

УДК 662.215.25+621.791

**О ВЛИЯНИИ ВЯЗКОСТИ МАТЕРИАЛА  
НА ПРОЦЕСС ОБРАЗОВАНИЯ СТРУЙ  
ПРИ СОУДАРЕНИЯХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПЛАСТИН**

*С. К. Годунов, А. А. Дерибас, В. И. Мали*

(*Новосибирск*)

1. Для объяснения эффекта увеличения разрушающего действия зарядов ВВ, имеющих полости с металлическими конусообразными облицовками [1, 2], была создана гидродинамическая теория кумуляции [3, 4], основанная на представлении металла кумулятивной оболочки в виде идеальной несжимаемой жидкости. Используя известное решение классической задачи гидродинамики о соударении плоских струй, авторы теории предсказали образование высокоскоростной струи металла, появляющейся при схлопывании кумулятивной оболочки. Взаимодействие этой струи с преградой, являясь процессом обратным схлопыванию, определяет пробивающую способность кумулятивных зарядов. Были определены расчетным путем параметры высокоскоростной струи [4]

$$U_c = D \frac{\sin(\gamma - \alpha)}{\sin \gamma} \left[ \frac{1 + \cos \gamma}{\sin \gamma} + \operatorname{tg} \frac{\gamma - \alpha}{2} \right], \quad (1)$$

$$m_c = \frac{m(1 - \cos \gamma)}{2}, \quad (2)$$

где  $U_c$  — скорость струи;  $D$  — скорость детонации ВВ;  $2\alpha$  — начальный угол при вершине полости;  $2\gamma$  — угол между движущимися стенками оболочки (угол соударения);  $m$  — масса единицы длины схлопнувшейся части оболочки;  $m_c$  — масса единицы длины струи.

При выводе формул (1), (2) предполагалось, что детонационная волна движется вдоль биссектрисы угла соударения и если она падает нормально к поверхности оболочки, выражение для скорости струи (1) упрощается [3]

$$U_c = V_0 \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} \quad (3)$$

( $V_0$  — скорость метания оболочки).

Встречается случай, когда оболочка метается детонационной волной, движущейся вдоль ее поверхности, в этом случае

$$U_c = U_k + U_1 = D \frac{\sin(\gamma - \alpha)}{\sin \gamma} \left[ 1 + \frac{\cos \frac{\gamma + \alpha}{2}}{\cos \frac{\gamma - \alpha}{2}} \right], \quad (4)$$

где скорость точки контакта  $U_k$  (скорость вершины оболочки в лабораторной системе координат)

$$U_k = D \frac{\sin(\gamma - \alpha)}{\sin \gamma}; \quad (5)$$

$U_1$  — скорость движения материала оболочки в системе координат, связанной с точкой контакта,

$$U_1 = D \frac{\sin \gamma - \sin \alpha}{\sin \gamma}. \quad (6)$$

Формула, полученная из (4) простым преобразованием, приведена в работе [5].

Очевидно, что при малых начальных углах  $U_c$ , определяемые по формулам (1) и (4), различаются незначительно, а при  $\alpha=0$  скорость кумулятивной струи равна удвоенной скорости детонации.

2. При исследовании кумуляции были обнаружены некоторые явления, которые не объяснялись гидродинамической теорией. Наиболее важные из них рассмотрены в [6], где описаны аномалии, происходящие при использовании кумулятивных зарядов с острыми конусами. Согласно (1) и (2), чем меньше угол, тем больше скорость струи и тем меньше ее масса. Однако на практике при некоторых малых углах наблюдается резкое снижение пробивного действия, а скорость струи стабилизируется. При количественном изучении этого явления оказалось, что здесь существенную роль играют свойства материала оболочки. Для наиболее употребительных металлов был определен предельный угол, начиная с которого появляются аномалии скорости и пробивного действия. В [6] показано, что прочностные и вязкие силы можно не учитывать лишь при скоростях струй, превышающих 4 км/с, начиная с которых гидродинамическая теория должна выполняться с достаточной точностью для любых материалов.

Работа [7] явилась первым исследованием, в котором было сделано существенное дополнение к гидродинамической теории кумуляции, выразившееся в учете сжимаемости для малых углов соударения. Здесь приведены экспериментальные данные о скорости струй, образовавшихся при симметричных соударениях пластинок из различных металлов, и отмечено, что измеренные величины скоростей несколько меньше предсказываемых гидродинамической теорией.

В [8] проведен эксперимент по пробиванию мишней кумулятивными струями с различными скоростями и показано, что при низких скоростях струй процесс бронепробивания перестает удовлетворительно описываться гидродинамической теорией, что отмечалось также в [3]. Авторами [8] для различных металлов определены критические скорости, при которых пробивание не происходит, и предпринята попытка учесть влияние прочностных сил на процесс струеобразования.

Дальнейшие детальные исследования косых соударений, появившиеся в связи с работами по сварке взрывом [9], выявили новые эффекты, которые не могли быть объяснены с позиций гидродинамической теории кумуляции. В частности, было обнаружено явление волнобразования на соударяющихся поверхностях в некоторой области параметров соударения.

В работе [10] было экспериментально установлено существование «медленных» сплошных струй, скорость которых существенно меньше величины, определяемой по гидродинамической теории кумуляции. Оказалось, что на плоскости координат угол соударения  $2\gamma$  — скорость точки контакта  $U_k$  область «медленных» струй является промежуточной между областью волнобразования и областью, где параметры струй совпадают с рассчитанными по гидродинамической теории кумуляции.

В настоящей работе предложен способ определения влияния вязкости на процесс струеобразования. При этом удалось объяснить некоторые из обнаруженных отклонений экспериментальных данных от гидродинамической теории. Выведен, в частности, критерий струеобразования, основанный не на учете сжимаемости, как в работе [7], а на учете вязких свойств металлов. Несмотря на различные подходы к объяснению границы струеобразования, значения критических углов, при которых происходит «запирание» струй, оказались близкими. Было проведено сравнение полученных расчетных данных с имеющимися в литературе экспериментальными данными различных авторов, а также сформулированы некоторые проблемы, которые должны быть решены в результате дальнейших исследований процесса струеобразования.

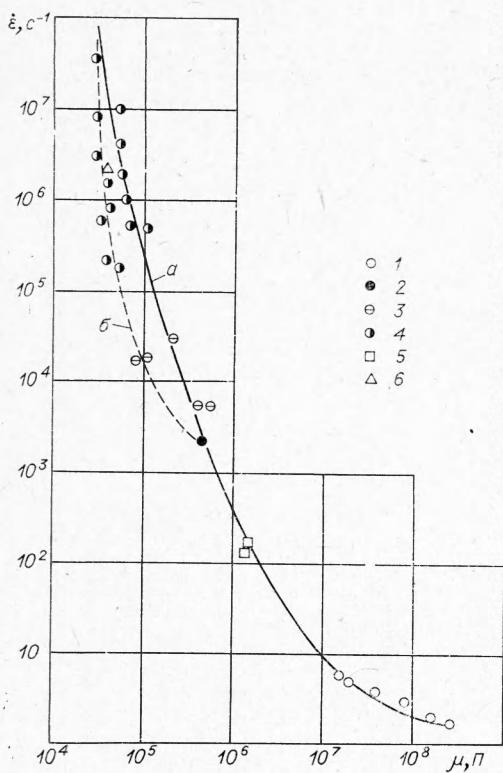
### Вязкость металлов при динамических нагрузках

Известно, что деформация материала существенно зависит не только от величины действующей на него нагрузки, но и от скорости ее приложения. В настоящее время наиболее подробно исследован диапазон низких скоростей деформирования, достижимый с помощью существующих машин для испытаний на растяжение, где скорость деформации  $\dot{\varepsilon}$  можно менять от  $10^{-4}$  до  $10^3 \text{ с}^{-1}$ . Для больших скоростей деформирования ( $10^3 \leq \dot{\varepsilon} \leq 10^4 \text{ с}^{-1}$ ) используются ударные испытания на копрах. Применение различных методов с использованием взрывчатых веществ позволяет достичь скоростей деформирования  $10^4 \div 10^8 \text{ с}^{-1}$ .

