырую нефть и т. д.

В последнее время изучению теплопереноса в пористой среде, насыщенной жидкостью, уделяется большое внимание, что обусловлено использованием его в различных технологических процессах, например в геотермальной энергетике. В большинстве недавно опубликованных работ о конвективных течениях в пористой среде исследуются задачи о стационарных течениях на нагретых телах, погруженных в пористую среду, насыщенную жидкостью. Однако задачи о нестационарном конвективном течении в пограничном слое изучены недостаточно полно. По-видимому, впервые исследование нестационарного течения в пограничном слое жидкости на плоских поверхностях в пористой среде выполнено в работе [15], в которой найдены автомодельные решения при заданном изменении температуры стенки. Подробные обзоры работ о конвекции через пористую среду приведены в [16–21].

В большинстве перечисленных выше работ поля течения и температуры полагались стационарными. Однако в некоторых случаях поле течения и теплообмен могут быть нестационарными вследствие внезапного растяжения плоской пластины или скачкообразного изменения ее температуры. В случае если поверхность импульсно протягивается с определенной скоростью, мгновенно развивается невязкое течение. Однако течение в вязком слое вблизи пластины развивается медленно. Существует небольшое количество работ, в которых растягивающая сила и температура поверхности меняются во времени. В некоторых работах (см., например, [22–27]) с использованием метода подобия изучалась задача о неустановившемся течении на изотермической растягивающейся поверхности. Это позволило преобразовать управляющие уравнения нестационарного пограничного слоя в систему обыкновенных дифференциальных уравнений. В [6] изучены тепловые характеристики пленки жидкости, влекаемой нестационарной растягивающейся поверхностью с заданным на ней изменением температуры. В работах [28–32] получены автомодельные решения задачи о нестационарном течении и теплообмене на растягивающейся пластине при различных условиях. В [33] проанализированы особенности скольжения в нестационарном пограничном слое вблизи точки остановки течения на растягивающейся пластине.

Процессы отсоса и вдува играют большую роль во многих приложениях (проектирование осевых подшипников скольжения и радиальных диффузоров, добыча нефти тепловыми методами) [34]. Кроме того, отсос используется для удаления реагентов из смесей, тогда как вдув применяется для введения реагентов, охлаждения поверхностей, предотвращения коррозии или образования окалина и снижения сопротивления [35]. Вдув или отсос жидкости через пористую нагретую или охлажденную стенку может привести к увеличению или уменьшению температуры системы, а также способствует задержке перехода от ламинарного режима течения к турбулентному [36].

Кроме того, тепловое излучение в процессах теплообмена имеет большое значение при проектировании различных современных систем преобразования энергии, работающих при высокой температуре [37]. Тепловые воздействия излучением могут играть важную роль в процессах переработки полимеров, когда качество конечного продукта зависит от управляющих параметров [38]. Учет тепловых воздействий излучением необходим в том случае, когда разность температур поверхности и окружающей среды является значительной.

В данной работе проводится исследование нестационарного течения жидкости Максвелла и теплообмена на неизотермической растягивающейся проницаемой поверхности при наличии теплового излучения. Получены автомодельные решения задачи, методом стрельбы численно решаются редуцированные обыкновенные дифференциальные уравнения. Исследовано влияние параметра Максвелла, параметров нестационарности, проницаемости, вдува (отсоса), излучения и числа Прандтля на скорость и температуру жидкости.

1. Уравнения движения. В случае течения через пористую среду при малых скоростях потока перепад давления, вызванный сопротивлением трения, прямо пропорционален скорости (закон Дарси). При больших скоростях более существенным становится влияние инерции, что приводит к увеличению сопротивления. Результаты экспериментов показывают, что перепад давления в пористой среде пропорционален линейной комбинации скорости потока и квадрата скорости потока. Наличие квадратичного члена вызвано тормозящим влиянием твердой границы. Влияние твердой границы на течение и теплообмен в пористой среде обусловлено диффузией завихренности, вызванной наличием сопротивления трения на границе. Это сопротивление добавляется к объемному сопротивлению трения, обусловленному наличием твердой матрицы и определяемому законом Дарси [39]. В данной работе используется основанная на законе Дарси математическая формулировка задачи, в которой не учитывается влияние твердой границы и инерционных эффектов. Это влияние становится более существенным вблизи границы и в среде с высокой пористостью [39].

В настоящей работе рассматривается модель течения, в которой не учитывается нелинейный член Форхгеймера, но сохранен линейный член Дарси, характеризующий влияние распределенной массовой силы в пористой среде. Предполагается, что число Рейнольдса является очень малым (как правило, $Re < 10$) [40], т. е. рассматривается очень медленное движение. В этом режиме доминируют вязкие силы, поэтому силы инерции незначительны.

Рассмотрим двумерное течение и теплообмен в ламинарном пограничном слое несжимаемой неньютоновской жидкости Максвелла на нестационарной растягивающейся пластине в пористой среде с проницаемостью $k(t) = k_0(1 - \alpha t)$ (k_0 — начальная проницаемость). Предполагается, что проницаемость $k(t)$ является линейной функцией времени [28]. Нестационарные потоки жидкости и тепла возникают при $t = 0$. Пластина появляется из разреза в начале координат ($x = 0, y = 0$) и перемещается с неравномерной скоростью

$$U(x, t) = \frac{cx}{1 - \alpha t},$$

где $\alpha > 0$ — константа; $c > 0$ — начальная скорость растяжения; $c/(1 - \alpha t)$ — эффективная скорость растяжения, увеличивающаяся со временем. В случае экструзии полимера свойства материала вытягиваемой пластины могут меняться со временем.

Управляющие уравнения имеют вид

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0; \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} - \frac{\mu}{k} u; \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \varkappa \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho c_p} \frac{\partial q_r}{\partial y}, \quad (3)$$

Здесь u, v — компоненты вектора скорости в направлениях x и y соответственно; ρ — плотность жидкости; T — температура; \varkappa — температуропроводность жидкости; c_p — удельная теплоемкость; τ_{xx}, τ_{xy} — компоненты тензора напряжений. В уравнении энергии (3) не учитывается вязкая диссипация (поскольку скорость жидкости низкая).

Используя приближение Росселанда для излучения [41], можно записать

$$q_r = -\frac{4\sigma}{3k^*} \frac{\partial T^4}{\partial y},$$

где σ — постоянная Стефана — Больцмана; k^* — коэффициент поглощения.

