

УДК 532.59

ДИФРАКЦИЯ ВНУТРЕННИХ ВОЛН НА КРУГОВОМ ЦИЛИНДРЕ, РАСПОЛОЖЕННОМ ВБЛИЗИ ПИКНОКЛИНА

Н. В. Гаврилов, Е. В. Ерманюк

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск

Исследовано прохождение внутренних волн над круговым цилиндром в условиях непрерывной стратификации, характеризуемой наличием слоя высокого градиента плотности (пикноклина) конечной толщины. Получены зависимости коэффициента прохождения волн от длины набегающей волны первой моды при различных значениях толщины пикноклина. Показано, что при дифракции внутренних волн имеют место существенные нелинейные эффекты, выражающиеся в появлении волн с удвоенной частотой колебаний по сравнению с частотой набегающих волн. Определен коэффициент порождения этих волн.

Дифракция поверхностных волн на круговом погруженном цилиндре изучена достаточно подробно. Отсутствие отражения волн в жидкости бесконечной глубины показано в [1]. Трактовка этого явления в рамках дипольного приближения дана в [2]. При конечной глубине жидкости в общем случае имеет место отражение волн. Однако при некоторых дискретных значениях длины набегающих волн отражение отсутствует [3, 4].

Проведено исследование дифракции внутренних волн на круговом цилиндре в двухслойной жидкости со скачком плотности на границе раздела сред [5]. Показано, что когда круговой цилиндр погружен в нижний бесконечно глубокий слой, отражение отсутствует как для поверхностной, так и для внутренней моды. Если цилиндр находится в верхнем слое конечной глубины, то имеет место частичное отражение волн.

Дифракция внутренних волн на подводных препятствиях в условиях непрерывной стратификации имеет ряд особенностей, обусловленных возбуждением высших мод волновых движений жидкости [6]. Качественная сторона наблюдаемых явлений проиллюстрирована, например, в [7, 8].

Особенность настоящей работы заключается в том, что для изучения дифракции внутренних волн используется новый метод, суть которого — одновременность регистрации волн, проходящих над цилиндром, и волн, распространяющихся в отсутствие препятствия.

Опыты проводились в гидродинамическом лотке, имеющем размеры $4,5 \times 0,2 \times 0,8$ м (рис. 1), заполненном двумя слоями смешивающихся жидкостей разной плотности. Сначала заливался нижний слой жидкости (раствор глицерина в воде) плотностью $\rho_2 = 1,0095$ г/см³ и глубиной $h_2 = 30$ см. Затем через плотники-растекатели, плавающие на свободной поверхности (помечена треугольником), заливался верхний слой (дистиллированная вода) плотностью $\rho_1 = 0,999$ г/см³ и глубиной h_1 . В лотке устанавливалось распределение плотности $\rho(z)$, которое в системе координат, связанной со свободной поверхностью (ось z направлена вверх, ось x — по бегу волн), аппроксимировалось выражением

$$\rho(z) = \rho_0 - \frac{\varepsilon \rho_1}{2} \operatorname{th} \frac{2(z + h_1)}{\delta}, \quad \rho_0 = \frac{\rho_2 + \rho_1}{2}, \quad \varepsilon = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1}.$$

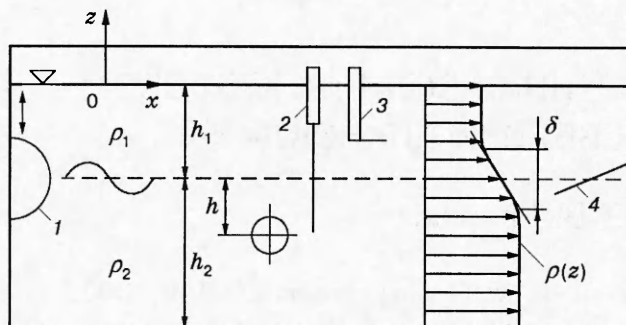


Рис. 1

С течением времени за счет диффузии глицерина изменялась лишь характерная толщина пикноклина δ .