При обработке экспериментов по измерению коэффициентов вязкости  $\mu$  алюминия и стали при  $\dot{\varepsilon} = 10^3 \text{ с}^{-1}$  в работах [11, 12] использовалась модель вязкопластического тела. Метод определения вязкости металлов в процессе их сварки взрывом описан в работе [13]. В ней исследовались косые соударения металлических пластин в режиме, когда отсутствует кумулятивная струя. Было предположено, что излишек горизонтальной компоненты импульса, который уносится обратной струей, компенсируется в случае отсутствия последней «затопленной» струей вязкой жидкости. Определяя смещение частиц в направлении скорости точки контакта и сравнивая расчетные данные с измеренным смещением индикаторных линий в металле при сварке взрывом, удалось найти величину коэффициента вязкости. Таким образом были оценены коэффициенты вязкости стали, меди, алюминия, ниобия, титана и свинца при  $\dot{\varepsilon} = 5 \cdot 10^3 \div 3 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$ .

В работе [10] приведен метод определения вязкости металлов при симметричном косом соударении пластин в режимах, когда существуют обратные струи. В этом случае сравнивались скорости струй, полученные экспериментально, со скоростями, рассчитанными по модели вязкого торможения, идея которого была изложена в работе [14]. Оценки коэффициентов вязкости различных металлов в этом случае проводились в диапазоне скоростей деформирования  $10^5 \div 10^7 \text{ с}^{-1}$ . Оказалось, что данные, полученные в условиях косых соударений металлов, хорошо согласуются с результатами, приведенными в работах [15, 16], где рассматривалось развитие малых возмущений на фронте ударных волн при тех же скоростях деформирования. Отмеченная в работе [13] возможность существования методической ошибки у авторов [15] относится, по-видимому, только к тем экспериментам, где использовались большие значения относительной начальной амплитуды возмущений  $ka_0$ .

На рис. 1 нанесены экспериментальные значения коэффициентов вязкости стали и алюминия для различных скоростей деформирования. Полученные кривые  $\mu = \mu(\dot{\varepsilon})$  обнаруживают тенденцию уменьшения



вязкости с ростом скорости деформирования. При  $\dot{\epsilon} > 10^4 \text{ с}^{-1}$  вязкость исследуемых металлов, особенно алюминия, начинает слабо зависеть от скорости деформирования, поэтому металлы можно приближенно рассматривать как ньютоновские жидкости.

В настоящее время получены также экспериментальные данные о вязкости меди, титана, свинца и некоторых других металлов, но этих данных недостаточно для построения кривых, аналогичных показанным на рис. 1.

Рис. 1. Результаты измерений динамического коэффициента вязкости при различных скоростях деформирования.  
1 — прокатка с подогревом до  $1000^\circ\text{C}$  [17];  
2 — испытание на копре [11, 12];  
3 — сварка взрывом [13];  
4 — струеобразование [10];  
5 — штамповка,  $T=1000^\circ\text{C}$  [17];  
6 — малые возмущения на фронте ударных волн [15, 16].

В работе [18] данные разных авторов по определению значений  $\mu = \mu(\epsilon, T)$  приводятся в виде интерполяционных формул для  $\tau = \tau(\sigma, T)$ . При этом учитывается, что вязкость  $\mu$  связана с временем  $\tau$  релаксации касательных напряжений формулой [19]

$$\mu = G\tau, \quad (7)$$

где  $G$  — модуль сдвига, а между девиаторами тензора скоростей деформации

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{\dot{\epsilon}_{11} + \dot{\epsilon}_{22} + \dot{\epsilon}_{33}}{3} \delta_{ij}$$

и тензора напряжений

$$\sigma_{ij} = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} \delta_{ij}$$

в состоянии текучести имеется линейная связь

$$G \left( \dot{\epsilon}_{ij} - \frac{\dot{\epsilon}_{11} + \dot{\epsilon}_{22} + \dot{\epsilon}_{33}}{3} \delta_{ij} \right) = \frac{\sigma_{ij} \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3}}{\tau(\sigma_{kl}, T)}. \quad (8)$$

По-видимому в ряде теоретических рассмотрений использование зависимости вязкости от термодинамических параметров может оказаться удобнее, чем использование представления  $\mu = \mu(\epsilon, T)$ , хотя приводит обычно к тем же результатам.

### Теория торможения струй

Основная идея расчета торможения кратко изложена в работе [14]. Для оценки влияния вязкости в плоской задаче о соударении струй предлагается следующий приближенный метод. Пусть жидкость несжимаема,

движение безвихревое, а коэффициент вязкости постоянен. Тогда решения уравнений Эйлера автоматически удовлетворяют уравнениям движения Навье—Стокса и все различие между задачами о соударении идеальных и вязких струй заключается в условиях на свободной поверхности [20, с. 398]. Для того, чтобы течения в этих задачах совпадали, необходимо в случае вязкой жидкости приложить некоторые силы к свободной поверхности. Учет влияния этих сил на течение соударения струй идеальной жидкости и будет в первом приближении оценкой влияния вязкости в задаче о струеобразовании.

1. Определим вязкие силы, действующие вдоль линии тока в потоке вязкой жидкости. Как известно, компоненты тензора вязких напряжений в несжимаемой жидкости определяются выражением

$$\sigma_{ik} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right). \quad (9)$$

Здесь  $u_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) — компоненты скорости,  $\mu$  — коэффициент вязкости,  $x_i$  — декартовы координаты.

В двумерном безвихревом течении имеем:<sup>1</sup>

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= 2\mu u_x, \quad \sigma_{22} = 2\mu v_y = -2\mu u_x, \\ \sigma_{12} &= \mu(u_y + v_x) = 2\mu v_x, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $v_x, v_y$  — компоненты скорости. Полученные формулы допускают символическую запись

$$\sigma_{11} - i\sigma_{12} = -i(\sigma_{21} - i\sigma_{22}) = 2\mu \frac{\partial(u - iv)}{\partial x}, \quad (11)$$

где в отличие от вектора скорости  $u + iv$  введена «комплексная» скорость  $(u - iv)$ , для которой условия несжимаемости и отсутствие вихрей обеспечивают аналитичность по переменной  $z = x + iy$

$$\frac{\partial(u - iv)}{\partial x} = \frac{d(u - iv)}{dz}. \quad (12)$$

Компоненты тензора вязких напряжений выражаются через производную от комплексной скорости

$$\sigma_{11} - i\sigma_{12} = -i(\sigma_{21} - i\sigma_{22}) = 2\mu \frac{d(u - iv)}{dz}. \quad (13)$$

Определим компоненты вектора вязких напряжений, действующих на площадку, вектор нормали к которой имеет компоненты  $n_x, n_y$

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_{11}n_x + \sigma_{12}n_y, \\ \sigma_y &= \sigma_{12}n_x - \sigma_{11}n_y. \end{aligned} \quad (14)$$

Воспользуемся символьической записью

$$\sigma_x - i\sigma_y = (\sigma_{11} - i\sigma_{22})(n_x + in_y), \quad (15)$$

подставляя куда выражение [13], получим

$$\sigma_x - i\sigma_y = 2\mu \frac{d(u - iv)}{dz} (n_x + in_y). \quad (16)$$

---

<sup>1</sup> В работе [14] в формулах (9) и (10) был пропущен множитель 2.

