

ГОРНАЯ ТЕПЛОФИЗИКА

УДК 536.24.021

АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛООБМЕНА В ПРОЦЕССАХ ГОРНОГО ПРОИЗВОДСТВА

Н. Н. Смирнова, Н. В. Николаева, В. Н. Бричкин, В. Б. Кусков

*Национальный минерально-сырьевой университет "Горный",
21-я линия, 2, 199106, г. Санкт-Петербург, Россия*

Представлены аналитические методы исследования процессов теплообмена, происходящих в условиях ресурсосберегающей технологии скважинной переработки угля, тепловой сушки в аппаратах обогатительного производства и при аккумуляции и извлечении тепла в обрушенных горных породах. Рассмотрен класс задач в постановке с граничными условиями на движущейся границе области теплообмена.

Сушка, теплопроводность, температура, гетерогенная среда, потери тепла

При оценке целесообразности внедрения инновационных или повышения эффективности существующих энергосберегающих технологических решений извлечения, переработки и обогащения полезных ископаемых возникает ряд задач, связанных с исследованием процессов нестационарного сопряженного теплообмена и теплообмена при фильтрации в гетерогенных средах, осложненных природными, технологическими и физико-химическими факторами.

Наличие большого разнообразия природных структур, горно-геологических условий, эксплуатационных и конструктивных особенностей определяет многофакторную и чрезвычайно сложную функциональную связь условий и результатов работы технологических систем горного производства. Отсюда следует существование физических моделей, расчетных схем и методов решений таких задач в самых различных постановках.

В большинстве случаев природный проницаемый коллектор заменяется моделями, которые имитируют гомогенную среду с эффективными свойствами или гетерогенную среду с периодической изотропной структурой из элементов классической формы (пластин, цилиндров, шаров) [1 – 7].

Случай бесконечно больших размеров твердого элемента гетерогенной среды приводит к частным задачам нестационарного фильтрационного теплообмена. Это задачи сопряженного теплообмена при течении жидкости в природных и искусственных каналах (пластах) и трещинах [1, 6, 8], аналитические решения для которых получены на основе методов решения уравнений, используемых в классической теории теплопроводности [9].

Масштабное математическое моделирование с использованием больших возможностей вычислительной техники, безусловно, актуально и позволяет решить многие задачи горной теплофизики. При этом реализация математических моделей при максимально “точных” постановках требует создания трудоемких программных продуктов. При всей их привлекательности наиболее полного математического описания процессов, ценность численного анализа и вычислительного эксперимента ограничена конкретностью практических приложений и уровнем исходной информации о реальных средах, которая вне зависимости от качества допущений всегда несет в себе элемент неопределенности, прогноза или предположения. Кроме того, возникают трудности физической интерпретации результатов.

Существенное упрощение исходной системы уравнений приводит к неизбежному отклонению от реальных эксплуатационных условий горного производства. Более простое математическое описание и приближенные методы решений требуют серьезного физического обоснования всех условностей постановки задачи и экспериментальной проверки полученных результатов.

Несмотря на это, создание физически обоснованных моделей, использование асимптотических приближений и приближенных методов решения обеспечивают получение достаточно простых аналитических результатов, пригодных к дальнейшему использованию в инженерных расчетах, в более сложных физических постановках, а также в экономико-математических моделях.

Хотя возможности аналитических методов решения задач фильтрационного теплообмена практически исчерпаны, решить ряд прикладных задач в области горной теплофизики позволило применение метода эквивалентного уравнения теплопроводности [5–7, 10]. Широкое распространение метод получил при решении проблемы освоения геотермальных ресурсов и при анализе температурных полей нефтяных залежей с неоднородным строением, где возможно использование технологии избирательной термоинжекции слоисто-неоднородных пластов [1].

В основе некоторых ресурсосберегающих технологий скважинной переработки угля лежит идея повышения эффективности за счет утилизации теплопотерь в канале газификации, зоне обрушенных горных пород над отработанным угольным пластом и использования геотермального потенциала больших глубин [1, 11–13].

Исследование теплового режима в условиях этих технологий, а также технологии тепловой сушки в процессах обогатительного производства [14] привело к появлению класса задач в постановке с граничными условиями на движущейся границе области теплообмена.

