

УДК 539.375

МОДИФИКАЦИЯ КРИТЕРИЯ РАЗРУШЕНИЯ ДЛЯ УГЛОВЫХ ВЫРЕЗОВ (ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА). ВЗАИМОСВЯЗЬ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ С ПРОЧНОСТНЫМИ И СТРУКТУРНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

В. М. Корнев, В. Д. Кургузов

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск
E-mails: kornev@hydro.nsc.ru, kurguzov@hydro.nsc.ru

Изучено разрушение при растяжении и сдвиге в окрестности вершины углового выреза, для описания которого предлагается использовать критерий разрушения типа критерия Нейбера — Новожилова. В предложенном критерии пределы осреднения напряжений на оси выреза зависят от наличия, размера и положения дефектов исходного материала. В качестве характерного линейного размера выбран параметр кристаллической решетки исходного материала. Для угловых вырезов при растяжении и сдвиге получены простые соотношения, связывающие коэффициенты интенсивности напряжений при модифицированных коэффициентах сингулярности, сами коэффициенты сингулярности и теоретические прочности на растяжение и сдвиг монокристалла материала с учетом поврежденности материала в окрестности вершины. В полученных соотношениях возможен предельный переход по углу от углового выреза к трещине. Показано, что классический критический коэффициент интенсивности напряжений, используемый при оценке прочности тел с трещинами, не является константой материала.

Ключевые слова: разрушение, критерии хрупкой прочности, трещина, угловой вырез, коэффициент интенсивности напряжений.

Введение. В классической механике разрушения силовые и деформационные критерии разрушения ориентированы на их применение к областям, содержащим трещины. Непосредственно определять разрушающие нагрузки для тел с угловыми концентраторами напряжений при помощи этих критериев, как правило, не удается. Подход Нейбера — Новожилова [1, 2] позволяет описать разрушение трещиноватых сред с иерархией структур [3–5] при нагружениях, соответствующих трем классическим типам трещин. При построении дискретно-интегральных критериев используются понятия классической механики разрушения (механики деформируемого твердого тела) и физики твердого тела [6, 7], связанные с кристаллическим строением монокристаллов. Если учитывать реальное пространственное расположение атомов в монокристалле, то трещины в них не моделируются двусторонними разрезами. Даже в плоском случае имеет смысл рассматривать угловые вырезы, причем угол раскрытия выреза определяется характеристиками кристаллической решетки. Своеобразие возникающих задач разрушения для тел с остроугольными вырезами отмечено в работах [8, 9]. Поля напряжений в окрестности углового выреза состоят из регулярной и сингулярной составляющих, причем коэффициент сингулярности зависит от угла раскрытия выреза [10] и только в пределе совпадает с коэффициентом сингулярности

поля напряжений для трещины, когда угловой вырез в окрестности вершины переходит в двусторонний разрез (трещину).

Недостатки классического подхода теории трещин, в которой не учитывается строение материала, предопределили необходимость построения многомасштабных критериев прочности с учетом иерархии структур: макроуровень (стандартный образец с подкрепляющими элементами), мезоуровень (регулярная зернистость материала) и микроуровень (конкретное устройство атомной решетки в окрестности вершины трещины). В работе [11] исследована зависимость критического коэффициента интенсивности напряжений (КИН) от стандартных механических характеристик материала с учетом структуры материала. В [4] предложены согласованные дискретно-интегральные критерии прочности для трещин нормального отрыва в телах, содержащих иерархию вложенных структур, линейные размеры которых различаются на два порядка и могут изменяться в диапазоне от 10^{-7} до 10^2 см. Многомасштабные критерии сдвиговой прочности горных массивов, имеющих блочно-иерархическое строение, рассмотрены в [5]. В [12] предложен обобщенный достаточный дискретно-интегральный критерий прочности для трещин нормального отрыва в средах со структурой, построенный для упругопластических материалов, который позволяет описать зону предразрушения. Там же получены точные и приближенные уравнения, связывающие критические параметры с теоретической прочностью зернистого материала, размером зерна и параметрами, характеризующими интервал осреднения, поврежденности исходного и пластически деформированного материала.