Если  $dz = dx + idy$  есть смещение вдоль некоторого контура, то нормаль к этому контуру будет

$$n_x + in_y = \frac{-dy + idx}{|dz|} = i \frac{dz}{|dz|}. \quad (17)$$

Подставляя полученное выражение в (16), имеем

$$\sigma_x - i\sigma_y = 2\mu \frac{d(u - iv)}{dz} \left( i \frac{dz}{|dz|} \right) = 2\mu i \frac{d(u - iv)}{|dz|}. \quad (18)$$

Сила, действующая на элемент  $dz$  контура,

$$(\sigma_x + i\sigma_y) |dz| = (\overline{\sigma_x - i\sigma_y}) |dz| = -2\mu i (u + iv). \quad (19)$$

Интегрируя это равенство по любому участку  $MN$  произвольного кусочно-гладкого контура, получим для полной вязкой силы выражение

$$F_x + iF_y = \int_M^N (\sigma_x + i\sigma_y) |dz| = -2\mu i [u + iv] \Big|_M^N. \quad (20)$$

При этом, двигаясь вдоль контура  $MN$ , рассматриваем действующую на него силу со стороны жидкости, расположенной слева от контура. Из формулы (20), в частности, следует, что полная вязкая сила, действующая на любой замкнутый контур в односвязной области, будет равна нулю.

Представим себе, что в стационарном течении невязкой жидкости, изображенном на рис. 2, внезапно появилась вязкость, характеризуемая постоянным коэффициентом  $\mu$ . Тогда к полю давления надо в каждой точке добавить вязкие напряжения, определяемые по (18). Как видно из формулы (20), на любом замкнутом контуре внутри жидкости вязкие силы уравновешиваются

$$F_x + iF_y = 0. \quad (21)$$

Невыполнение условий на свободной границе приводит к образованию пограничных слоев, искажающих течение вблизи границ. Так как струи бесконечные, а пограничные слои, как известно, расширяются при движении по потоку, то использовать равенство (20) можно только вдоль тех траекторий, на которые пограничные слои не влияют. Неучет этого обстоятельства может привести к парадоксальным результатам.

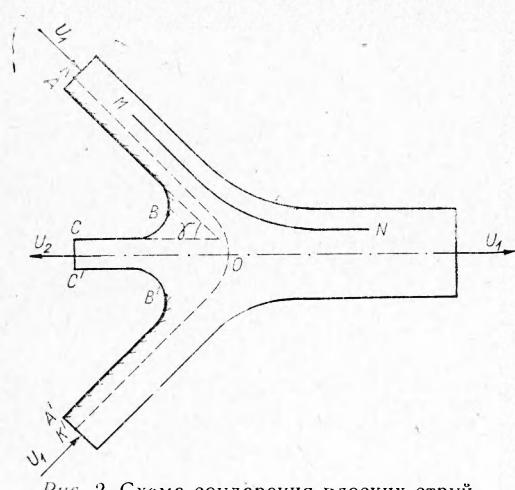


Рис. 2. Схема соударения плоских струй.

Траектория, проходящая через точку  $O$ , делит область течения на прямую и обратную струи. Очевидно, что импульс вязкой силы, действующей вдоль этой траектории, замедляет как прямую, так и обратную струи. Замедление струй можно tolковать, как образование замедленных затопленных струй, которые в дальнейшем распространяются на все течение. Соприкасаясь по траекториям  $KO$  и  $K'O$ , материали, идущие в прямую и обратную струи, обмениваются импульсом. Посчитав количество движения, проходящее че-

рез  $KO$  и  $K'O$  благодаря вязким силам за единицу времени, можно определить импульс каждой из затопленных струй.

Подобный расчет приводит к парадоксальному результату, состоящему в том, что вязкие силы якобы не замедляют, а ускоряют прямую и обратные струи. Действительно, полный импульс, потерянный одной из струй, согласно (20), равен

$$\Delta I_{KO+K'o} = -2\mu i [u + iv]_K^0 + 2\mu i [u + iv]_{K'}^0 = 4\mu U_1 \sin \gamma. \quad (22)$$

Полученный результат объясняется, очевидно, неучетом перекрытия траекторий  $KO$  и  $K'O$  пограничными слоями, примыкающими к свободным поверхностям  $ABC$  и  $A'B'C'$ . Заметим, что если интегрировать вязкие силы вдоль траекторий  $ABC$  и  $A'B'C'$ , то получаем аналогичный результат

$$\Delta I_{ABC+A'B'C'} = -4\mu U_1 \sin \gamma. \quad (23)$$

Совпадение импульсов по (22) и (23) неудивительно, так как кривые  $ABCC'B'A'$  и  $K'OK$  образуют замкнутый контур, при интегрировании вдоль которого вязкие силы, согласно (20), должны уничтожаться.

Для получения правдоподобного результата при оценке влияния вязкости на обратную струю будет удобно в дальнейшем рассматривать вязкие силы не вдоль внутренних траекторий  $KO$  и  $K'O$ , а вдоль свободных поверхностей  $ABC$  и  $A'B'C'$ .

Воспользуемся следующим эвристическим соображением. Если тормозящее действие поверхностных вязких сил (20) на первой половине поворота (рис. 2,  $AB$  и  $A'B'$ ) будет равно расчетной величине импульса обратной струи, то естественно ожидать, что обратная струя не образуется. За точки  $B$  и  $B'$  выбираем точки, в которых горизонтальные компоненты скорости равны нулю ( $u + iv = iU_1$  для  $B$  и  $u + iv = -iU_1$  для  $B'$ ). Вдоль свободной границы модуль  $U_1$  комплексной скорости  $u - iv = U_1 e^{-i\theta}$  постоянен. Следовательно, согласно (18), имеем

$$\begin{aligned} \sigma_x - i\sigma_y &= 2\mu i \frac{d(u - iv)}{dz} = 2\mu i \frac{-iU_1 e^{-i\theta}}{|dz|} = 2\mu \frac{u - iv}{R}, \\ \sigma_x + i\sigma_y &= 2\mu \frac{u + iv}{R}. \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь  $R = \frac{|dz|}{d\theta}$  — радиус кривизны свободной поверхности.