С учетом конкретного варианта технологии получены зависимости и выполнены исследования:

- условий теплообмена на поверхности горения, движущейся с постоянной скоростью, где задан переменный во времени тепловой поток, учитывающий водоприток в зону горения и теплообмен с породным массивом;
- тепломассообмена в трещине гидроразрыва угольного пласта при диффузионном режиме горения и перемещении зоны высокотемпературного прогрева;
- теплопотерь в канале газификации (граница входных условий движется со скоростью распространения фронта горения);
- температурных полей и условий извлечения энергоресурсов из зон обрушения над отработанным угольным пластом;
- режимов тепловой сушки.

В связи с выгоранием твердого горючего компонента граница раздела сред (фронт горения) движется со скоростью, которая является функцией температуры горения T_S и концентрации окислителя. В диффузионном режиме она определяется гидродинамической обстановкой и концентрацией окислителя у поверхности горения. В обычной системе координат для таких за-

дач координата граничных условий перемещается в пространстве с переменной скоростью. Для частного случая $\omega = \text{const}$ переход в движущуюся систему осуществляется с помощью введения координаты $\xi = x \pm \omega\tau$.

Тепло химической реакции, протекающей на границе $\xi = 0$, $x = \omega\tau$, расходуется на нестационарный прогрев угольного пласта, теплообмен с окружающим массивом в пределах зоны прогрева выносятся газообразными продуктами реакции из зоны горения и затрачивается на подогрев и испарение влаги и приточных вод.

Особенность постановки задачи заключается в том, что сам переменный тепловой поток является функцией температуры горения и условий теплообмена на поверхности горения. Математическая формулировка задачи:

$$\left. \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} \right|_{\xi} - \omega \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = a_y \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2}, \quad \xi = x - \omega\tau > 0, \quad \tau > 0,$$

$$\lambda_y \left. \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} \right|_{\xi=0} = \lambda_y f[\Theta_s(\tau)], \quad \Theta|_{\xi=0} = \Theta_s(\tau), \quad \Theta|_{\xi=\infty} = 0.$$

Удельный тепловой поток в угольный пласт

$$q = \lambda_y [A - B\Theta_s(\tau)] = \lambda_y f(\Theta_s(\tau)).$$

Здесь $A = \frac{\omega\rho_y}{\lambda_y} K$, $B = \frac{\omega\rho_y}{\lambda_y} D$, $\Theta = (T - T_i)$, $K = [q_s - \varepsilon_m(T_v - T_i)(c_w - c_{w,i}) - \varepsilon_m L]$,

$D = \chi c_\Gamma + \varepsilon_m c_{w,\Pi} + 2\sqrt{\lambda_\Pi c_\Pi \rho_\Pi l_\Pi} / m\rho_y \sqrt{\pi\omega}$, где ε_m — количество влаги, поступающей в зону горения за единицу времени на единицу сгоревшей массы угля; τ — время; T — температура пласта; T_v — температура испарения; ω — скорость движения границы входных условий; χ — стехиометрический коэффициент; l_Π — длина зоны прогрева; a , λ , c , ρ — температуропроводность, теплопроводность, теплоемкость, плотность; индексы Π , y , w , Γ , i , s — порода, уголь, вода, газ, начальное состояние, движущаяся граница. Утверждение $l_\Pi = \text{const}$ является допущением и данная условность учитывает максимальные теплотери из зоны прогрева.

Для температуры горения в режиме воспламенения на неподвижной границе ($\omega = 0$), когда тепловой поток $f(\Theta_s)$ есть нелинейная функция, решение нелинейного уравнения Вольтерра получено в работе [15] при помощи метода двухсторонних приближений.

В случае диффузионного режима горения и линейной зависимости функции $f(\Theta_s)$ от Θ_s применение преобразования Лапласа позволяет получить аналитическое решение соответствующего операторного уравнения Вольтерра второго порядка.