Разлагая T^4 в ряд Тейлора в окрестности T_∞ и пренебрегая членами высшего порядка, получаем $T^4 \equiv 4T_\infty^3 T - 3T_\infty^4$. В результате уравнение (3) принимает вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \varkappa \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{16\sigma T_\infty^3}{3\rho c_p k^*} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}.$$

Рассматриваемая жидкость удовлетворяет верхней конвективной модели Максвелла, в которой компоненты тензора дополнительных напряжений τ_{ij} связаны с компонентами d_{ij} тензора скорости деформации следующим соотношением:

$$\tau_{ij} + \lambda \frac{\Delta}{\Delta t} \tau_{ij} = 2\delta d_{ij}.$$

Здесь δ — вязкость; $\lambda = \lambda_0(1 - \alpha t)$ — время релаксации; λ_0 — постоянная; $\Delta/\Delta t$ — верхняя конвективная производная времени, введенная для того, чтобы удовлетворить требованиям механики континуума, т. е. требованиям материальной объективности и независимости от системы отсчета. В данном случае выражение для этой производной имеет вид

$$\frac{\Delta}{\Delta t} \tau_{ij} = \frac{D}{Dt} \tau_{ij} - L_{jk} \tau_{ik} - L_{ik} \tau_{kj},$$

где L_{ij} — компоненты тензора градиента скорости. Для несжимаемой жидкости, описываемой верхней конвективной моделью Максвелла, уравнение импульса может быть упрощено с использованием теории пограничного слоя [42, 43]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \lambda \left(u^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2uv \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right) = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\nu}{k} u$$

(ν — кинематическая вязкость жидкости).

В выражении для коэффициента λ отсутствует нестационарный член, зависящий от напряжения сдвига [43].

1.1. *Граничные условия.* В рассматриваемой задаче граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned} y = 0: & \quad u = U(x, t), \quad v = v_w(t), \quad T = T_w(x, t), \\ y \rightarrow \infty: & \quad u \rightarrow 0, \quad T \rightarrow T_\infty, \end{aligned} \quad (4)$$

где $T_w(x, t)$ — температура поверхности пластины, изменяющаяся вдоль нее со временем:

$$T_w(x, t) = T_\infty + bx(1 - \alpha t)^{-2},$$

T_∞ — постоянная температура свободного потока; $v_w(t) = -v_0/\sqrt{1 - \alpha t}$ — скорость отсоса ($v_0 > 0$) или вдува ($v_0 < 0$). Если коэффициент b положительный (отрицательный), то температура стенки $T_w(x, t)$ увеличивается (уменьшается). Выражения для $U(x, t)$, $T_w(x, t)$, $\lambda(t)$, $k_1(t)$, $v_w(t)$ справедливы для моментов времени $t < \alpha^{-1}$.

1.2. *Метод решения.* Введем следующие соотношения и безразмерные переменные:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad \theta = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty},$$

$$\eta = \sqrt{\frac{c}{\nu(1 - \alpha t)}} y, \quad \psi = \sqrt{\frac{\nu c}{1 - \alpha t}} x f(\eta), \quad T = T_\infty + \frac{bx}{(1 - \alpha t)^2} \theta(\eta).$$

Здесь ψ — функция тока. С помощью этих соотношений управляющие уравнения преобразуются к уравнениям

$$M(\eta f''/2 + f') + f'^2 - f f'' + \beta(f^2 f''' - 2f f' f'') = f''' - k_1 f'; \quad (5)$$

$$M(\eta \theta' + 4\theta)/2 + f' \theta - f \theta' = \text{Pr}^{-1}(1 + 4/(3N)) \theta'' \quad (6)$$

с граничными условиями (4) в безразмерной форме

$$\eta = 0: \quad f' = 1, \quad f = S, \quad \theta = 1,$$

$$\eta \rightarrow \infty: \quad f' \rightarrow 0, \quad \theta \rightarrow 0.$$

Здесь $M = \alpha/c$ — параметр нестационарности; $\beta = c\lambda_0$ — параметр Максвелла; $k_1 = \nu/(k_0 c)$ — параметр проницаемости; $\text{Pr} = \nu/\varkappa$ — число Прандтля; $N = \varkappa k^*/(4\sigma T_\infty^3)$ — параметр излучения; $S = v_0/\sqrt{\nu c}$ — параметр вдува (отсоса): $S > 0$ соответствует отсосу, $S < 0$ — вдуву. При $M = 0$, $\beta = 0$ уравнение (5) сводится к соответствующему уравнению импульса [7] для частного случая при $n = 1$ и к уравнению импульса [44] с постоянными физическими параметрами $\beta = 0$, $\beta_1 = 0$, $\varepsilon = 0$, $\theta_r \rightarrow \infty$.

2. Численный метод решения. Для получения численного решения задача (5), (6) с граничными условиями была преобразована к задаче с начальными условиями:

$$f' = z, \quad z' = p, \quad \theta' = q,$$

$$p' = \frac{M\eta p/2 + Mz + z^2 - 2\beta f z p - fp + k_1 z}{1 - \beta f^2}, \quad q' = \frac{\text{Pr}(M\eta q/2 + 2M\theta + z\theta - fq)}{1 + 4/(3N)}; \quad (7)$$

$$f(0) = S, \quad f'(0) = 1, \quad \theta(0) = 1.$$

Чтобы проинтегрировать уравнения (7), нужно знать значения $p(0)$ ($f''(0)$) и $q(0)$ ($\theta'(0)$) на границе. Выбирались подходящие значения $f''(0)$ и $\theta'(0)$, а затем проводилось интегрирование. Расчетные значения f' и θ , например при $\eta = 10$, сравнивались с соответствующими заданными на границе значениями $f'(10) = 0$ и $\theta(10) = 0$. Значения $f''(0)$ и $\theta'(0)$ корректировались, чтобы получить лучшее приближение для решения.

При решении использовался метод Рунге — Кутты четвертого порядка с размером шага $h = 0,01$. Такая интеграционная процедура повторялась до тех пор, пока не достигалась заданная погрешность порядка 10^{-5} .

3. Результаты исследования и их обсуждение. Для проверки точности предлагаемого метода проведено сравнение результатов расчета коэффициента поверхностного трения $-f''(0) = 1,000\,173$ в случае стационарного движения ($M = 0$) ньютоновской жидкости ($\beta = 0$) в непористой среде в отсутствие вдува или отсоса ($S = 0$) с результатами, полученными в [7] при $n = 1$ в отсутствие магнитного поля ($-f''(0) = 1$) и в [44] при постоянных физических параметрах ($-f''(0) = 1,000\,174$), а также с точным решением $-f''(0) = 1$. Все указанные результаты хорошо согласуются. Кроме того, проведено сравнение результатов расчетов значений локального числа Нуссельта $\text{Nu}_x \text{Re}_x^{-1/2} = -\theta'(0)$ в случае установившегося вынужденного конвективного течения вязкой жидкости на изотермической линейно растягивающейся поверхности в отсутствие магнитного поля с данными [45, 46] (табл. 1). Установлено, что эти результаты хорошо согласуются.