В последнее десятилетие форма и размеры вырезов или входящих углов в элементах конструкций изучались чаще, чем форма и размеры трещин (см., например, работы Северина [13–15], Карпинтери [16], Дана [17, 18]). Напряженно-деформированное состояние в окрестности угловых вырезов для оценки прочности сварных соединений рассматривается в работах Винокурова [19]. Поле напряжений в окрестности углового выреза в условиях антиплоской деформации описано в [20]. В настоящей работе на примере упругой полуплоскости, ослабленной угловым вырезом, при задании на бесконечности поля напряжений, слагающегося из одноосного растяжения и чистого сдвига, проведен последовательный анализ возможности применения критерия Новожилова при определении разрушающих нагрузок для тел, содержащих угловые вырезы.

Напряженное состояние в окрестности вершины углового выреза. Пусть пластина, находящаяся в условиях плоского напряженного состояния или плоской деформации, ограничена двумя пересекающимися плоскостями так, что исследуемая область представляет собой бесконечный двугранный угол 2α (рис. 1). Рассмотрим поле напряжений в окрестности вершины углового выреза, порождаемое растягивающими и сдвигающими напряжениями на бесконечности. Введем декартовы прямоугольные Oxy и полярные $Or\theta$ системы координат. Допустим, что твердое тело, симметричное относительно оси выреза, нагружено симметрично относительно выреза. Тогда из-за симметрии задачи наибольшие напряжения возникают на оси выреза. Для углового выреза в окрестности его вершины в линейной задаче растягивающие $\sigma_\theta(r, \theta)$ и сдвигающие напряжения $\tau_{r\theta}(r, \theta)$ на оси выреза $\theta = 0$ с точностью до величин высшего порядка малости можно представить в таком виде: для случая растяжения

$$\sigma_\theta(r, 0) \simeq \sigma_\infty + K_I r^{\lambda_1 - 1} / \sqrt{2\pi}, \quad (1)$$

для случая чистого сдвига

$$\tau_{r\theta}(r, 0) \simeq \tau_\infty + K_{II} r^{\lambda_2 - 1} / \sqrt{2\pi}. \quad (2)$$

Здесь $\sigma_\infty = \text{const}$, $\tau_\infty = \text{const}$ — характерные напряжения; K_I — обобщенный КИН для случая растяжения при сингулярной составляющей $r^{\lambda_1 - 1}$; K_{II} — обобщенный КИН для

