

## ЛИТЕРАТУРА

1. Комин С. И., Кучинский Г. С., Морозов Е. А. Исследование физических явлений в воде в предразрядных электрических полях // ЖТФ. — 1984. — Т. 56, вып. 2.
2. McKenny P. J., McGrath P. B. Anomalous positive point prebreakdown dielectric liquids // IEEE Trans. on Electr. Insul. — 1984. — V. EI-19, N 2.
3. Коробейников С. М., Яншин К. В., Яншин Э. В. Предпробойные процессы в жидкой изоляции при импульсном напряжении // Импульсный разряд в диэлектриках. — Новосибирск: Наука, 1985.
4. Фортов В. Е., Якубов И. Т. Физика неидеальной плазмы. — Черноголовка, 1984.
5. Кухта В. Р., Лопатин В. В., Петров П. Г. Восстановление профиля диэлектрической проницаемости симметричных микрообъектов по интерферометрическим данным // Оптика и спектроскопия. — 1985. — Т. 56, вып. 1.
6. Jadov H. S., Murty D. S. et al. Measurement of refractive index of water under high dynamic pressures // J. Appl. Phys. — 1973. — V. 44, N 5.

Поступила 5/I 1987 г.

УДК 537.528

## ОКАВИТАЦИОННОМ МЕХАНИЗМЕ ФОРМИРОВАНИЯ ВЫСОКОВОЛЬТНОГО ПРОБОЯ В ЖИДКИХ ДИЭЛЕКТРИКАХ

*B. A. Саранин*

(Глазов)

В современной разрядно-импульсной технологии обработки материалов электрический разряд в жидкости часто играет основную роль и требует всестороннего изучения. При этом вопрос об образовании и эволюции газовых полостей и их роли в инициировании и развитии разряда является одним из принципиальных в физике высоковольтного разряда в жидкости [1, 2].

В настоящей работе анализируется кавитационный механизм образования и эволюции газовой полости в системе электродов острье — плоскость на предпробивной стадии разряда. Проводится сравнение с результатами экспериментов других авторов [3].

Рассмотрим рост кавитационного пузырька, зарождающегося вблизи электрода-острия. Будем считать, что пузырек растет за счет электростатических сил, давление в жидкости  $p_0$ , внутри пузырька давление ионизированных паров мало по сравнению с  $p_0$ . Кроме того, пренебрежем влиянием электродов на динамику роста, т. е. считаем, что пузырек растет в безграничной идеальной несжимаемой жидкости. Используя данные опытов [3], предположим, что поверхность пузырька все время остается эквипотенциальной с потенциалом, равным потенциалу электрода  $\Phi_0$ . Ниже показано, что можно пренебречь также лапласовским давлением. В принятых предположениях запишем уравнение для радиуса пузырька в виде [4]

$$R\ddot{R} + (3/2)\dot{R}^2 = (p_e - p_0)/\rho, \quad p_e = \Phi_0^2/(8\pi k R^2), \quad k = 1/4\pi\epsilon_0$$

( $p_e$  — электростатическое давление на поверхности). С помощью простых преобразований нетрудно получить первый интеграл уравнения

$$\frac{1}{2}R^3\dot{R}^2 + \frac{1}{3}\frac{p_0 R^3}{\rho} - \frac{\Phi_0^2 R}{8\pi k\rho} = \text{const.}$$

Выбрав в качестве начальных условий  $\dot{R} = u(t = 0) = 0$ ,  $R(t = 0) = R_{00}$  ( $R_{00}$  — радиус закругления электрода), получим для скорости роста пузырька выражение, записанное в безразмерной форме:

$$(1) \quad u(R)/u_0 = \left[ \frac{1}{R^3} \left( \Phi_0^2 (R - 1) - \frac{1}{3}(R^3 - 1) \right) \right]^{1/2},$$

$$u_0 = \sqrt{\frac{2p_0}{\rho}}, \quad \Phi_0^2 = \frac{\Phi_0^2}{8\pi k p_0 R_{00}^2}$$