Таблица 1

Значения $Nu_x Re_x^{-1/2}$ при $M = 0$, $\beta = 0$, $S = 0$, $k_1 = 0$, $N = \infty$
и различных значениях числа Прандтля Pr

Pr	$Nu_x Re_x^{-1/2}$		
	Данные работы [45]	Данные работы [46]	Данные настоящей работы
0,01	0,0294	0,029 42	0,029 44
0,72	1,0885	1,088 53	1,088 55
1,00	1,3333	1,333 34	1,333 34
3,00	2,5097	2,509 72	2,509 71

Таблица 2

Значения $-f''(0)$, полученные в случае стационарного течения в отсутствие пористой среды
и вдува (отсоса) при различных значениях параметра Максвелла β

β	$-f''(0)$		
	Данные работы [47]	Данные работы [48]	Данные настоящей работы
0	1,0000	0,999 962	0,999 963
0,2	1,0549	1,051 948	1,051 949
0,4	1,100 84	1,101 850	1,101 851
0,6	1,001 501 6	1,150 163	1,150 162
0,8	1,198 72	1,196 692	1,196 693

Таблица 3

Значения $f''(0)$ при $\beta = 0$, $k_1 = 0$ и различных значениях параметра нестационарности M

M	$f''(0)$		
	Данные работы [24]	Данные работы [32]	Данные настоящей работы
0,8	-1,261 042	-1,261 512	-1,261 479
1,2	-1,377 722	-1,378 052	-1,377 850

Значения $f''(0)$, полученные для стационарного течения вязкой несжимаемой неньютоновской жидкости Максвелла в непористой среде в отсутствие магнитного поля при различных значениях параметра Максвелла β , сравнивались также с известными данными [47, 48], полученными в отсутствие магнитного поля (табл. 2). Из табл. 2 следует, что эти результаты хорошо согласуются.

Кроме того, проведено сравнение значений коэффициента поверхностного трения $f''(0)$ в случае нестационарного течения вязкой несжимаемой жидкости в отсутствие магнитного поля с данными [24, 32] (табл. 3). Установлено, что эти результаты хорошо согласуются.

На рис. 1 показаны профили скорости при различных значениях параметра нестационарности M . Видно, что с увеличением этого параметра вблизи пластины скорость жидкости уменьшается, как следствие уменьшается толщина вытеснения импульса пограничного слоя. Вдали от стенки с увеличением параметра нестационарности скорость жидкости увеличивается. Значение $M = 0$ соответствует стационарному случаю. Так как течение жидкости обусловлено только растяжением пластины, с увеличением η скорость уменьшается. На рис. 2 показано влияние параметра нестационарности на распределение температуры. Видно, что с увеличением этого параметра температура значительно уменьшается. С увеличением параметра нестационарности M скорость теплообмена увеличивается, а количество теплоты, передаваемой от пластины жидкости, уменьшается,

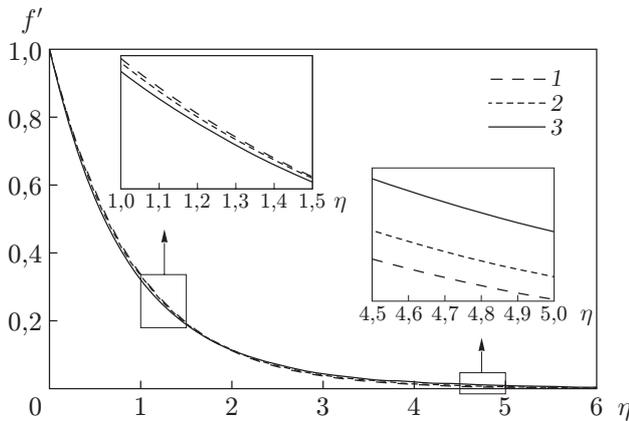


Рис. 1

Рис. 1. Профили скорости при $\beta = 0,1$, $k_1 = 0,1$, $S = 0,1$ и различных значениях параметра нестационарности M :

1 — $M = 0$; 2 — $M = 0,1$; 3 — $M = 0,3$

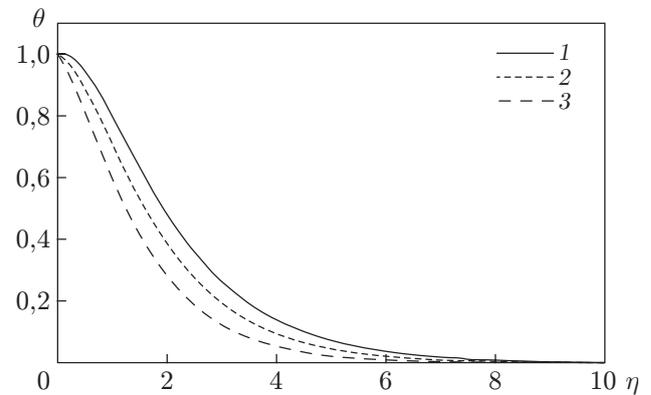


Рис. 2

Рис. 2. Профили температуры при $\beta = 0,1$, $k_1 = 0,1$, $S = 0,1$, $N = 1$, $Pr = 0,7$ и различных значениях параметра нестационарности M :

1 — $M = 0$; 2 — $M = 0,1$; 3 — $M = 0,3$

следовательно, уменьшается температура $\theta(\eta)$. Так как течение жидкости обусловлено только растяжением пластины и температура ее поверхности больше температуры свободного потока, то с увеличением η скорость и температура уменьшаются. Следует отметить, что с увеличением параметра нестационарности скорость охлаждения существенно больше, чем в случае стационарного течения. В стационарном случае температура жидкости вблизи стенки превышает температуру на стенке.

Влияние параметра Максвелла β на профили скорости как для стационарного, так и для нестационарного течения показано на рис. 3, *а, б*. Значение $\beta = 0$ соответствует течению вязкой несжимаемой ньютоновской жидкости. И в случае стационарного, и в случае нестационарного течения с увеличением значений β скорость уменьшается, следовательно, уменьшается толщина пограничного слоя. Увеличение значения β приводит к увеличению температуры и ее градиента на поверхности (см. рис. 3, *в*). Таким образом, с увеличением β скорость теплообмена на поверхности увеличивается.

Влияние параметра проницаемости k_1 на поле скорости показано на рис. 4, *а*. С увеличением пористости среды значение k_1 уменьшается в соответствии с формулой $k_1 = \nu/(k_0 c)$. При большой пористости среды, т. е. при меньших k_1 , жидкость имеет больше пространства для течения, вследствие чего увеличивается ее скорость (см. рис. 4, *а*). Однако такое изменение скорости вблизи поверхности является максимальным, а вдали от нее оно стремится к нулю. Таким образом, увеличение параметра проницаемости k_1 приводит к уменьшению горизонтальной скорости, что обуславливает торможение потока. С увеличением параметра проницаемости k_1 поверхностное трение и напряжение сдвига на границе увеличиваются, а толщина пограничного слоя и абсолютное значение градиента температуры на поверхности (см. рис. 4, *б*) уменьшаются. Таким образом, с увеличением k_1 скорость теплообмена на поверхности уменьшается. Пористость среды обуславливает уменьшение скорости жидкости и увеличение температуры (см. рис. 4, *б*).