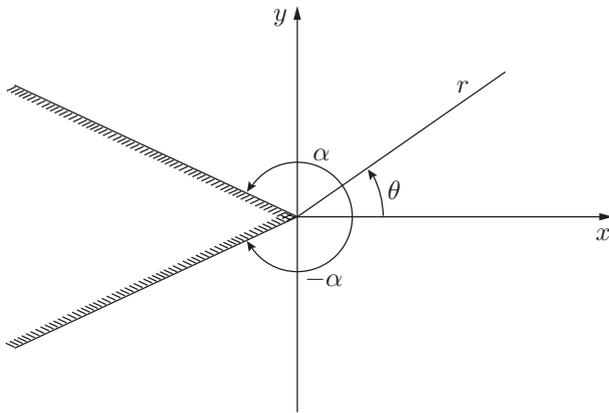


Рис. 1

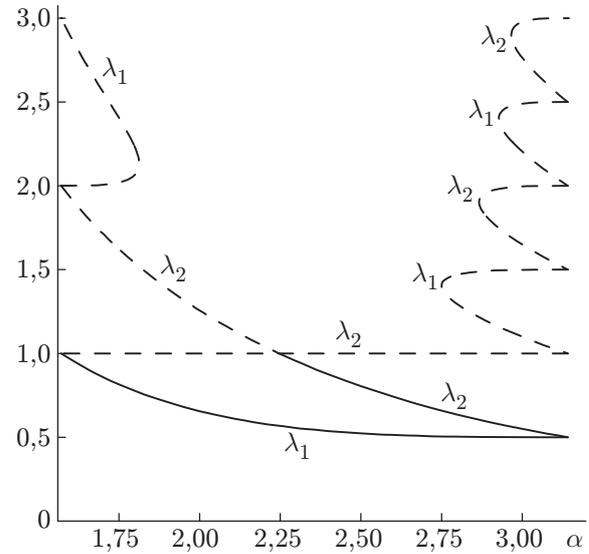


Рис. 2

случая чистого сдвига при сингулярной составляющей r^{λ_2-1} ; $\lambda_1 = \lambda_1(\alpha)$, $\lambda_2 = \lambda_2(\alpha)$ — корни характеристических уравнений [10]

$$\sin 2\lambda_1\alpha + \lambda_1 \sin 2\alpha = 0 \quad (3)$$

и

$$\sin 2\lambda_2\alpha - \lambda_2 \sin 2\alpha = 0 \quad (4)$$

для растяжения и сдвига соответственно. Характерные напряжения σ_∞ и τ_∞ определяются по построенным полям напряжений $\sigma_\theta(r, \theta)$, $\tau_{r\theta}(r, \theta)$.

Зависимость решений уравнений (3), (4) от угла α представлена на рис. 2 (штриховой линией показаны решения этих уравнений, не дающие сингулярной составляющей). При $\alpha = \pi$ (трещина) и при $\alpha = \pi/2$ (полуплоскость) корни λ_1 и λ_2 совпадают. Любому корню $\lambda < 0$ будут соответствовать бесконечные перемещения в точке $r = 0$, следовательно, данный вариант мы отбрасываем. В случае $\lambda = 0$ полная энергия деформации в любом круге $r < R$, содержащем вершину углового выреза, будет неограниченной, что физически невозможно. По этим соображениям все корни $\lambda \leq 0$ должны быть исключены из рассмотрения. Заметим, что при $\alpha < 2,252$ напряжения $\tau_{r\theta}$ будут ограничены в окрестности вершины углового выреза, так как $\lambda_2 > 1$. Кроме того, $\lambda_1 < \lambda_2$ во всем диапазоне изменения угла α . Это приводит к тому, что при $\pi/2 < \alpha < \pi$ степень сингулярности напряжений, порожденных растягивающими напряжениями, вблизи вершины углового выреза всегда больше степени сингулярности напряжений, вызванных сдвигом на бесконечности. Рассмотрим два случая: при $\alpha < \pi$ имеем $\lambda_1 > 1/2$, $\lambda_2 > 1/2$, при $\alpha = \pi$ (двусторонний разрез) получаем $\lambda_1 = \lambda_2 = 1/2$. Для трещины обобщенные КИН K_I и K_{II} превращаются в классические КИН K_I^0 и K_{II}^0 для острой трещины. Только в последнем случае применимы методы классической механики разрушения тел с трещинами. В первом случае ($\alpha < \pi$) сингулярность поля напряжений меньше сингулярности поля напряжений в вершине трещины, поэтому нельзя использовать классический подход при расчетах на прочность тел с угловыми вырезами. Итак, имеем $1/2 < \lambda_1 < 1$, $1/2 < \lambda_2 < 1$ при $\pi/2 < \alpha < \pi$. При $\alpha = \pi/2$ получаем $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$; сингулярная составляющая в этом случае отсутствует.

Критерий хрупкого разрушения тел с угловыми вырезами. Рассмотрим монокристалл с угловым вырезом, угол раскрытия которого определяется характеристиками кристаллической решетки. Ограничимся рассмотрением плоского случая. Допустим,