Из формулы (24) видно, что вязкая сила, чтобы обеспечить сохранение «невязкого» потока при включении вязкости, должна быть тянувшей по направлению скорости  $u + iv = U_1 e^{i\theta}$ . Модуль вязкой силы

$$|\sigma_x + i\sigma_y| = 2\mu \frac{U_1}{R}. \quad (25)$$

Естественно ожидать, что отсутствие такой силы в реальном потоке приведет к его замедлению вблизи свободной границы. Потерянный при таком замедлении импульс будем считать равным импульсу, который сообщала бы потоку тянувшая сила.

Действие вязких сил, как отмечалось выше, рассматривается только на первой половине поворота ( $AB$  и  $A'B'$ ). Горизонтальный импульс вязкой силы, действующей на свободную поверхность  $AB$  при изменении угла  $\theta$  от  $\gamma$  до  $\frac{\pi}{2}$ , определяется формулой

$$I' = 2\mu U_1 (1 - \sin \gamma). \quad (26)$$

Такой же импульс действует на противоположной симметричной части свободной границы  $A'B'$ . Весь импульс торможения

$$I = 2I' = 4\mu U_1 (1 - \sin \gamma). \quad (27)$$

Рассмотрим задачу о струеобразовании. Пусть сталкиваются симметрично две плоские струи жидкости (см. рис. 2). В случае идеальной несжимаемой жидкости эта задача подробно рассматривается в теории кумуляции, где из законов сохранения определяется выражение для импульса обратной струи

$$I_1 = 2\rho \delta_1 U_1^2 \cdot \sin^2 \gamma. \quad (28)$$

Здесь  $\rho$  — плотность,  $\delta_1$  — толщина соударяющихся струй,  $U_1$  — скорость обратной струи в системе координат, связанной с точкой  $O$ ,  $2\gamma$  — угол соударения. Предположим, что сталкиваются струи вязкой жидкости с образованием обратной струи и будем считать, что область течения вязкой жидкости совпадает с аналогичной областью для идеальной. Как отмечалось, решения уравнений Эйлера удовлетворяют уравнениям движения Навье — Стокса, различия в этих течениях сосредоточены в условиях на свободной поверхности. Поскольку интерес представляет процесс формирования обратной струи, необходимо учесть действие импульса торможения (27), который полностью «запирает» струю при выполнении равенства

$$2\rho \delta_1 U_1^2 \cdot \sin^2 \gamma = 4\mu U_1 (1 - \sin \gamma). \quad (29)$$

Обозначим

$$\frac{\delta_1 U_1}{v} \cdot \frac{\sin^2 \gamma}{(1 - \sin \gamma)} = Re. \quad (30)$$

Здесь  $v = \frac{\mu}{\rho}$  — кинематический коэффициент вязкости,  $Re$  — число Рейнольдса.

В безразмерный комплекс (30) входят все величины, характеризующие рассматриваемое течение. Тогда критерий струеобразования

$$Re > 2. \quad (31)$$

Неравенство (31) означает, что образование обратной струи возможно только тогда, когда горизонтальная компонента импульса вязкой силы, действующей на свободных поверхностях  $AB$  и  $A'B'$ , меньше расчетного импульса кумулятивной струи.

Рассмотрим случай существования обратной струи. Из-за отмеченной выше возможности перекрытия обратной струи расширяющимися пограничными слоями, нужно пользоваться формулой (20) не на всей свободной поверхности. Будем приближенно считать, что все торможение обратной струи происходит только из-за действия импульса, оцениваемого по формуле (27), тогда

$$I_2 = I_1 - I,$$

где  $I_2 = 2\rho \delta_1 U_2^2 \sin^2 \gamma$  — импульс обратной струи,  $I = 4\mu U_1 (1 - \sin \gamma)$  и, следовательно,

$$2\rho \delta_1 U_2^2 \sin^2 \gamma = 2\rho \delta_1 U_1^2 \sin^2 \gamma - 4\mu U_1 (1 - \sin \gamma). \quad (32)$$

Выразим отсюда скорость обратной струи  $U_2$  в системе координат, связанной с точкой  $O$

$$U_2 = U_1 \sqrt{1 - \frac{2v(1 - \sin \gamma)}{\delta_1 U_1 \sin^2 \gamma}}. \quad (33)$$

Подставляя в формулу (32) значение  $U_1$  из (6), получим

$$U_2 = D \frac{\sin \gamma - \sin \alpha}{\sin \gamma} \sqrt{1 - \frac{2v}{\delta_1 D} \cdot \frac{1 - \sin \gamma}{\sin \gamma (\sin \gamma - \sin \alpha)}}. \quad (34)$$

Для получения скорости струи  $U_c$  в неподвижной системе координат нужно к выражению (34) прибавить скорость точки контакта  $U_k$  (5)

$$U_c = U_k + U_2 = D \frac{\sin(\gamma - \alpha)}{\sin \gamma} \left[ 1 + \frac{\cos \frac{\gamma + \alpha}{2}}{\cos \frac{\gamma - \alpha}{2}} \sqrt{1 - \frac{2v(1 - \sin \gamma)}{\delta_1 D \sin \gamma (\sin \gamma - \sin \alpha)}} \right]. \quad (35)$$

Это выражение упрощается при параллельном расположении пластин, когда  $\alpha = 0$

$$U_c = D \left[ 1 + \sqrt{1 - \frac{2v}{\delta_1 D} \cdot \frac{(1 - \sin \gamma)}{\sin^2 \gamma}} \right]. \quad (36)$$

Аналогичные формулы можно получить для случая, когда скорость детонационной волны направлена по биссектрисе угла соударения

$$U_c = D \frac{\sin(\gamma - \alpha)}{\sin \gamma \cdot \cos \alpha} \left[ 1 + \frac{\cos \frac{\gamma + \alpha}{2}}{\cos \frac{\gamma - \alpha}{2}} \sqrt{1 - \frac{2v}{\delta_1 D} \frac{(1 - \sin \gamma) \cdot \cos \alpha}{(\sin \gamma - \sin \alpha) \sin \gamma}} \right]. \quad (37)$$

При  $\alpha = 0$  формула (37) совпадает с формулой (36).

В случае детонационной волны, падающей нормально к поверхности оболочки, выражение для скорости струи  $U_c$  с учетом вязкого торможения имеет вид

$$U_c = \frac{V_0}{\sin \alpha} \left[ 1 + \cos \alpha \sqrt{1 - \frac{4v(1 - \sin \alpha)}{V_0 \delta_1 \cdot \sin 2\alpha}} \right]. \quad (38)$$

Найденные в настоящей работе формулы (35), (37), (38) для скорости струи переходят при  $v = 0$  в аналогичные известные в гидродинамической теории кумуляции формулы (1), (3), (4).

Значения коэффициентов вязкости металлов в струйных течениях необходимо использовать в соответствии с достижимыми скоростями деформирования (см. рис. 1), которые можно оценивать по формуле

$$\dot{\epsilon} = \frac{U_1 \cdot \pi}{2\delta_1 \sin^2 \gamma}. \quad (39)$$

Такое выражение для скорости деформирования следует из рассмотренной выше модели вязкого торможения. В самом деле, изменение скорости  $\Delta u$  в результате поворота вектора скорости  $\vec{U}_1$  на угол  $(\pi - \gamma)$

$$\Delta u \approx U_1(\pi - \gamma)$$

происходит на пути  $\Delta S = R(\pi - \gamma)$ . Используя формулу для радиуса кривизны свободной поверхности при повороте потока, полученную в работе [21] для случая несжимаемой жидкости,

$$R = \frac{2}{\pi} \delta_1 \sin^2 \gamma, \quad (40)$$

получим выражение для скорости деформирования

$$\dot{\epsilon} = \frac{\Delta U}{\Delta S} \approx \frac{U_1}{R} = \frac{U_1 \pi}{2\delta_1 \sin^2 \gamma}.$$

## Эксперименты по струеобразованию и их истолкование

Использовалась обычная методика симметричного соударения металлических пластин [9]. Схема экспериментов приведена на рис. 3. Две металлические пластины 5, на которых равномерно располагались заряды ВВ4, устанавливались под углом  $2\alpha$  друг к другу на подставке из пенопласта 6 и металлической мишени 7.