На рис. 5, *а* показано влияние параметра вдува (отсоса) S на скорость. Видно, что с увеличением параметра S скорость жидкости уменьшается. С увеличением интенсив-

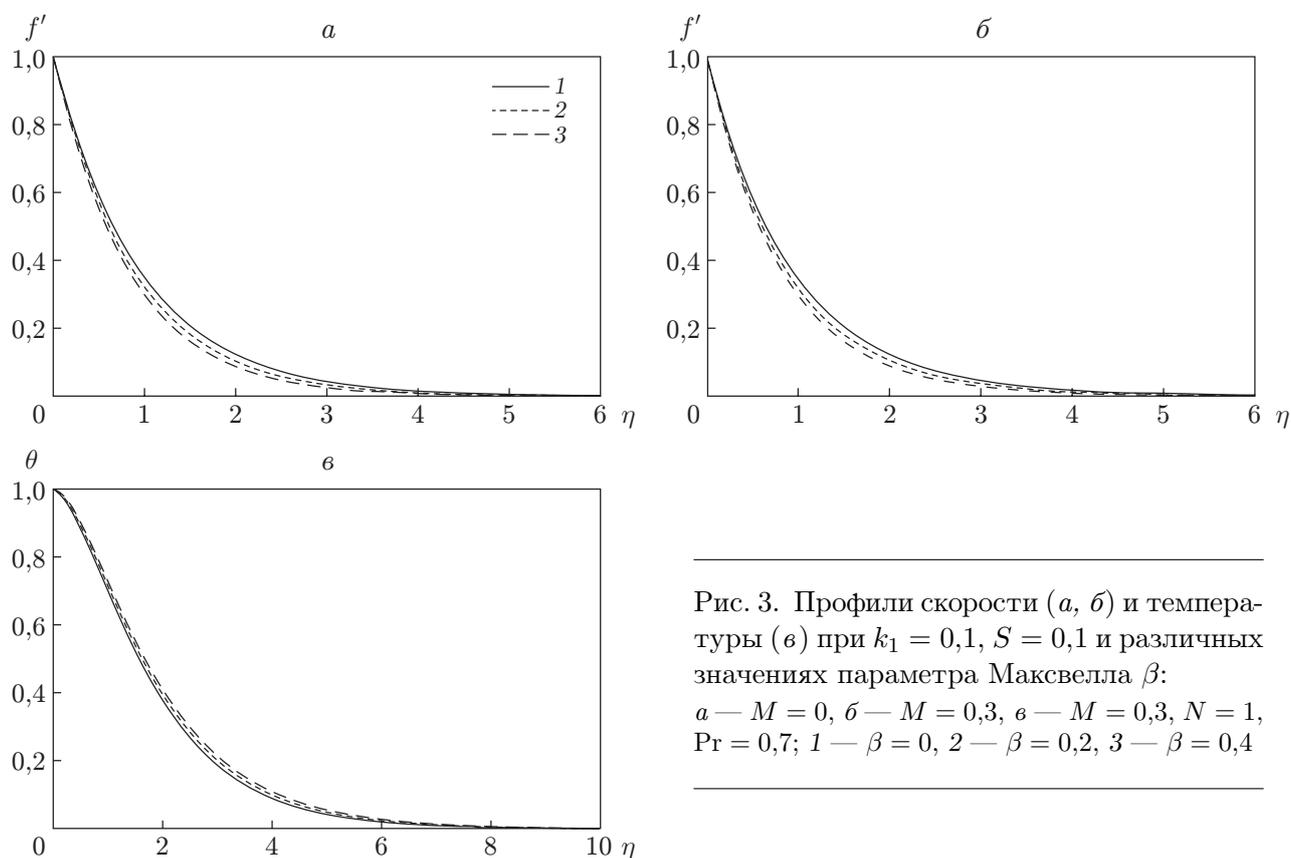


Рис. 3. Профили скорости (*a*, *б*) и температуры (*в*) при $k_1 = 0,1$, $S = 0,1$ и различных значениях параметра Максвелла β :
a — $M = 0$, *б* — $M = 0,3$, *в* — $M = 0,3$, $N = 1$, $Pr = 0,7$; 1 — $\beta = 0$, 2 — $\beta = 0,2$, 3 — $\beta = 0,4$

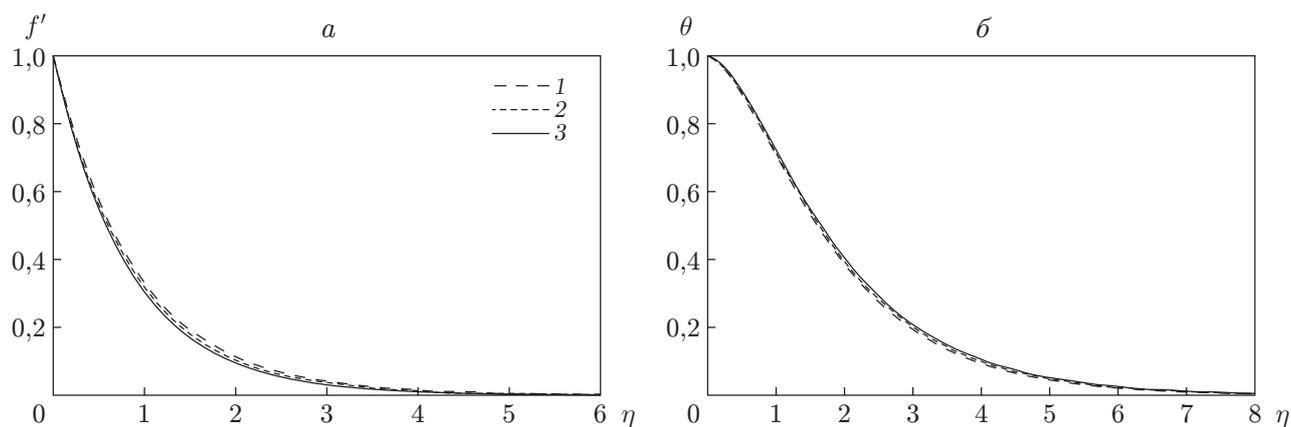


Рис. 4. Профили скорости (*a*) и температуры (*б*) при различных значениях параметра проницаемости k_1 :
a — $M = 0,3$, $\beta = 0,2$, $S = 0,1$, *б* — $M = 0,3$, $\beta = 0,2$, $S = 0,1$, $N = 1$, $Pr = 0,7$; 1 — $k_1 = 0,1$, 2 — $k_1 = 0,2$, 3 — $k_1 = 0,3$