Распределение плотности по вертикали $\rho(z)$, по которому определялся параметр δ , измерялось датчиками 3 с горизонтально расположенным чувствительным элементом [8]. Ввиду малости коэффициента диффузии глицерина толщина размытой зоны δ за время проведения одной серии опытов менялась незначительно, и ее можно считать постоянной. Контрольные измерения, выполненные до и после серии опытов, показали увеличение δ не более чем на 0,2 см.

Волны генерировались волнопродуктором 1 в виде полуцилиндра, совершавшим синусоидальные колебания вдоль торцевой стенки лотка. Амплитуда колебаний $A = 0,6$ см, частота ω варьировалась. Противоположный конец лотка оборудован волногасителем 4 в виде плоской пластины с наклоном 4° к горизонтали, его нижний конец заглублен на 4 см под условную границу раздела слоев, для которой $\rho = \rho_0$.

Измерение коэффициентов отражения и прохождения при распространении поверхностных волн над препятствием, как правило, проводится сравнением амплитуд волн, измеренных в фиксированных точках волнового лотка при наличии и отсутствии препятствия. Применяется также методика [9], в основе которой лежат априорные предположения о виде свободной поверхности, представляемой в дальнем поле суперпозицией набегающей волны и системы волн, возникающей при дифракции. В случае внутренних волн в непрерывно стратифицированной жидкости задача осложняется необходимостью точного воспроизведения всех параметров системы, в частности толщины пикноклина δ . Поэтому в данных опытах параметры волн за цилиндром и волн, распространяющихся в отсутствие препятствия, регистрировались одновременно. Для этого вдоль лотка устанавливалась тонкая вертикальная перегородка, которая делила его на две равные части (на рис. 1 она не видна). В одной половине лотка на расстоянии 170 см от волнопродуктора располагался жестко закрепленный цилиндр диаметром $d = 6$ см, центр которого заглублен на расстояние h под условную границу раздела. Вертикальная перегородка начиналась на расстоянии 30 см от торцевой стенки лотка.

Волны измерялись двумя волномерами 2 резистивного типа [7] с вертикально расположенными чувствительными элементами. Волномеры устанавливались на одинаковом расстоянии от волнопродуктора в каждой половине лотка. Один волномер измерял параметры невозмущенной волновой системы, второй — параметры волн, прошедших над круговым цилиндром. Расстояние от плоскости, в которой были установлены волномеры, до оси цилиндра составляло 30 см.

Принцип действия волномеров основан на измерении электрической проводимости среды между двумя вертикальными электродами. Выходной сигнал волномера $e(t)$, устано-

вленного в некоторой точке с горизонтальной координатой $x = x_0$, связан с мгновенным значением плотности $\rho_*(x, z, t)$ зависимостью

$$e(t) = e_0 + e_1 \int_{z_1}^{z_2} \rho_*(x_0, z, t) dz,$$

где e_0 и e_1 — const; z_1 и z_2 — вертикальные координаты нижнего и верхнего концов электродов. Следуя обычным допущениям теории внутренних волн в непрерывно стратифицированной жидкости [10, 11], мгновенное значение плотности в некоторой точке можно представить в виде $\rho_* = \rho(z) + \hat{\rho}$, где $\rho(z)$ — распределение плотности в покоящейся жидкости; $\hat{\rho}$ — флуктуация плотности. Учитывая, что в точке (x, z) в данный момент времени находится частица, первоначально находившаяся на уровне $z - \zeta$, и сохраняя величины первого порядка малости, имеем $\hat{\rho} = \zeta(\partial\rho/\partial z)$. Вертикальные смещения частиц жидкости в волне представим в виде $\zeta = h(t)w(z)$, где $h(t)$ — гармоническая функция времени; $w(z)$ — амплитудная функция. С учетом сделанных допущений переменная составляющая выходного сигнала волномера имеет вид

$$\tilde{e} = e(t) - e_0 = e_1 h(t) \int_{z_1}^{z_2} \frac{d\rho}{dz} w(z) dz. \quad (1)$$