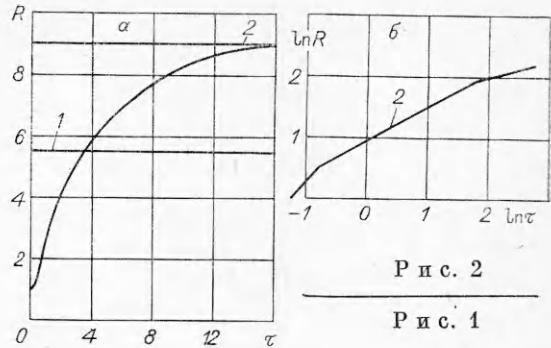
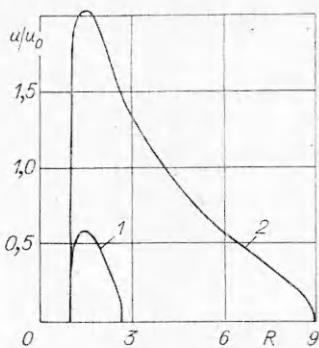


Рис. 1

Рис. 2

( $R$  — измеряется в единицах  $R_{00}$ ). Функция  $u(R)$  имеет максимум в точке  $R_m = 3/2 - 1/(2\Phi_0^2)$ . Очевидно, при  $\Phi_0^2 > 1/3$   $\max R_m = 3/2$ . Кроме точки  $R = 1$ , функция  $u(R)$  обращается в нуль в точке

$$(2) \quad R_1 = \sqrt{3(\Phi_0^2 - 1/4)} - 1/2.$$

Полученное значение  $R_1$  — предельный размер расширяющегося сферического пузырька. Найдем также предельную скорость роста пузырька, определив ее как  $u(\max R_m) = u_m$ . Тогда

$$(3) \quad u_m = \frac{2}{3} u_0 \left[ \frac{1}{3} \left( \Phi_0^2 - \frac{19}{12} \right) \right]^{1/2}.$$

Из (2) и (3) видно, что кавитационный режим роста пузырька возможен при  $\Phi_0^2 > 1$ . При атмосферном давлении  $p_0$  это дает для напряженности поля  $E > 1,8$  МВ/см. На рис. 1 представлены зависимости  $u(R)$  в безразмерных единицах при  $\Phi_0^2 = 4$  и  $30,2$  (кривые 1, 2). Кривая 2 построена для параметров  $n$ -гексана и  $p_0 = 10^5$  Па,  $\phi_0 = 33$  кВ,  $R_{00} = 0,04$  мм, которые использовались в эксперименте [3]. Максимальное значение скорости роста полости для указанных параметров  $\sim 34,8$  м/с. По измерениям [3] оно достигает 50 м/с.

Для получения зависимости  $R(t)$  уравнение (1) было проинтегрировано численно. Результаты интегрирования при  $\Phi_0^2 = 30,2$  представлены на рис. 2, а в безразмерных переменных. При этом безразмерное время  $\tau = tu_0/R_{00}$ . Линии 1 и 2 соответствуют предельному и равновесному значениям радиуса пузырька. Равновесное значение определяется уравнением баланса сил (давлений) и равно  $R = \Phi_0$ . Размерное время роста пузырька до равновесного радиуса  $\sim 8$  мкс, до предельного  $\sim 38$  мкс. По измерениям [3] пузырек удваивает начальный радиус за время  $\sim 2$  мкс. Расчеты по результатам интегрирования (рис. 2, а) дают время удвоивания радиуса  $\sim 1,8$  мкс. На рис. 2, б представлена зависимость  $R(\tau)$  в логарифмическом масштабе. Видно, что на начальной стадии роста  $R \sim t^2$ , при  $1,5 < R < 7$  (участок 2)  $R \sim t^{0,57}$ . В [3] экспериментально определенный показатель роста на участке 2 равен 0,6.

В [3, 5] возникновение стримеров на определенном этапе роста сферической полости связывается с развитием неустойчивости поверхности жидкости в электрическом поле. Однако изучение устойчивости при этом не проведено. В [6] при исследовании модели шаровой молнии показано, что равновесие сферической жидкой заряженной оболочки газовой полости может быть неустойчивым по отношению к возмущениям типа рифления поверхности.