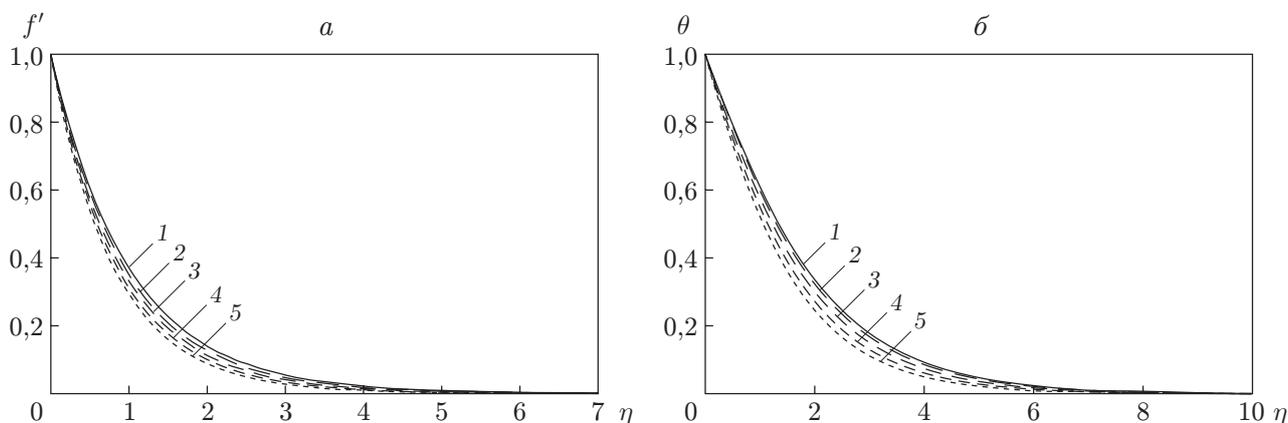


Рис. 5. Профили скорости (а) и температуры (б) при различных значениях параметра вдува (отсоса) S :

a — $M = 0,3$, $\beta = 0,2$, $k_1 = 0,1$, b — $M = 0,3$, $\beta = 0,2$, $k_1 = 0,1$, $N = 1$, $Pr = 0,7$; 1 — $S = -0,2$, 2 — $S = -0,1$, 3 — $S = 0$, 4 — $S = 0,1$, 5 — $S = 0,2$

ности отсоса ($S > 0$) скорость жидкости уменьшается, т. е. наличие отсоса вызывает уменьшение скорости жидкости в пограничном слое и как следствие уменьшение напряжения сдвига на стенке. Увеличение интенсивности отсоса приводит к существенному уменьшению толщины пограничного слоя. На рис. 5, б видно, что с увеличением S ($S > 0$) температура в пограничном слое также уменьшается. Это приводит к уменьшению скорости теплообмена (в направлении от жидкости к поверхности пластины). В случае вдува ($S < 0$) имеют место противоположные эффекты. В случае отсоса ($S > 0$) толщина теплового пограничного слоя меньше, чем в случае непроницаемой поверхности ($S = 0$), тогда как в случае вдува ($S < 0$) она больше.

На рис. 6, а показано влияние параметра излучения N на поле температуры в случае непроницаемой растягивающейся поверхности. Видно, что с увеличением параметра излучения N температура жидкости в пограничном слое уменьшается. На рис. 6, б, в показано влияние излучения на поле температуры при наличии отсоса и вдува соответственно. Видно, что с увеличением η и параметра излучения N температура также уменьшается. Влияние параметра излучения на градиент температуры при наличии отсоса и вдува показано на рис. 7. Увеличение параметра излучения приводит к оттоку тепловой энергии из области течения. При этом температура жидкости уменьшается, поскольку уменьшается толщина теплового пограничного слоя (см. рис. 6). С увеличением параметра излучения скорость теплообмена увеличивается (см. рис. 7). Это явление может быть объяснено следующим образом. При фиксированных значениях \varkappa и T_∞ с уменьшением величины $N = \varkappa k^*/(4\sigma T_\infty^3)$ коэффициент поглощения k^* уменьшается. Согласно уравнению (3) и выражению для q_r дивергенция потока теплового излучения $\partial q_r/\partial y$ увеличивается с уменьшением параметра k^* , что в свою очередь вызывает увеличение скорости теплообмена в жидкости и, следовательно, ее температуры.

На рис. 8 показаны температурные профили при различных значениях числа Прандтля Pr . Видно, что в области свободного потока распределение температуры асимптотически приближается к нулю. С увеличением числа Прандтля толщина теплового пограничного слоя уменьшается. Жидкости с меньшим числом Прандтля имеют большую теплопроводность (и большую толщину теплового пограничного слоя), поэтому в таких жидкостях теплота может диффундировать от пластины быстрее, чем в жидкостях с большим значением Pr (с меньшей толщиной пограничного слоя). Следовательно, изменяя число