Изменение безразмерной температуры в угольном пласте описывается уравнением

$$\Theta(\tau, \xi) = \int_0^\tau \Theta_s(\tau - \tau_*) \frac{\xi \exp[-(\xi + \omega\tau_*)^2 / 4a_y\tau]}{2\sqrt{4a_y} \sqrt{(\tau - \tau_*)^3}} d\tau_*.$$

Зависимость для определения температуры горения

$$T_s = T_x|_{\xi=0} = T_\Pi + \frac{K}{P} \left\{ 1 + \gamma \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{\gamma+1}\right) - (\gamma+1)e^{-z^2/(\gamma+1)^2} [1 - f(z)] \right\},$$

где $f(z) = 1 - e^{-z^2} \operatorname{erfc} z$; $z = (1 + \gamma)\sqrt{\tau\omega} / 2\sqrt{a_y}$; $\gamma = c_\gamma / 2D$; $P = c_\gamma + D$.

Распределение температуры в угольном пласте в стационарном режиме —

$$\Theta(\xi, \infty) = \Theta_s e^{-\omega\xi/a_\gamma}.$$

Время выхода процесса на стационарный режим определяется соотношением между скоростью распространения температурной волны и линейной скоростью распространения фронта горения: $\tau = (3.2)^2 a_\gamma / \omega^2 \approx 10a_\gamma / \omega^2$.

Аналитические решения для концентрации и температуры окислителя при исследовании диффузионного режима горения в трещине гидроразрыва угольного пласта получены в работе [16]. Исследование теплового режима в канале газификации выполнено в работе [17]. Специфика постановки задачи сопряженного теплообмена в канале газификации заключается в изменяющейся протяженности рассматриваемого коллектора со стороны входных условий.

Аналитические зависимости получены для температуры газа и пород, удельного теплового потока в породный массив и количества теплотеря. Так, безразмерная температура газа определяется по формуле

$$\Theta = \operatorname{erfc} \frac{K(x+W\tau)}{2\sqrt{\tau - \frac{x+W\tau}{W+u}}}, \quad K = \frac{\sqrt{\lambda_{\text{п}}\rho_{\text{п}}c_{\text{п}}}}{\rho_{\text{г}}c_{\text{г}}h(W+u)}, \quad \Theta = \frac{T - T_0}{t_0 - T_0},$$

здесь h — мощность угольного пласта; u — скорость газа.

Для $x = 0$ на выходе из канала температура газа определяется еще более простой зависимостью

$$\Theta = \operatorname{erfc} \left[\frac{KW}{2} \sqrt{\tau} \right].$$

При сжигании угольного пласта основные потери физического тепла выходящего газа происходят в постоянно увеличивающейся зоне обрушения и расслоения породной толщи над отрабатываемым угольным пластом. Последующее их извлечение, а для глубоких горизонтов и извлечение петрогеотермальных ресурсов с помощью теплоносителя циркуляционной системы влияют на экономические и энергетические показатели системы.

Система уравнений, описывающая нестационарный теплообмен при фильтрации газа, теряющего тепло, и теплоносителя (при извлечении энергоресурсов в таких условиях) включает уравнение конвективного переноса для газообразной фазы с внутренним источником тепла и дифференциальное уравнение теплопроводности для твердых тел простейшей формы. Реальная блочная среда в анизотропной гетерогенной системе заменяется моделью с периодической структурой из сферических элементов или пластин. На границе раздела сред ставятся граничные условия I или III рода в зависимости от соотношения чисел Bi и Nu , а в центре элементов среды — условие симметрии.

На основе метода эквивалентного уравнения теплопроводности можно получить достаточно простые аналитические зависимости для анализа теплового режима зоны обрушения и расслоения породной толщи над отрабатываемым угольным пластом [1]. В частности, выражение для безразмерной температуры газа на выходе из зоны обрушения имеет вид

$$\Theta(0, Fo^*) = \Theta_o = 1 - \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{erfc} \left[\frac{1}{2} \left(\sqrt{k} - \frac{1}{\sqrt{k}} \right) \sqrt{\frac{A}{B} Fo^*} \right] + \exp \left(\frac{A}{B} Fo^* \right) \operatorname{erfc} \left[\frac{1}{2} \left(\sqrt{k} + \frac{1}{\sqrt{k}} \right) \sqrt{\frac{A}{B} Fo^*} \right] \right\}, (1)$$

где $k = u / \omega AG$; $A = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_n}{\mu_n^2}$; $B = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_n}{\mu_n^4}$, $P_n = \frac{2\text{Bi}^2}{\mu_n^2 + \text{Bi}^2 + (1 - \Gamma)\text{Bi}}$ — для граничных условий III рода, μ_n — корень характеристического уравнения, $\text{Bi} = \alpha R / \lambda$ — критерий Био, R — эффективный радиус частиц, α — коэффициент теплоотдачи; $\text{Fo}^* = a \tau^* / R^2$ — критерий Фурье, a — коэффициент теплопроводности.