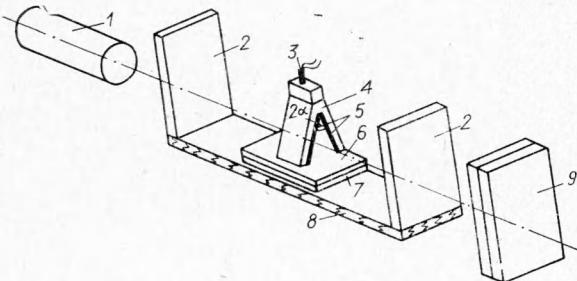


Рис. 3. Схема эксперимента.  
1 — рентгеновская установка; 2 — защитные экраны; 3 — детонатор; 4 — ВВ; 5 — металлические пластины; 6 — пенопласт; 7 — мишень; 8 — деревянная подставка; 9 — кассеты с пленкой.

согеном и литым сплавом тротила с гексогеном 50/50. Толщина зарядов изменялась от 5 до 30 мм. Начальный угол между пластинами  $2\alpha$  варьировался от 8 до  $70^\circ$ . Мишени обычно изготавливались из того же металла, что и соударящиеся пластины. Инициирование зарядов ВВ осуществлялось из точки 3 (см. рис. 3).

Вся сборка устанавливалась между рентгеновской трубкой с жестким излучением (ПИР=4) 1 и металлической кассетой 9 на деревянной подставке 8 таким образом, чтобы прямая, проведенная через ось рентгеновской трубы и кассету, была перпендикулярна плоскости сечения сборки. Время экспозиции составляло 0,1—0,15 мкс. Соударение регистрировалось на различных стадиях путем изменения времени задержки рентгеновского импульса. В каждом эксперименте получался один снимок процесса (рис. 4), на котором фиксировался угол соударения  $2\gamma$ , длина склонувшейся части пластин  $l_1$  и длина струи  $l_2$ . Кроме того, отмечалось наличие или отсутствие сварки соударяющихся пластин, исследовались поверхности, находившиеся в контакте, и поражение мишеней.

Было проведено несколько серий экспериментов по симметричным соударениям различных металлов, результаты которых приведены в таблице. Скорость детонации используемых зарядов  $D$  определялась в предварительных опытах [9]. Динамический угол  $2\gamma$  измерялся непосредственно по рентгеновским снимкам (см. рис. 4). При этом размеры пластин выбирались таким образом, чтобы можно было найти базу измерения, на которой детонационная волна сообщала всем элементам пластины одинаковую скорость, и не учитывать влияние участков нестационарности в начале и конце пластины, а также разгрузки с боковых граней заряда. Эксперименты с различными временами задержки показали, что угол  $2\gamma$  в исследуемом диапазоне меняется незначительно,

Наибольшее число опытов было проведено с технически чистым алюминием и сталью (Ст. 3). Исследовалась также соударения пластин из меди, свинца, дюралюминия (Д16). Размеры пластин составляли 100×60 мм, а толщина изменялась от 2 до 20 мм. Наряду с аммонитом 6ЖВ проводились опыты с более мощными ВВ: насыпным гексогеном 50/50. Толщина зарядов

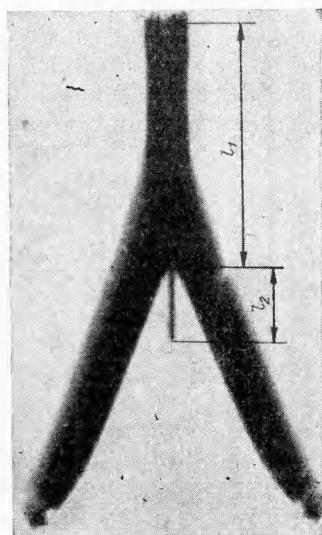


Рис. 4. Рентгеновский снимок соударения пластин.

что согласуется с данными работы [5]. Отношение длины струи к длине схлопнувшейся части пластины  $\frac{l_2}{l_1}$  также определялось по рентгеновским снимкам (см. рис. 4). На принятой базе измерения это отношение также сохраняло стационарность.

Полученные экспериментальные значения  $\gamma$  и  $\frac{l_2}{l_1}$  и известные начальные параметры соударения позволили определить скорость струи

$$U_c = U_k + \frac{l_2}{l_1} U_1. \quad (41)$$

$\delta_1$ , мм	$r^*$	$D$ , км/с	$2\alpha, ^\circ$	$2\gamma, ^\circ$	$\frac{l_2}{l_1}$	$U_c^3$ , км/с (41)	$U_c^H$ , км/с (4)
<i>Сталь</i>							
4,9	0,39	6,3	60	69	0,27	1,1	1,6
4,9	0,39	6,3	56	63	0,33	1,0	1,4
4,9	0,39	6,3	45	54	0,34	1,4	2,1
4,9	0,39	6,3	35	44	0,35	1,8	2,6
5,3	0,41	6,4	25	37	0,43	3,2	4,2
5,3	0,41	6,4	15	30	0,37	4,4	6,3
5,3	0,41	6,4	8	20	0	—	7,7
<i>Алюминий</i>							
8	0,48	7,6	56	69	0,85	2,6	2,8
7	0,53	6,0	55	68	0,40	1,6	2,2
7	0,53	6,0	56	69	0,51	1,7	2,2
7	0,53	6,0	45	59	0,50	2,1	2,8
	0,53	6,0	35	50	0,48	2,7	3,6
77	0,53	6,0	25	40	0,49	3,4	4,5
7	0,53	6,0	15	30	0	—	6,0

\* Отношение массы ВВ к массе пластины.

Здесь  $U_k$  — скорость точки контакта (5);  $U_1$  — скорость втекания металла (6). Значения скорости струи  $U_c^3$ , определенные по (41) и рассчитанные значения  $U_c^H$  по гидродинамической модели кумуляции (4), соответственно, приведены в таблице. Результаты экспериментов представлены также графически на рис. 5 в координатах: угол соударения  $2\gamma$  — отношение скоростей струи  $U_c$  и пластины  $V_0$ , где

$$V_0 = 2D \sin \frac{\gamma - \alpha}{2}, \quad (42)$$

( $\alpha$  — известный начальный угол и  $D$ ,  $\gamma$  — измеренные экспериментально величины).