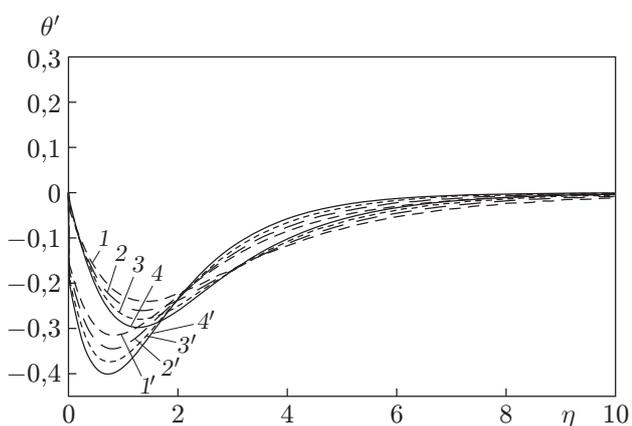
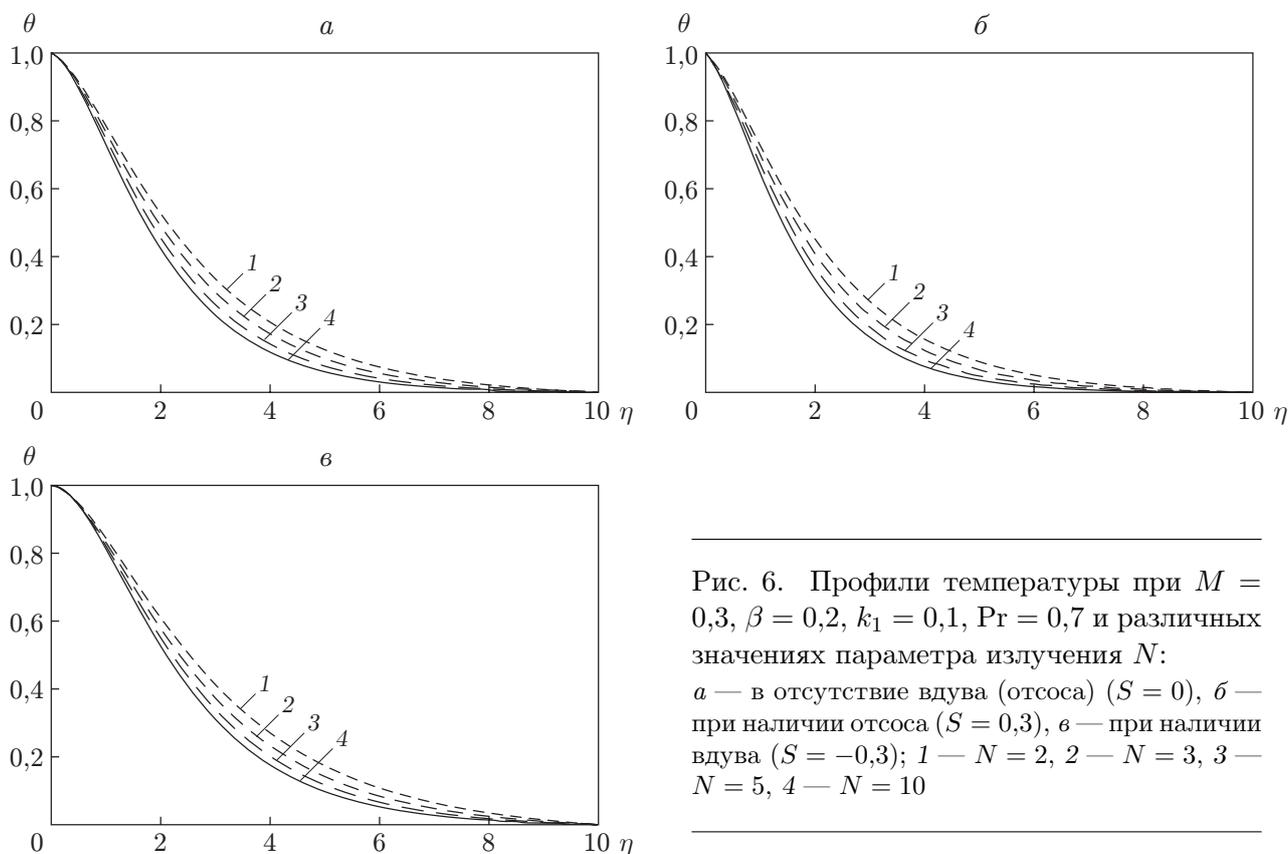


Рис. 7

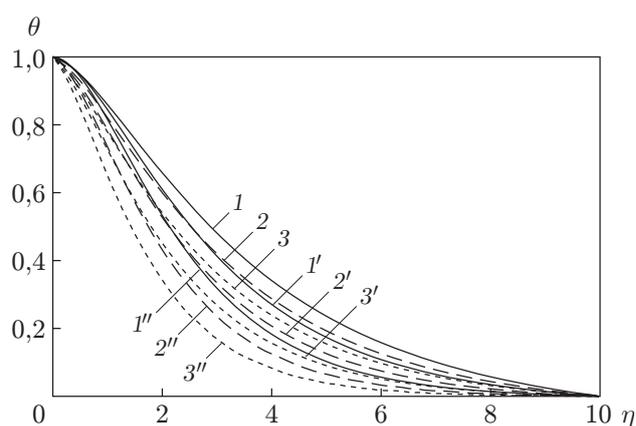


Рис. 8

Рис. 7. Распределение градиента температуры по толщине пограничного слоя в отсутствие вдува (отсоса) при $M = 0,3$, $\beta = 0,2$, $k_1 = 0,1$, $Pr = 0,7$ и различных значениях параметра излучения N :

1-4 — $S = -0,3$, 1'-4' — $S = 0,3$; 1, 1' — $N = 2$, 2, 2' — $N = 3$, 3, 3' — $N = 5$, 4, 4' — $N = 10$

Рис. 8. Профили температуры при $M = 0,3$, $\beta = 0,2$, $k_1 = 0,1$, $N = 2$ и различных значениях числа Прандтля Pr :

1, 1', 1'' — $S = -0,3$, 2, 2', 2'' — $S = 0$, 3, 3', 3'' — $S = 0,3$; 1, 2, 3 — $Pr = 0,5$, 1', 2', 3' — $Pr = 0,7$, 1'', 2'', 3'' — $Pr = 1$

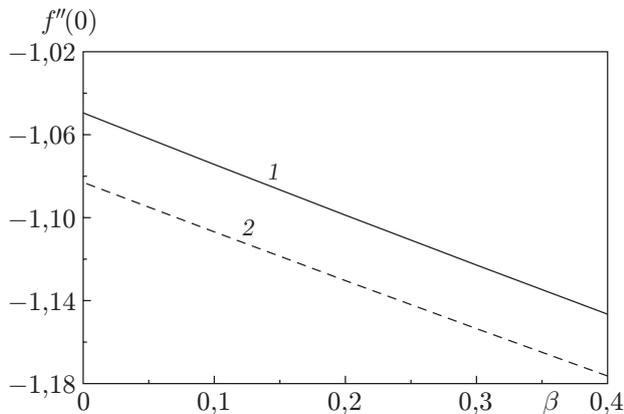


Рис. 9

Рис. 9. Зависимость коэффициента поверхностного трения $f''(0)$ от параметра Максвелла β при $k_1 = 0,1$, $S = 0,1$ и различных значениях параметра нестационарности M :

1 — $M = 0$, 2 — $M = 0,2$

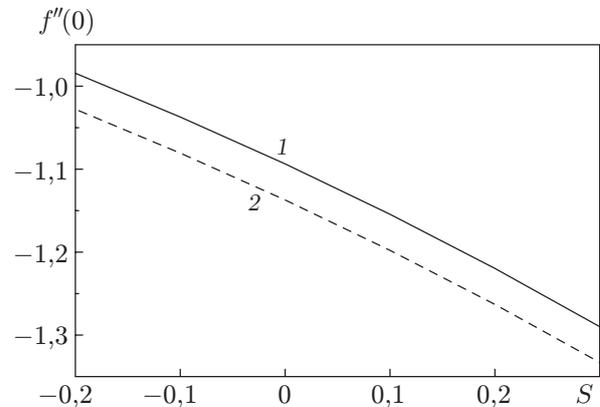


Рис. 10

Рис. 10. Зависимость коэффициента поверхностного трения $f''(0)$ от параметра вдува (отсоса) S при $M = 0,1$, $\beta = 0,1$ и различных значениях параметра проницаемости k_1 :