Зная температуру на входе и выходе фильтрационной области, определяют теплототери и энергоресурсы обрушенной зоны. Более полной математической формулировке и методу решения этих задач посвящены работы [1, 6, 7, 9, 10, 17]. В [7] применяемый метод эквивалентного уравнения теплопроводности обоснован, его использование и возможности представлены в [1, 10], а сравнительный анализ решений для модельных задач с точными решениями и экспериментальными результатами выполнен в [1, 6].

В практике обогащения полезных ископаемых наличие движущегося проникаемого слоя отличает процесс тепловой сушки [14], которая является последней операцией обезвоживания при выпуске готового продукта. В связи с этим параметры состояния гетерогенной системы сушильного аппарата являются исходными для реализации следующего технологического цикла.

При движении теплоносителя в сушилке изменяется температура как несущей фазы, так и материала концентрата (руды). Горячий газ с высокой температурой движется по фильтрационному каналу. При этом происходит постоянный прирост теплообменной поверхности вследствие непрерывной подачи материала.

В реальных условиях тепло, полученное от сушильного агента, расходуется на нагрев и испарение влаги, нагрев материала во время сушки и потери тепла в окружающую среду. Современные способы теплоизоляции позволяют значительно снизить потери тепла в окружающую среду (до 5–10 % тепла, затрачиваемого на сушку). Кроме того, тепло на испарение влаги значительно превышает затраты тепла на ее нагрев. Для упрощения задачи и анализа наиболее энергоемких процессов этими потерями можно пренебречь.

Система уравнений нестационарного теплообмена при одномерной фильтрации газа в сушильном аппарате, в отличие от извлечения энергоресурсов из зон обрушения над отработанным угольным пластом, включает уравнение конвективного переноса для газообразной фазы с двумя внутренними источниками тепла в виде: q — теплового потока к структурным элементам гетерогенной среды (кускам руды); $q_{\text{и}}$ — теплового потока затраченного на испарение влаги в единице объема гетерогенной среды.

Тепловой поток q в уравнении конвективного переноса тепла определен из решения дифференциального уравнения теплопроводности для соответствующей формы элементов гетерогенной среды. Для второго внутреннего источника принято $q_{\text{и}} = \text{const}$. Решение такой задачи получено с использованием метода эквивалентного уравнения теплопроводности и операционного метода Лапласа по аналогии с решением задачи о теплообмене при извлечении энергоресурсов из зон обрушения над отработанным угольным пластом [1, 9].

Безразмерная температура газа описывается в виде

$$\theta = Q - \frac{1}{2} \left\{ \left(Q + \frac{Q_0}{A} \text{Fo}^* \right) \text{erfc}F + \left(Q - \frac{Q_0}{A} \text{Fo}^* \right) e^{\frac{A}{B} \text{Fo}^*} \text{erfc}S \right\}, \quad (2)$$

где $\theta = (t - T_i) / (t_0 - T_i)$ — безразмерная температура газа, t — температура газовой фазы.

Безразмерные комплексы: $Q = 1 - Q_0 X = 1 - q\xi / u\rho C(t_0 - T_i)$; $Q_0 = qR(u + \omega) / \sigma u(t_0 - T_i)\lambda$;
 $S = (Fo^* + AX) / 2\sqrt{BX}$; $F = (Fo^* - AX) / 2\sqrt{BX}$; $X = \sigma\lambda\xi / R\rho c(u + \omega)$.

Здесь $\sigma = (\Gamma + 1)(1 - \varepsilon) / R\varepsilon$ — площадь поверхности твердой фазы на единицу объема газа; ε — пористость слоя; Γ — постоянное число, для сферических частиц $\Gamma = 2$.