Как видно из таблицы и рис. 5, при малых углах соударения ( $20^\circ$  для стали,  $30^\circ$  для алюминия) струи не образовывались. Перед точкой контакта в этом случае фиксировалось облако дисперсных частиц (рис. 6, a). Аналогичное явление в опытах с медью наблюдалось при  $2\gamma \leq 36^\circ$  ( $\delta_1 = 4$  мм,  $r = 0,5$ ,  $D = 6,3$  км/с). На соударяющихся поверхностях в этих случаях наблюдалось волнобразование (рис. 6, б). На рис. 7, a показан рентгеновский снимок соударения стальных пластин в струйном режиме. Граница соединения соударяющихся поверхностей при больших числах Рейнольдса (30) обычно была прямолинейной. При числах  $Re$ , близких к 2 на контактных поверхностях отмечаются некоторые периодические отклонения от прямолинейной формы (рис. 7, б), которые естественно считать предвестниками волнобразования.

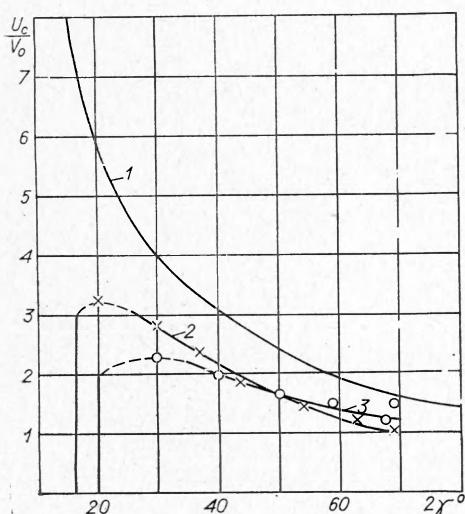


Рис. 5. Скорость струй по теории кумуляции (1) и по экспериментальным данным для стальных (2) и алюминиевых (3) пластин. Штриховые продолжения кривых 2 и 3 соответствуют дискретным струям (облако частиц). Углы  $2\alpha = 16^\circ$  для стали и  $2\alpha = 20^\circ$  для алюминия равны критическим углам по критерию [7].

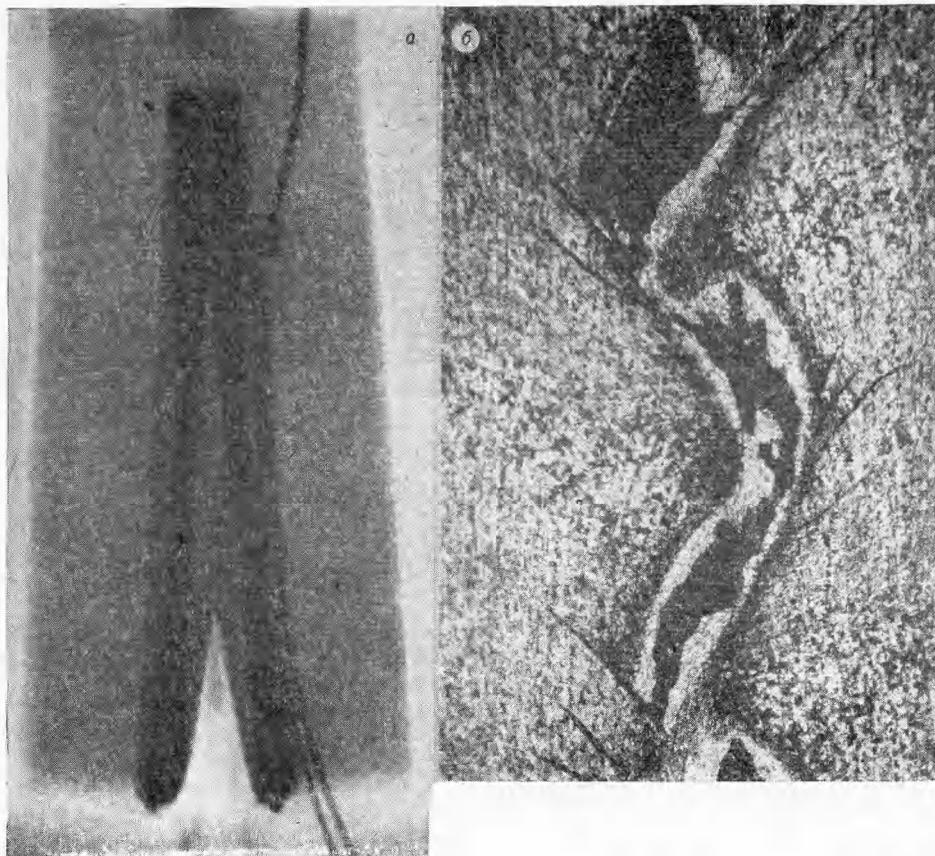


Рис. 6. Рентгеновский снимок соударения стальных пластин (седьмая строка в таблице) (а) и граница соединения этих же пластин (б).

Из таблицы видно, что скорость струй в экспериментах меньше предсказываемой гидродинамической теорией. Для объяснения этих различий в скоростях, а также наблюдаемого явления исчезновения струй при малых углах, рассмотрено влияние вязких свойств металла, которые могут быть причиной полного «запирания» струи, согласно критерию струеобразования (29).

Данные таблицы могут быть использованы для определения коэффициентов вязкости металлов по формуле, полученной из равенства (32) горизонтальных компонент импульсов соударяющихся струй

$$\mu = \left[ 1 - \left( \frac{U_2}{U_1} \right)^2 \right] \frac{\rho U_1 \delta_1 \sin^2 \gamma}{2(1 - \sin \gamma)}. \quad (43)$$

Пользуясь равенством  $\frac{U_2}{U_1} = \frac{l_2}{l_1}$ , справедливым для стационарного случая, можно переписать (43) в виде

$$\mu = \left[ 1 - \left( \frac{l_2}{l_1} \right)^2 \right] \frac{\rho U_1 \delta_1 \sin^2 \gamma}{2(1 - \sin \gamma)}. \quad (44)$$

По этой формуле определялись коэффициенты вязкости различных металлов в работе [10]. На рис. 1 видно, что величины  $\mu$ , определяемые по формуле (44), хорошо согласуются с оценками вязкости стали и алюминия, полученными в экспериментах других авторов. Поэтому можно