1 — $k_1 = 0,1$, 2 — $k_1 = 0,2$

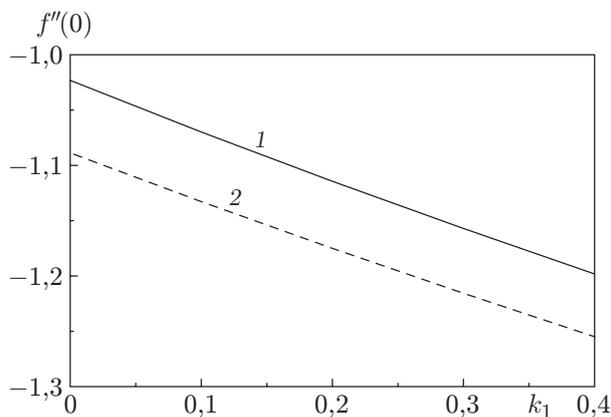


Рис. 11

Рис. 11. Зависимость коэффициента поверхностного трения $f''(0)$ от параметра проницаемости k_1 при $\beta = 0,2$, $S = 0,1$ и различных значениях параметра нестационарности M :

1 — $M = 0,1$, 2 — $M = 0,3$

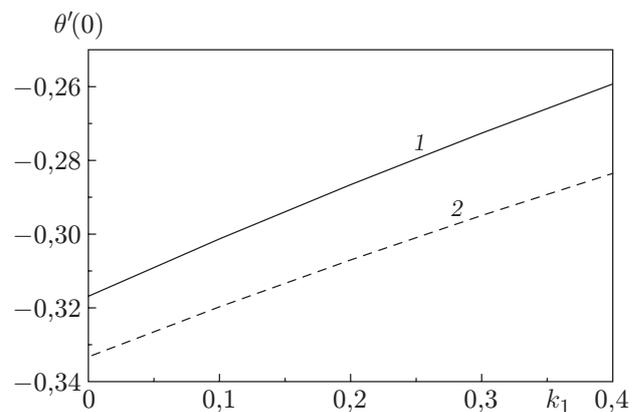


Рис. 12

Рис. 12. Зависимость градиента температуры на поверхности от параметра проницаемости k_1 при $\beta = 0,2$, $S = 0,1$, $N = 1$, $Pr = 0,7$ и различных значениях параметра нестационарности M :

1 — $M = 0,1$, 2 — $M = 0,3$

Прандтля, можно управлять скоростью охлаждения потока. Следует отметить, что в случае отсоса скорость охлаждения потока больше, чем в случае вдува.

Влияние параметра нестационарности M и параметра Максвелла β на коэффициент поверхностного трения $f''(0)$ показано на рис. 9. Видно, что с увеличением параметров M и β значение $f''(0)$ уменьшается. Влияние вдува (отсоса) и параметра проницаемости на коэффициент поверхностного трения $f''(0)$ показано на рис. 10. Видно, что с увеличением этих параметров $f''(0)$ уменьшается. На рис. 11 представлена зависимость коэффициента поверхностного трения $f''(0)$ от параметра проницаемости k_1 при различных значениях параметра нестационарности M . Видно, что с увеличением параметров проницаемости и нестационарности значение $f''(0)$ уменьшается. В то же время с увеличением параметра нестационарности M скорость теплообмена на поверхности $-\theta'(0)$ увеличивается, а с увеличением параметра проницаемости k_1 уменьшается (рис. 12).

Заключение. В работе получены автомодельные решения задачи о нестационарном течении и теплообмене в пограничном слое жидкости Максвелла на растягивающейся проницаемой поверхности, погруженной в пористую среду, при наличии теплового излучения. Показано, что с увеличением параметра нестационарности скорость жидкости вблизи пластины и температура уменьшаются. Увеличение значений параметра Максвелла и параметра проницаемости пористой среды приводит к торможению потока жидкости и увеличению ее температуры. Скорость жидкости уменьшается с увеличением интенсивности отсоса на границе. Обнаружено, что увеличение параметра теплового излучения N приводит к существенному увеличению толщины теплового пограничного слоя жидкости. Изменяя число Прандтля, можно управлять скоростью охлаждения потока.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ishak A., Nazar R., Pop I.** Hydromagnetic flow and heat transfer adjacent to a stretching vertical sheet // *Heat Mass Transfer*. 2008. V. 44. P. 921–927.
2. **Gupta P. S., Gupta A. S.** Heat and mass transfer on a stretching sheet with suction or blowing // *Canad. J. Chem. Engng*. 1977. V. 55. P. 744–746.
3. **Vleggaar J.** Laminar boundary-layer behavior on continuous accelerating surfaces // *Chem. Engng Sci*. 1977. V. 32. P. 1517–1525.
4. **Dutta B. K., Roy P., Gupta A. S.** Temperature field in flow over a stretching sheet with uniform heat flux // *Intern. Commun. Heat Mass Transfer*. 1985. V. 12. P. 89–94.
5. **Crane L. J.** Flow past a stretching plate // *Z. angew. Math. Phys.* 1970. Bd 21. S. 645–647.
6. **Liu I. C., Andersson H. I.** Heat transfer in a liquid film on an unsteady stretching sheet // *Intern. J. Thermal Sci.* 2008. V. 47. P. 766–772.
7. **Andersson H. I., Bech K. H., Dandapat B. S.** Magnetohydrodynamic flow of a power law fluid over a stretching sheet // *Intern. J. Non-Linear Mech.* 1992. V. 27. P. 929–936.
8. **Hassanien I. A.** Flow and heat transfer on a continuous flat surface moving in a parallel free stream of power-law fluid // *Appl. Model.* 1996. V. 20. P. 779–784.
9. **Sadeghy K., Sharifi M.** Local similarity solution for the flow of a “second-grade” viscoelastic fluid above a moving plate // *Intern. J. Non-Linear Mech.* 2004. V. 39. P. 1265–1273.
10. **Serdar B., SalihDokuz M.** Three-dimensional stagnation point flow of a second grade fluid towards a moving plate // *Intern. J. Engng Sci.* 2006. V. 44. P. 49–58.
11. **Haroun M. H.** Effect of Deborah number and phase difference on peristaltic transport of a third-order fluid in an asymmetric channel // *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* 2007. V. 12. P. 1464–1480.