Значения A , B , μ_n и других коэффициентов для различных элементов среды и граничных условий определяются по таблицам в работах [1, 6, 7].

Изменяя режим сушки и определяя распределение температуры в руде и газе, можно регулировать потери тепла в барабане.

ВЫВОДЫ

Показано, что в инженерной практике можно использовать известные аналитические решения задач теплообмена, полученные для горного производства.

Ценность численного анализа и вычислительного эксперимента ограничена конкретностью практических приложений и уровнем исходной информации о реальных средах, которая вне зависимости от качества допущений всегда несет в себе элемент неопределенности, прогноза или предположения. Использование математического моделирования дает возможность решить многие задачи горной теплофизики.

Наличие большого разнообразия природных структур, горно-геологических условий, эксплуатационных и конструктивных особенностей определяет многофакторную и чрезвычайно сложную функциональную связь условий и результатов работы технологических систем горного производства. Все это требует создания физически обоснованных моделей, использования асимптотических приближений и приближенных методов решения, которые обеспечивают получение достаточно простых аналитических результатов, пригодных в дальнейших инженерных расчетах для более сложных физических постановок, а также в экономико-математических моделях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дядькин Ю. Д., Гендлер С. Г., Смирнова Н. Н. Геотермальная теплофизика. — СПб.: Наука, 1993.
2. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. — М.: Наука, 1978.
3. Рубинштейн Л. И. Температурные поля в нефтяных пластах. — М.: Недра, 1972.
4. Егоров А. Г., Саламатин А. Н. Об осредненном описании процессов переноса при фильтрации в трещиноватых и пористых средах // Теплофизика высоких температур. — 1984. — Т. 22. — № 5.
5. Смирнова Н. Н. Решение уравнений переноса тепла при фильтрации методом сведения к эквивалентному уравнению теплопроводности // Физическая гидродинамика и теплообмен. — Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1978.
6. Смирнова Н. Н. Нестационарный теплообмен при фильтрации в гетерогенных средах. — Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1990.
7. Смирнова Н. Н. Обоснование и развитие метода решения задач фильтрационного теплообмена // ГИАБ. — 2005. — № 1.
8. Gringarten A. C., Watherspoon P. A., Ohnichi Y. Theory of heat extraction from fractured hot dry rock, J. Geophys. Res., 1975, No. 8.
9. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. — М.: Наука, 1964.

10. **Нустров В. С., Сайфулаев Б. Н.** Метод эквивалентного уравнения в теории тепломассопереноса // Инж.-физ. журн. — 1988. — Т. 54. — № 5.
11. **А. с. 1155758 СССР.** Способ подземной переработки угля / Ю. Д. Дядькин, Н. Н. Смирнова, В. Б. Соловьев // Оpubл. в БИ. — 1985. — № 18.
12. **Пат. № 2012791 РФ.** Способ подземной газификации мощных угольных пластов / Ю. Д. Дядькин, Н. Н. Смирнова, В. Б. Соловьев, Т. В. Попова // Оpubл. в БИ. — 1994. — № 9.
13. **Блиндерман М. С., Казак В. Н., Капралов В. К.** Рекуперация тепла и использование комбинированного тепла при ПГУ // Молодые ученые — КАТЭЖу. — Красноярск: Сибирь, 1988.
14. **Справочник** по обогащению руд: Специальные и вспомогательные процессы, испытания обогатимости, контроль и автоматика / под ред. О. С. Богданова. — М.: Недра, 1983.
15. **Гришин Д. М.** Математическое моделирование некоторых нестационарных аэротермохимических явлений. — Томск: Изд. ТГУ, 1973.
16. **Смирнова Н. Н., Соловьев В. Б.** Тепломассоперенос при горении в трещине гидроразрыва // Физические процессы горного производства: Инженерно-физические условия гидроразрыва горных пород. — Л.: Изд. ЛГИ, 1987.
17. **Смирнова Н. Н., Соловьев В. Б.** Оценка теплотерь в канале газификации // Физические процессы горного производства. — Л.: Изд. ЛГИ, 1982. — Вып. 12.

Поступила в редакцию 14/III 2013