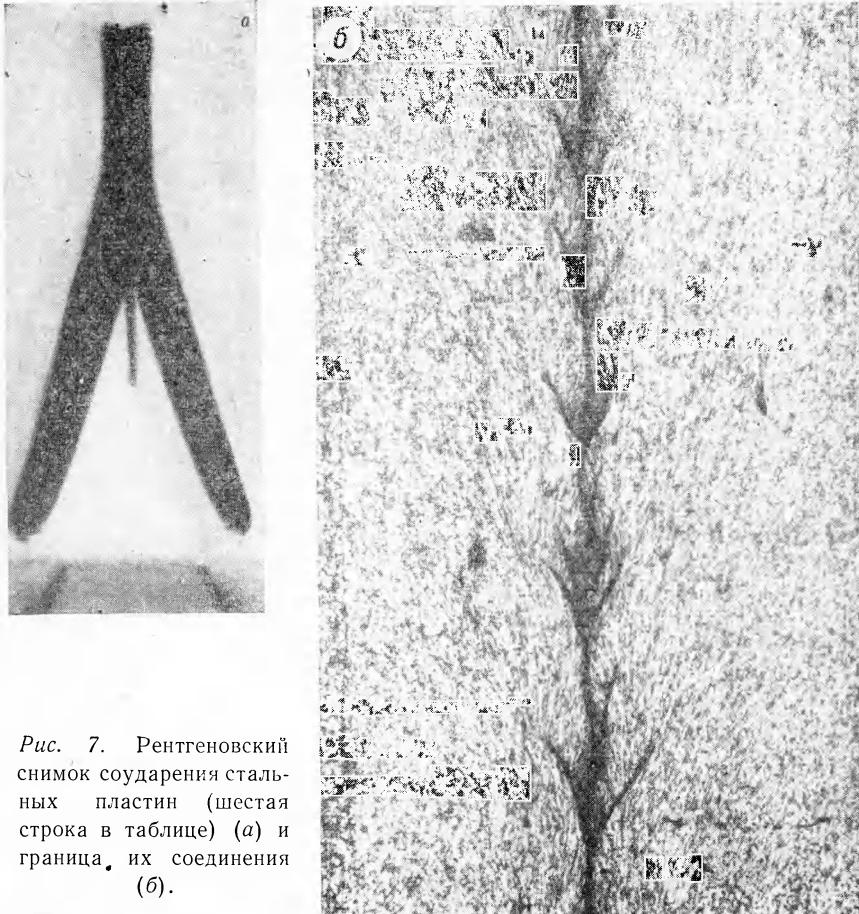


Рис. 7. Рентгеновский снимок соударения стальных пластин (шестая строка в таблице) (а) и граница их соединения (б).

прийти к выводу о справедливости формулы (43) и эквивалентного ей равенства (32), полученного из эвристических соображений. Вследствие этого можно считать обоснованными формулы (35) — (38) для скорости обратной струи при соударении вязких материалов.

На рис. 8 приведены результаты экспериментов из работы [7], в которой измерялась скорость струй при симметричных соударениях пластин из алюминия, стали, свинца и латуни. Представляет интерес описать по рассмотренной выше вязкой модели экспериментальные точки на рис. 8, подобрав подходящие значения коэффициентов вязкости. Кривыми 2—5 на рис. 8 изображены результаты расчета зависимости  $U_c/V_0$  от  $2\gamma$ , где значения  $U_c$  находились по формуле (38), а  $V_0$  приведены в работе [7]. Расчеты проводились для двух значений кинематического коэффициента вязкости стали (рис. 8, 2— $v=1,7 \text{ м}^2/\text{с}$ , рис. 8, 4— $v=2 \text{ м}^2/\text{с}$ ) и алюминия (рис. 8, 3— $v=2,5 \text{ м}^2/\text{с}$ , рис. 8, 5— $v=3 \text{ м}^2/\text{с}$ ). Кривая 1 соответствует гидродинамической теории ( $v=0$ ). Кривые 2—5 на рис. 8 при разных  $v$  весьма близко расположены друг к другу и хорошо описывают экспериментальные данные для больших углов соударения, а кривые 4 и 5 имеют ниспадающие участки слева от максимума, т. е. описывают и запирание струй при малых углах. Для алюминия вязкость  $v=2,5—3 \text{ м}^2/\text{с}$  совпадает с измеренными в [13] значениями, а для стали величины  $v=1,7—2 \text{ м}^2/\text{с}$  отличаются от среднего значения  $v=5,5 \text{ м}^2/\text{с}$ , полученного в [13], при меньших скоростях деформирования.

Кривые  $\mu=\mu(\varepsilon)$  на рис. 1 показывают, что вязкость с ростом скорости деформирования падает быстрее у стали, чем у алюминия. Поэтому

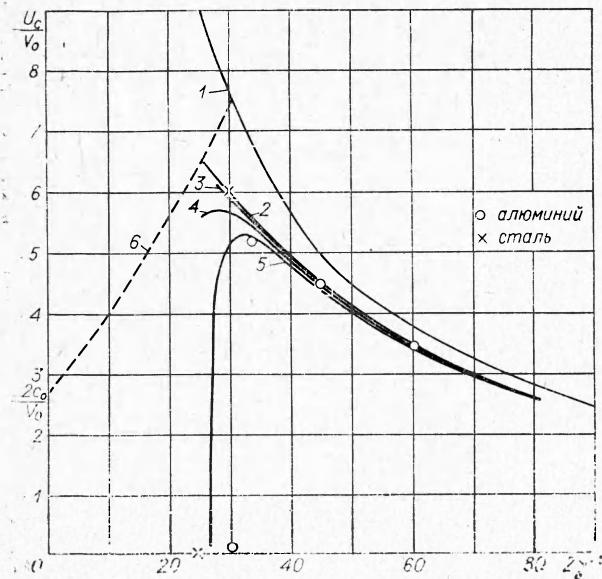


Рис. 8. Расчетные и экспериментальные [7] данные о отношении скоростей струи и пластины в зависимости от угла соударения.

му значение  $v = 1,7 \div 2$  м<sup>2</sup>/с можно считать правдоподобным и соответствующим скорости деформирования  $\varepsilon = 10^6 \div 10^7$  с<sup>-1</sup>. Экспериментальные результаты (точки на оси абсцисс  $20^\circ < 2\gamma < 40^\circ$ ), показывающие отличие скорости струи от расчета по формуле (3), применяемой в гидродинамической теории кумуляции [4], авторы [7] объясняют влиянием сжимаемости металлов. Те же экспериментальные факты допускают правдоподобное объяснение на основе вязкой модели торможения струй.

Вопрос о том, что же на самом деле более существенно — сжимаемость или вязкость — не может быть решен из используемых грубых прикидочных соображений и требует дальнейших исследований. Отметим, что из критерия работы [7] следует лишь величина критического (наименьшего) угла, при котором кончается струеобразование, тогда как формула (38) позволяет вычислить уменьшение скорости струи при приближении угла к критическому. Скорости, определенные из (38), совпадают с экспериментальными данными, в том числе и с данными работы [7].

На рис. 8, б изображена зависимость  $U_c/V_0$  от  $2\gamma$  для состояний в струе, при которых скорость струи в неподвижной системе координат равна величине удвоенной местной скорости звука (при  $\gamma = 0$   $\frac{U_c}{V_0} = \frac{2c_a}{V_0}$ ). Эта кривая рассчитана для случая симметричного соударения алюминиевых пластин с  $V_0 = 3,86$  км/с. Согласно [7], струеобразование может описываться только частью кривой 1 (расчет по формуле (3)), лежащей ниже точки пересечения с кривой 6.