Проведем анализ устойчивости сферического равновесия кавитационной полости с заряженной поверхностью аналогично тому, как это сделано в [6]. При этом предположим, что в момент, когда неустойчивость становится возможной, возмущения растут быстрее, чем увеличивается средний радиус полости. Тогда состояние полости можно считать квазиравновесным радиуса  $R_0$  с потенциалом  $\phi_0$  и постоянным зарядом  $Q_0 = \phi_0 R_0 / k$ . Исследование устойчивости проведем методом Рэлея [7], учитывая, что

в отличие от капли при деформациях поверхности полости объем ее может изменяться. Уравнение возмущенной поверхности представим в виде

$$R = R_0 \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n P_n(\cos \theta) \right) (P_n — полиномы Лежандра).$$

Запишем потенциальную энергию кавитационного пузырька

$$(4) \quad W = -\frac{1}{2} Q_0 \oint \frac{\nabla \Phi_e \cdot dS}{R} + \alpha \oint dS + \int p dV,$$

где  $\Phi_e$  — электрический потенциал в жидкости,  $p$  — давление в жидкости, которые удовлетворяют уравнению Лапласа (в свете сказанного жидкость считаем неподвижной). Решения уравнения Лапласа, удовлетворяющие условиям на бесконечности, имеют вид

$$\begin{aligned} \Phi_e &= \frac{\Phi_0 R_0}{r} + \Phi_0 \sum_{n=1}^{\infty} A_n \left( \frac{R_0}{r} \right)^{n+1} P_n(\cos \theta), \\ p &= p_0 + p_0 \sum_{n=1}^{\infty} B_n \left( \frac{R_0}{r} \right)^{n+1} P_n(\cos \theta), \quad r > R. \end{aligned}$$

Из условия эквипотенциальности поверхности  $\nabla \Phi_e \tau = 0$  ( $\tau$  — единичный вектор касательной к поверхности) находим  $A_n = a_n$ . Из условия непрерывности давления  $p|_R = (p_e - p_l)|_R$  ( $p_e$  и  $p_l$  — электрическое и ланласовское давление) получаем

$$B_n = a_n \left( \frac{\Phi_0^2}{4\pi k p_0 R_0^2} (n-1) - \frac{\alpha}{R_0 p_0} (n^2 + n - 2) \right).$$

Для устойчивости равновесия необходима положительность второй вариации потенциальной энергии. Вычисляя интегралы в (4) с точностью до  $a_n^2$  и переходя к безразмерным переменным, находим условие устойчивости

$$(5) \quad \Phi_1^2 < \frac{\lambda \left[ \frac{1}{3} (n-1)(n-2)(n+2) + \frac{i}{2} (n^2 + n + 2) \right] + 1}{\left[ n + \frac{2}{3} (n-1)(n-2) \right]} = \Phi_{1*}^2,$$

$$\lambda = \alpha/(p_0 R_0), \quad \Phi_1^2 = \Phi_0^2/(8\pi k p_0 R_0^2).$$

Зависимость  $\Phi_{1*}^2(n)$  имеет минимум, при этом  $n_m$  представляет собой номер наиболее опасной сферической гармоники. При  $\lambda \ll 1$  оказывается  $n_m \gg 1$  и  $n_m \approx (6/\lambda)^{1/3}$ , что и отвечает рифлению поверхности полости. Таким образом, в отличие от заряженной капли, для которой наиболее опасная мода по отношению к устойчивости эллипсоидальная ( $n = 2$ ), для заряженной кавитационной полости в жидкости наиболее опасны высшие сферические гармоники. Рост наиболее опасных возмущений может стимулировать развитие конечного числа  $N$  стримеров. Из общих соображений

ясно, что инкремент роста возмущений пропорционален  $\left( \frac{1}{m} \left| \frac{\partial^2 W}{\partial R^2} \right| \right)^{1/2}$

( $m$  — приведенная масса), т. е. пропорционален корню квадратному из вариации потенциальной энергии. Так как последняя максимальна для  $n = n_m$ , то и наиболее опасные возмущения обладают наибольшим инкрементом и число стримеров  $N \approx n_m$ . Учитывая, что  $\Phi_0^2 R_{00}^2 / R_0^2 = \Phi_1^2$  и  $\lambda = \left( \frac{\alpha}{p_0 R_{00}} \right) \frac{R_{00}}{R_0}$ , можно произвести расчет критического значения безразмерного потенциала  $\Phi_{0*}^2$  и  $n_m$ , пользуясь соотношением (5) и параметрами эксперимента [3]. Принимая, как прежде,  $R_{00} = 0,04$  мм и  $\alpha = 1,84 \cdot 10^{-2}$  Н/м ( $n$ -гексан [8]), получим  $\lambda = 4,6 \cdot 10^{-2}$  ( $R_{00}/R_0$ ) и