В опытах длина датчиков $(z_2 - z_1) > 2\delta$. При этом на концах промежутка интегрирования с высокой точностью соблюдались равенства $\rho(z_1) = \rho_2$, $\rho(z_2) = \rho_1$, $\rho'(z_1) = \rho'(z_2) = 0$. Статическая тарировка волномеров проводилась путем их вертикального перемещения на заданное расстояние c в покоящейся жидкости. Соответствующее изменение выходного сигнала $e_c = e_1 c(\rho_2 - \rho_1)$ получается из (1), если положить $h(t) \equiv 1$, $w(z) \equiv c$. Данная величина используется для нормировки амплитуды изменения величины $\tilde{e}$. Таким образом, при измерении интенсивности волн датчиками с вертикальными электродами регистрируется имеющая размерность длины величина

$$a = \frac{1}{\varepsilon \rho_1} \int_{z_1}^{z_2} \rho'(z) w(z) dz, \quad (2)$$

представляющая собой взвешенное (с весом $\rho'(z)$) среднее значение амплитуды вертикальных смещений частиц жидкости в волне.

В системе волн, генерируемых волнопродуктором, распределение $w(z)$ соответствовало первой внутренней моде волновых движений жидкости. Мера интенсивности этих волн, определенная согласно (2), обозначена через a_1 . Следует отметить, что во всех опытах амплитуда волн мала ($2a_1 < 0,3$ см).

При прохождении внутренних волн первой моды над препятствием происходит возбуждение высших мод. Кроме того, вследствие нелинейных эффектов в определенном диапазоне параметров за цилиндром возбуждаются волны, имеющие удвоенную частоту по сравнению с частотой набегающих волн (вторая гармоника). Спектральный анализ выходного сигнала волномера, измерявшего интенсивность волн за цилиндром, позволил определить амплитуды первой и второй гармоник. Соответствующие меры интенсивности — a_2 и a' .

Величина $T = a_2/a_1$, характеризующая соотношение интенсивностей возмущенной и невозмущенной систем волн, принята в качестве коэффициента прохождения волн первой гармоники. Следует отметить, что данное определение не является строгим. Для поверхностных волн понятие коэффициента прохождения вводится для асимптотики дальнего

поля, а квадрат этого коэффициента выражает соотношение энергий прошедшей и падающей волн. В случае непрерывной стратификации явление дифракции осложняется многомодовостью волновой системы. Исходя из известных свойств распределения вертикальной скорости частиц жидкости для различных мод внутренних волн [11] легко видеть, что основной вклад в величину a , определенную согласно (2), вносится нечетными модами. Выделение вклада каждой из нечетных мод при использовании датчиков с вертикальными электродами затруднительно. Тем не менее величина T является достаточно информативной интегральной оценкой и может быть использована для сопоставления с теоретическими результатами. При этом следует учитывать, что величина a зависит от сдвига фаз между колебаниями различных мод.

При заданной частоте волн первой моды ω их длина λ существенно зависит от толщины пикноклина δ . При обработке результатов опытов использовалось дисперсионное соотношение [8, 11]

$$\omega^2 = \varepsilon g k / (\operatorname{cth} k h_1 + \operatorname{cth} k h_2 + k \delta), \quad (3)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число. Прямые измерения показали, что это соотношение выполняется в опытах с хорошей точностью. На рис. 2 приведена зависимость $\omega(k)$ при $\delta = 6,2$ см (сплошная линия — данные расчета по формуле (3), точки — экспериментальные данные).