Рассмотрим аномалии в пробивании мишней, наблюдаемые при низких скоростях струй. В литературе имеются данные, что для различных металлов существуют критические скорости струй  $U_c^*$ , при которых прекращается пробивание. Многие авторы, например [8], отмечали, что критическую скорость надо находить из условия равенства давления, создаваемого кумулятивной струей, и прочностного сопротивления металла мишени. В [8] приводятся экспериментально найденные величины критических скоростей, при которых начинается пробивание мишней из различных металлов. В случае струи и мишени одинаковой плотности эти скорости составляют 2900 м/с для алюминия и 2050 м/с для стали. Анализируя проблему критических скоростей с точки зрения влияния вязкости, можно прийти к следующему выводу. Критическая скорость движения металла в направлении точки контакта, при которой происходит «запирание» струи, определяется выражением, следующим из критерия струеобразования (29),

$$U_i^{kp} = \frac{2(1 - \sin \gamma)}{\delta_1 \sin^2 \gamma} v. \quad (45)$$

Сюда входит величина вязкости металла и геометрические параметры оболочки. Очевидно [3], что в системе координат, двигающейся со скоростью, равной половине скорости струи, на мишени возникают условия, полностью противоположные условиям струеобразования, переход к которым можно произвести, изменив знак у скорости струи. Поэтому выражение (45) качественно определяет критическую скорость пробивания [8]. Структура формулы (45) показывает, что величина критической скорости не является константой, а зависит также от геометрического параметра  $\delta_1$ . Если предположить, что в экспериментах по определению  $U_c^*$ , приведенных в [8], изменилась только вязкость металлов, а геометрические параметры оставались постоянными, то отношение критических скоростей пробивания для плоских струй из алюминия и стали, как следует из (45), будет равно отношению коэффициентов вязкости алюминия и стали. Для средних значений вязкости алюминия 2,9 и стали 2,2 м<sup>2</sup>/с это составит величину 1,3, близкую к значению  $\frac{U_c^*(\text{Al})}{U_c^*(\text{Ст.})} = 1,4$ , полученную из экспериментальных данных [8] по измерению критических скоростей осесимметричных кумулятивных струй.

Интересно отметить, что критерий струеобразования справедлив также для плоских струй, образующихся при выходе ударной волны в металле на свободную поверхность с полуцилиндрической выемкой. Этот факт получен экспериментально в работе [22]. Причем зависимость скорости струи (которую можно привести к безразмерному виду, поделив на массовую скорость за фронтом ударной волны) от радиуса выемки имеет вид, аналогичный рассмотренному на рис. 5, 3, 2 и на рис. 8, 4, 5.

### Некоторые нерешенные проблемы

В книге [6] приведен перечень проблем кумуляции, которые не объясняются существующими теориями. Для объяснения наблюдающихся аномалий скорости в настоящей работе рассматривается модель, основанная на представлении о вязкости, изложенная в предыдущих параграфах. Однако ряд важных вопросов еще ждет своего объяснения.

1. Весьма существенным параметром, определяющим процесс пробивания, является длина струи. В [8] приведена формула, учитывающая влияние прочности на длину струй, с помощью которой авторы попытались предсказать зафиксированную экспериментально способность струи увеличивать свою длину после схлопывания облицовки примерно в три раза по сравнению с предсказываемой гидродинамической теорией. Для расчетов реальных струй по этой формуле, по мнению авторов [8], необходимы исследования свойств материалов при высоких скоростях деформирования, имеющих место при взрывных нагрузках. По нашему мнению, использование формулы из [8] для длины струи с учетом прочности вряд ли приведет к успеху в решении задачи о длине струи. Для выяснения предельных возможностей металла струи к растяжению необходимо построить теорию нестационарной струи. В самом деле, поскольку струя неразрывно связана с «пестом», скорость которого примерно в два раза меньше, вдоль струи существует градиент скорости, вызывающий ее растяжение. Учет условий прочности при образовании градиентной струи должен, по нашему мнению, определять предельное состояние струи, предшествующее ее разрыву.

2. Существенный интерес представляет образование струй в несимметричных условиях. В этом случае теория не позволяет однозначно решить задачу о струеобразовании [23]. В то же время имеются экспериментальные данные [24, 25], показывающие, что струя выбирает определенное направление, которое может отличаться от биссектрисы угла соударения. Задачей последующих исследований этой проблемы

должен быть выбор критерия, позволяющего однозначно определить направление образующейся несимметричной струи, как в случае нарушения геометрической симметрии, так и при соударении пластин из разных материалов. Имеется еще ряд нерешенных проблем, например (см. [6]) диаметр пробиваемого отверстия, фокусное расстояние, которые, по нашему мнению, также могут быть решены при соответствующем учете прочностных факторов.

Поступила в редакцию  
11/VII 1974

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Е. Мипгое. Scribners Mag., 1883, 3, 563.
2. Neumann Zeitschrift f. d. ges. Schies — und Sprengstoffwessen, 1914, 9, 183.
3. М. А. Лаврентьев. УМН, 1957, 12, 4 (76).
4. G. Birkhoff, D. MacDougal, a. o. J. Phys., 1948, 19, 6.
5. Физика быстропротекающих процессов. Т. II. М., «Мир», 1971.
6. М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. Проблемы гидродинамики и их математические модели. М., «Наука», 1973.
7. J. Walsh, R. Shreffler, F. Willig. J. Appl. Phys., 1953, 24, 3.
8. Ф. А. Баум, К. П. Станюкович, Б. И. Шехтер. Физика взрыва. М., Госфизматиздат, 1959.
9. А. А. Дерибас. Физика упрочнения и сварки взрывом. Новосибирск, «Наука», 1972.
10. В. И. Мали. Канд. дисс. Новосибирск, 1974.
11. А. А. Ильюшин. Ученые записки МГУ, Механика, 1940, т. 11, вып. 39.
12. С. М. Попов. Инженерный сборник, 1941, 1, 1.
13. С. К. Годунов, А. А. Дерибас и др. ФГВ, 1971, 7, 1.
14. С. К. Годунов, А. А. Дерибас. Докл. АН СССР, 1972, 202, 5.
15. А. Д. Сахаров, Р. М. Зайдель и др. Докл. АН СССР, 1964, 159, 5.
16. В. Н. Минеев, Е. А. Савинов. ЖЭТФ, 1967, 52, 3.
17. W. Klein. Third International Conference of the Center for High Energy Forming. Juli 12—16, 1971, Vail, Colorado.
18. С. К. Годунов, А. Ф. Демчук и др. ПМТФ, 1974, 4.
19. Я. И. Френкель. Кинетическая теория жидкостей. Л., Изд-во АН СССР, 1945.
20. Н. Е. Кочин, И. А. Кибель, Н. В. Розе. Теоретическая гидродинамика. Т. II. М., Физматгиз, 1963.
21. S. K. Godunov, A. A. Degibas, a. o. Comp. Phys., 1970, 5, 3.
22. В. И. Мали, В. В. Пай, А. И. Сковпин. ФГВ, 1974, 10, 5.
23. Г. Биркгоф, Э. Сарантонелло. Струи, следы и каверны. М., «Мир», 1964.
24. В. А. Симонов. ФГВ, 1971, 7, 2.
25. Jishii, Onsawa, a. o. J. Japan Welding Society, 1971, 40, 6.

УДК 662.215.1 : 541.128

#### О РОЛИ ОТДЕЛЬНЫХ КОМПОНЕНТОВ ПРИ КАТАЛИЗЕ ГОРЕНИЯ БАЛЛИСТИЧНЫХ ПОРОХОВ

A. С. Андро́сов, A. П. Денисюк, H. П. Токарев, K. Г. Фоминов  
(Москва)

Известно, что многие соединения меди почти не влияют на скорость горения порохов при умеренно повышенном давлении, но весьма существенно усиливают влияние свинецсодержащих катализаторов [1, 2]. Однако некоторые отдельные опыты показали, что по влиянию на скорость горения нитроцеллюлозы (НЦ) мелкодисперсная CuO почти не уступает влиянию свинецсодержащих катализаторов. Причины различного влияния соединений меди на скорость горения порохов и НЦ и значительного усиления влияния на горение порохов свинцовых катализаторов в их присутствии не ясны.