$$(6) \quad \Phi_{0*}^2 = 4,3 \cdot 10^{-2}, \quad n_m = 11, \quad R_0 = R_{00};$$

$$\Phi_{0*}^2 = 5,5 \cdot 10^{-2}, \quad n_m = 12, \quad R_0 = 1,5 R_{00}.$$

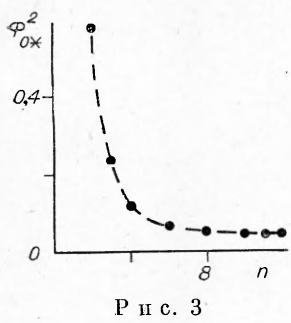


Рис. 3

Зависимость  $\Phi_{0*}^2(n)$  при  $R_0 = R_{00}$  показана на рис. 3. Так как для образования и роста кавитационной полости необходимо  $\Phi_0^2 > 1$ , то из (6) видно, что рост происходит в сильно надкритическом по отношению к устойчивости сферического квазиравновесия режиме. Но так как возмущения растут с конечной скоростью, то в первое время (по крайней мере, во время образования полости до  $R_0 = 1,5R_{00}$ ) поверхность ее может оставаться квазисферической и только впоследствии проявляются возмущения и возникают стримеры.

В экспериментах [3] обнаружено, что при

$R_0 \approx 0,2$  мм волновое число нарастающих возмущений  $k \approx 500 \text{ см}^{-1}$ . Это соответствует  $n = kR_0 = 10$ . Из (6) имеем  $n_m = 11$ .

Таким образом, сравнение предложенной теории с экспериментальными данными позволяет надеяться, что ответственным за формирование высоковольтного ( $E > 1,8 \text{ МВ/см}$ ) стримерного пробоя в жидких диэлектриках является кавитационный механизм.

Автор благодарит всех участников Пермского гидродинамического семинара, руководимого Г. З. Гершуни и Е. М. Жуховицким, за полезное обсуждение работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Оборудование и технологические процессы с использованием электрогидравлического эффекта/Под ред. Г. А. Гулого.— М.: Машиностроение, 1977.
- Ушаков В. Я. Импульсный электрический пробой жидкостей.— Томск: Томский ун-т, 1975.
- Watson P. K. Electrostatic and hydrodynamic effects in the electrical breakdown of liquid dielectrics // IEEE Trans. on Electr. Insul.— 1985.— V. 2, N 2: 8th Intern. Conf. Conduct. and Breakdown Dielec. Liquids, Pavia, 1984.
- Седов Л. И. Механика сплошной среды.— М.: Наука, 1984.— Т. 2.
- Островский Г. А. Взаимодействие электрических и гидродинамических полей.— М.: Наука, 1979.
- Саранин В. А. Модель шаровой молнии.— Пермь; Глазов, 1986.— Деп. в ВИНИТИ 11.11.86, № 7696 — В86.
- Рэлей Дж. В. Теория звука.— М.: Гостехиздат, 1955.— Т. 2.
- Справочник химика.— М.; Л.: Гостехиздат, 1962.— Т. 4.

Поступила 9/III 1987 г.

УДК 532.529

## РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЛИЯНИЯ ДРОБЛЕНИЯ КАПЕЛЬ НА СТРУКТУРУ УДАРНЫХ ВОЛН В ГАЗОКАПЕЛЬНЫХ СМЕСЯХ

T. Р. Аманбаев, A. И. Ивандаев

(Чимкент, Тюмень)

В [1] предложена математическая модель, описывающая течение двухфазной газокапельной смеси с учетом влияния дробления капель. Показаны некоторые примеры расчета структур стационарных ударных волн (УВ) при наличии дробления капель. Установлено, что дробление по механизму обтирки поверхности слоя капель существенно влияет на течение в зонах релаксации УВ. В частности, дробление капель приводит к значительному (на порядок и больше) сокращению характерных длин релаксационных зон. Обнаружен эффект немонотонности изменения приведенной плотности крупных капель в зоне релаксации волн.

Данная работа посвящена подробному анализу результатов исследования влияния определяющих параметров (интенсивности волн, массового содержания капель перед волной, диаметра капель) и различных факторов на структуру волн уплотнения в газокапельных смесях при наличии дробления капель.

**1. Основные допущения.** Используются обычные допущения, принятые для описания течений газовзвесей. Кроме того, предполагается, что дробление капель имеет место при определенных условиях и происходит