На рис. 3 приведены зависимости величины T от безразмерного волнового числа $\bar{k} = kd$ при $\bar{h} = h/d = 1$, $\bar{h}_1 = h_1/d = 2,5$ и значениях параметра $\bar{\delta} = \delta/d$, равных 0,42; 0,55; 0,72 (линии 1–3). При таком сочетании параметров цилиндр при всех значениях $\bar{\delta}$ окружен жидкостью постоянной плотности ρ_2 . Видно, что зависимости $T(\bar{k})$ при всех $\bar{\delta}$ весьма близки качественно и количественно. В экспериментальном диапазоне изменения $\bar{k}$ получены три минимума и три максимума T . В коротких волнах ($\bar{k} > 2$) величина $T \rightarrow 1$ (волны проходят над телом без искажений).

На рис. 4 приведены данные, полученные при $\bar{h} = 0,75$, $\bar{h}_1 = 2,5$ и $\bar{\delta} = 0,25; 0,38; 0,53; 0,72; 0,83; 1,03$ (кривые 1–6 соответственно). При таком значении $\bar{h}$ цилиндр частично перекрывает пикноклин. Величина T равна единице только для длинных волн ($\bar{k} \approx 0,5$). Локальные максимумы T , наблюдаемые при больших $\bar{k}$, заметно меньше единицы. Однако следует отметить достаточно хорошее совпадение положения характерных точек (максимумов и минимумов) на рис. 3 и 4. С увеличением $\bar{\delta}$ величина T заметно уменьшается. В коротковолновом диапазоне ($\bar{k} > 2$) имеется тенденция к росту T , но его значение заметно

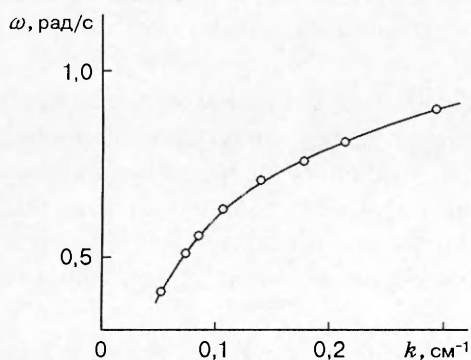


Рис. 2

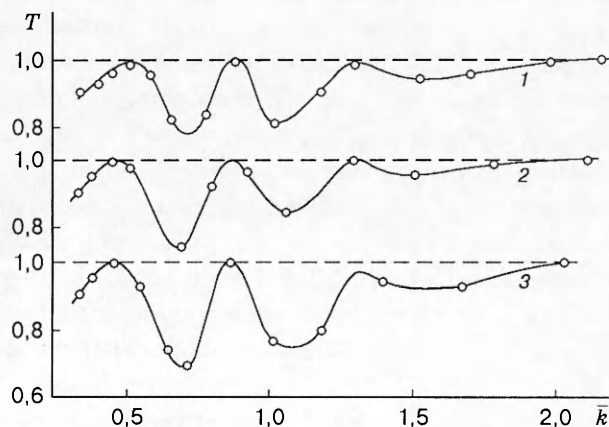


Рис. 3

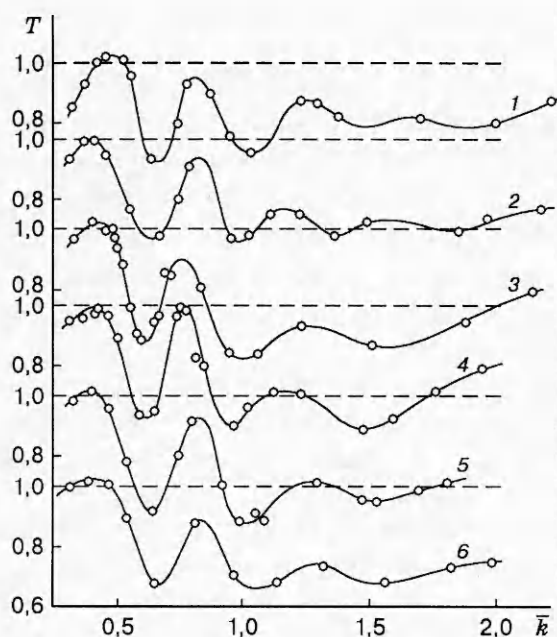


Рис. 4

меньше единицы. Для коротких волн пикноклин играет роль волновода, а цилиндр — роль препятствия в нем.