12. **Siddiqui A. M., Zeb A., Ghori Q. K., Benharbit A. M.** Homotopy perturbation method for heat transfer flow of a third grade fluid between parallel plates // *Chaos Solitons Fractals*. 2008. V. 36. P. 182–192.
13. **Sajid M., Ahmad I., Hayat T., Ayub M.** Unsteady flow and heat transfer of a second grade fluid over a stretching sheet // *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* 2009. V. 14. P. 96–108.
14. **Heyhat M. M., Khabazi N.** Non-isothermal flow of Maxwell fluids above fixed flat plates under the influence of a transverse magnetic field // *Proc. Inst. Mech. Engrs. Pt C. J. Mech. Engng. Sci.* 2010. V. 225. P. 909–916.
15. **Johnson C. H., Cheng P.** Possible similarity solutions for free convection boundary layers adjacent to flat plates in porous media // *Intern. J. Heat Mass Transfer*. 1978. V. 21. P. 709–718.
16. **Pop I.** Convective heat transfer. Mathematical and computational modeling of viscous fluids and porous media / I. Pop, D. B. Ingham. Oxford: Pergamon, 2001.
17. **Transport** phenomena in porous media / Ed. by D. B. Ingham, I. Pop. Oxford: Elsevier, 2002. V. 2.
18. **Bejan A.** Porous and complex flow structures in modern technologies / A. Bejan, I. Dincer, S. Lorente, A. F. Miguel, A. H. Reis. N. Y.: Springer, 2004.
19. **Emerging** technologies and techniques in porous media / Ed. by D. B. Ingham, A. Bejan, E. Mamut, I. Pop. Dordrecht: Kluwer, 2004.
20. **Transport** phenomena in porous media / Ed. by D. B. Ingham, I. Pop. Oxford: Elsevier, 2005. V. 3.
21. **Vafai K.** Handbook of porous media. 2nd ed. N. Y.: Taylor and Francis, 2005.
22. **Andersson H. I., Aarseth J. B., Dandapat B. S.** Heat transfer in a liquid film on an unsteady stretching surface // *Intern. J. Heat Mass Transfer*. 2000. V. 43. P. 69–74.
23. **Elbashbeshy E. M. A., Bazid M. A. A.** Heat transfer over an unsteady stretching surface // *Heat Mass Transfer*. 2004. V. 41. P. 1–4.
24. **Sharidan S., Mahmood T., Pop I.** Similarity solutions for the unsteady boundary layer flow and heat transfer due to a stretching sheet // *Intern. J. Appl. Mech. Engng.* 2006. V. 11. P. 647–654.
25. **Ali M. E., Magyari E.** Unsteady fluid and heat flow induced by a submerged stretching surface while its steady motion is slowed down gradually // *Intern. J. Heat Mass Transfer*. 2007. V. 50, N 1/2. P. 188–195.
26. **Dandapat B. S., Santra B., Vajravelu K.** The effects of variable fluid properties and thermocapillarity on the flow of a thin film on an unsteady stretching sheet // *Intern. J. Heat Mass Transfer*. 2007. V. 50, N 5/6. P. 991–996.
27. **Tsai R., Huang K. H., Huang J. S.** Flow and heat transfer over an unsteady stretching surface with a non-uniform heat source // *Intern. Commun. Heat Mass Transfer*. 2008. V. 35. P. 1340–1343.
28. **Mukhopadhyay S.** Effect of thermal radiation on unsteady mixed convection flow and heat transfer over a porous stretching surface in porous medium // *Intern. J. Heat Mass Transfer*. 2009. V. 52. P. 3261–3265.
29. **Mukhopadhyay S.** Effects of slip on unsteady mixed convective flow and heat transfer past a stretching surface // *Chinese Phys. Lett.* 2010. V. 27, N 12. 124401.
30. **Mukhopadhyay S.** Heat transfer analysis for unsteady MHD flow past a non-isothermal stretching surface // *Nuclear Engng Design*. 2011. V. 241. P. 4835–4839.
31. **Mukhopadhyay S.** Heat transfer analysis for unsteady flow of a Maxwell fluid over a stretching surface in the presence of a heat source/sink // *Chinese Phys. Lett.* 2012. V. 29, N 5. 054703.

32. **Chamkha A. J., Aly A. M., Mansour M. A.** Similarity solution for unsteady heat and mass transfer from a stretching surface embedded in a porous medium with suction/injection and chemical reaction effects // *Chem. Engng Commun.* 2010. V. 197. P. 846–858.
33. **Bhattacharyya K., Mukhopadhyay S., Layek G. C.** Slip effects on an unsteady boundary layer stagnation-point flow and heat transfer towards a stretching sheet // *Chinese Phys. Lett.* 2011. V. 28, N 9. 094702.
34. **Kumaran V., Banerjee A. K., Kumar A. V., Vajravelu K.** MHD flow past a stretching permeable sheet // *Appl. Math. Comput.* 2008. V. 210, N 1. P. 26–32.
35. **Ishak A., Nazar R., Pop I.** The effects of transpiration on the flow and heat transfer over a moving permeable surface in a parallel stream // *Chem. Engng J.* 2009. V. 148. P. 63–67.
36. **Chaudhary M. A., Merkin J. H.** The effects of blowing and suction on free convection boundary layers on vertical surfaces with prescribed heat flux // *J. Engng Math.* 1993. V. 27, N 3. P. 265–292.
37. **Mukhopadhyay S., Layek G. C.** Effect of thermal radiation and variable fluid viscosity on free convective and heat transfer past a porous stretching surface // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 2008. V. 51. P. 2167–2178.
38. **Bhattacharyya K., Mukhopadhyay S., Layek G. C., Pop I.** Effects of thermal radiation on micropolar fluid flow and heat transfer over a porous shrinking sheet // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 2012. V. 55. P. 2945–2952.
39. **Vafai K., Tien C. L.** Boundary and inertia effects on flow and heat transfer in porous media // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 1981. V. 24. P. 195–204.
40. **Takhar H. S., Bhargava R., Rawat S., et al.** Finite element modeling of laminar flow of a third grade fluid in a Darcy — Forcheimer porous medium with suction effects // *Intern. J. Appl. Mech. Engng.* 2007. V. 12, N 1. P. 215–233.
41. **Brewster M. Q.** Thermal radiative transfer properties. N. Y.: John Wiley and Sons, 1992.
42. **Mukhopadhyay S., Vajravelu K.** Effects of transpiration and internal heat generation/absorption on the unsteady flow of a Maxwell fluid at a stretching surface // *Trans. ASME. J. Appl. Mech.* 2012. V. 79, iss. 4. 044508.
43. **Alizadeh-Pahlavan A., Sadeghy K.** On the use of homotopy analysis method for solving unsteady MHD flow of Maxwellian fluids above impulsively stretching sheets // *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* 2009. V. 14. P. 1355–1365.
44. **Prasad K. V., Sujatha A., Vajravelu K., Pop I.** MHD flow and heat transfer of a UCM fluid over a stretching surface with variable thermophysical properties // *Meccanica.* 2012. V. 47, iss. 6. P. 1425–1439.
45. **Grubka L. J., Bobba K. M.** Heat transfer characteristics of a continuous stretching surface with variable temperature // *Trans. ASME. J. Heat Transfer.* 1985. V. 107. P. 248–250.
46. **Chen C. H.** Laminar mixed convection adjacent to vertical, continuously stretching sheets // *Heat Mass Transfer.* 1998. V. 33. P. 471–476.
47. **Sadeghy K., Hajibeygi H., Taghavi S. M.** Stagnation point flow of upper-convected Maxwell fluids // *Intern. J. Non-Linear Mech.* 2006. V. 41. P. 1242–1247.
48. **Abel M. S., Tawade J. V., Nandeppanavar M. M.** MHD flow and heat transfer for the upper-convected Maxwell fluid over a stretching sheet // *Meccanica.* V. 47, iss. 2. P. 385–393.

Поступила в редакцию 6/VIII 2012 г.