Влияние погружения цилиндра в пикноклин проиллюстрировано на рис. 5. Данные получены для $\bar{h}_1 = 2,5$ при различных значениях $\bar{h}$ и практически постоянном значении $\bar{\delta}$ ($\bar{h} = 1$, $\bar{\delta} = 0,58$ для линии 1; $\bar{h} = 0,75$, $\bar{\delta} = 0,54$ для линии 2; $\bar{h} = 0,6$, $\bar{\delta} = 0,58$ для линии 3). Видно, что с уменьшением $\bar{h}$ существенно убывает значение T , особенно в области коротких волн.

При дифракции волн на препятствии за счет нелинейных эффектов происходит возбуждение волн, имеющих удвоенную частоту по сравнению с частотой набегающих волн. Данное явление для случая волн на свободной поверхности однородной жидкости достаточно хорошо изучено в работах [9, 12, 13], где исследована зависимость интенсивности волн второй гармоники от длины и крутизны набегающих волн. Показано, что при опре-

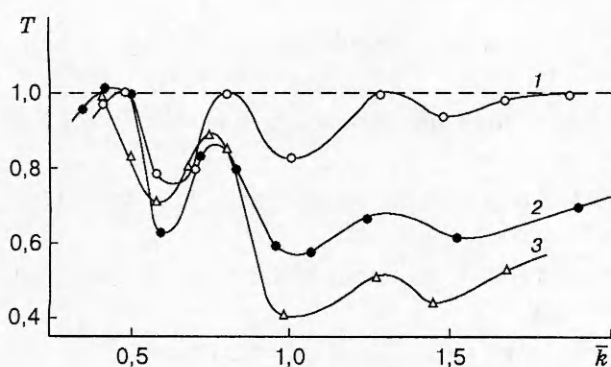


Рис. 5

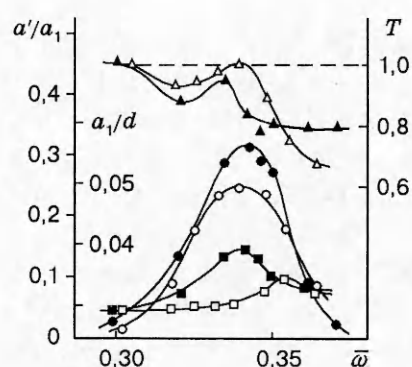


Рис. 6

деленных условиях амплитуда волн второй гармоники может достигать амплитуды волн первой гармоники.

Нелинейные эффекты, возникающие при дифракции внутренних волн, изучены недостаточно. Некоторая информация качественного характера приведена в [7, 8]. В отличие от поверхностных волн в непрерывно стратифицированной жидкости имеется порог, задаваемый частотой $\omega = N_m/2$, где N_m — максимальное значение частоты Брента — Вайселя $N(z) = \sqrt{-(g/\rho)(\partial\rho/\partial z)}$. Если частота набегающих волн $\omega > N_m/2$, внутренние волны второй гармоники при дифракции не порождаются [8, 14]. Представляет интерес определение диапазона безразмерных частот $\bar{\omega} = \omega/N_m$, в котором волны с частотой 2ω имеют максимальную интенсивность.

На рис. 6 для значений $\bar{\delta}$, равных 0,42 (светлые символы) и 0,55 (темные символы), приведены зависимости коэффициента порождения волн второй гармоники a'/a_1 (кружки), величины T (треугольники) и безразмерной амплитуды набегающих волн a_1/d (квадраты) от $\bar{\omega}$. Данные получены при $h = 0,75$, $\bar{h}_1 = 2,5$. Для поверхностных волн при достаточно малой их амплитуде величина a'/a_1 прямо пропорциональна a_1 [9, 13]. Подобную зависимость следует ожидать и в случае внутренних волн. В опытах амплитуда и крутизна набегающих внутренних волн первой моды изменялись в достаточно узких пределах, поэтому представленная на рис. 6 зависимость a'/a_1 от $\bar{\omega}$ дает достаточно четкое представление о частотном диапазоне существования эффекта возбуждения волн второй гармоники за цилиндром. Можно видеть, что максимумы зависимостей a'/a_1 от $\bar{\omega}$, полученных при разных $\bar{\delta}$, имеют место при одном и том же значении безразмерной частоты $\bar{\omega}_* = 0,34$, соответствующем разным значениям $\bar{k}_*$ ($\bar{k}_* = 0,68$ при $\bar{\delta} = 0,42$ и $\bar{k}_* = 0,54$ при $\bar{\delta} = 0,55$). Постоянство $\bar{\omega}_*$ позволяет предположить существование некоторого «резонансного» режима возбуждения волн второй гармоники при достижении определенного соотношения между волновым числом k' для волн второй гармоники и характерной толщиной пикноклина δ . Для столь коротких волн оба слоя жидкости являются бесконечно глубокими. Используя (3), можно оценить, что $\bar{\omega}_* = 0,34$ соответствует $k'_*\delta = 2$.

Следует отметить, что в возмущенной волновой системе, представляющей комбинацию волн первой и второй гармоник, локальные значения крутизны волн могут существенно превышать крутизну набегающих волн. В опытах зарегистрировано максимальное увеличение крутизны примерно в 3 раза.

Авторы выражают благодарность В. И. Букрееву и И. В. Стуровой за полезное обсуждение полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Dean W. R. On the reflection of surface waves from a submerged, circular cylinder // Proc. Cambridge Philos. Soc. 1948. V. 44. P. 483–491.
2. Tyvand P. A. Wave radiation and diffraction from a small submerged circular cylinder // Fluid Dynam. Res. 1992. V. 9. P. 279–288.
3. Evans D. V., Linton C. M. Active devices for the reduction of wave intensity // Appl. Ocean Res. 1989. V. 11. P. 26–32.
4. Mallayachari V., Sunder V. Wave transformation over submerged obstacles in finite water depths // J. Coast. Res. 1996. V. 12, N 2. P. 477–483.
5. Linton C. M., McIver M. The interaction of waves with horizontal cylinders in two-layer fluids // J. Fluid Mech. 1995. V. 304. P. 213–229.
6. Стурова И. В. Влияние аномальных дисперсионных зависимостей на рассеяние и генерацию внутренних волн // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 3. С. 47–55.

7. Букреев В. И., Гаврилов Н. В., Гусев А. В. Внутренние волны в пикноклине при движении крыла над барьером // ПМТФ. 1991. № 4. С. 68–74.
8. Гаврилов Н. В., Ерманюк Е. В. О влиянии пикноклина на силы, действующие на неподвижный эллиптический цилиндр при набегающих внутренних волн // ПМТФ. 1996. Т. 37, № 6. С. 61–69.
9. Grue J. Nonlinear water waves at a submerged obstacle or bottom topography // J. Fluid Mech. 1992. V. 244. P. 455–476.
10. Прандтль Л. Гидромеханика. М.: Изд-во иностр. лит., 1949.
11. Филлипс О. М. Динамика верхнего слоя океана. Л.: Гидрометеиздат, 1980.
12. Vada T. A numerical solution of the second-order wave-diffraction problem for a submerged cylinder of arbitrary shape // J. Fluid Mech. 1987. V. 174. P. 23–38.
13. Liu Y., Dommermuth D. G., Yue D. K. P. A high-order spectral method for nonlinear wave-body interactions // J. Fluid Mech. 1992. V. 245. P. 115–136.
14. Mowbray D. E., Rarity B. S. H. A theoretical and experimental investigation of the phase configuration of internal waves of small amplitude in a density stratified liquid // J. Fluid Mech. 1967. V. 28, N 1. P. 1–16.

*Поступила в редакцию 22/IV 1997 г.,
в окончательном варианте — 3/VII 1997 г.*