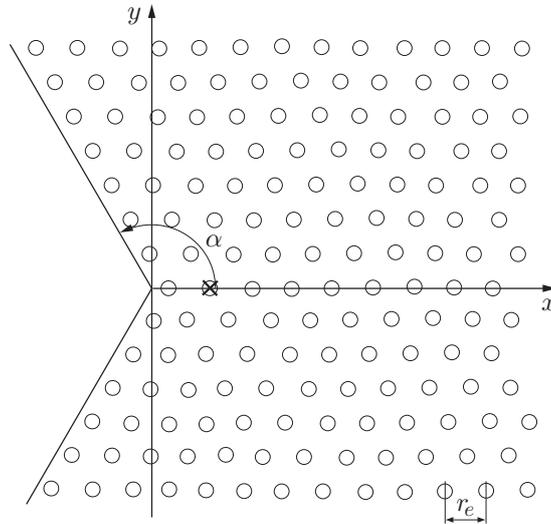


Рис. 3

что перед вершиной выреза имеются вакансии. Пример такого плотноупакованного слоя атомов с вакансией приведен на рис. 3 (атомы показаны кружками, вакансия отмечена крестиком, r_e — расстояние между атомами, $\alpha = 2\pi/3$).

Для слабейшего монослоя атомов предлагается дискретно-интегральный критерий хрупкой прочности (для двумерного случая) для угловых вырезов в условиях плоской деформации или плоского напряженного состояния:

для случая растяжения на оси выреза

$$\frac{1}{kr_e} \int_0^{nr_e} \sigma_\theta(r, 0) dr \leq \sigma_m, \tag{5}$$

для случая чистого сдвига на оси выреза

$$\frac{1}{kr_e} \int_0^{nr_e} \tau_{r\theta}(r, 0) dr \leq \tau_m. \tag{6}$$

В формулах (5) и (6) $\sigma_\theta(r, 0)$ — растягивающие напряжения на оси выреза; $\tau_{r\theta}(r, 0)$ — сдвигающие напряжения на оси выреза (эти напряжения действуют в толще монокристалла); n, k — целые числа ($n \geq k$); k — число межатомных связей; nr_e — интервал осреднения (для случая, представленного на рис. 3, $n = 2, k = 1$); σ_m и τ_m — теоретические (идеальные) прочности монокристалла соответственно на растяжение и на сдвиг по плоскости $\theta = 0$.

Подставляя соотношение (1) в (5), соотношение (2) — в (6), после соответствующих преобразований получим оценки обобщенных КИН K_I и K_{II} для остроугольного выреза при наличии вакансий на его оси в плоской задаче:

для случая растяжения

$$\frac{K_I}{\lambda_1 \sqrt{2\pi} (nr_e)^{1-\lambda_1}} \frac{1}{\sigma_\infty} \leq \frac{\sigma_m}{\sigma_\infty} \frac{k}{n} - 1, \tag{7}$$

для случая чистого сдвига

$$\frac{K_{II}}{\lambda_2 \sqrt{2\pi} (nr_e)^{1-\lambda_2}} \frac{1}{\tau_\infty} \leq \frac{\tau_m}{\tau_\infty} \frac{k}{n} - 1. \tag{8}$$

При $\alpha \rightarrow \pi$ имеем $\lambda_1 = \lambda_2 = 1/2$, и оценки (7), (8) переходят в оценки для классических КИН K_I^0, K_{II}^0 острой трещины: нормального отрыва

$$2K_I^0/(\sigma_\infty\sqrt{2\pi nr_e}) \leq (\sigma_m/\sigma_\infty)(k/n) - 1, \quad (9)$$

чистого сдвига

$$2K_{II}^0/(\tau_\infty\sqrt{2\pi nr_e}) \leq (\tau_m/\tau_\infty)(k/n) - 1. \quad (10)$$

При $K_I^0 = K_{Ic}^0, K_{II}^0 = K_{IIc}^0$ неравенства (9), (10) превращаются в равенства (K_{Ic}^0, K_{IIc}^0 — критические КИН для трещин 1-го и 2-го типов в классической механике разрушения). Согласно данным [21] для внутренней трещины $K_I^0 = \sigma_\infty\sqrt{\pi l_{nk}}, K_{II}^0 = \tau_\infty\sqrt{\pi l_{nk}}$, для краевой трещины $K_I^0 = 1,1215\sigma_\infty\sqrt{\pi l_{nk}}, K_{II}^0 = 1,1215\tau_\infty\sqrt{\pi l_{nk}}$ ($2l_{nk}, l_{nk}$ — длины внутренней и краевой трещин), поэтому для критических длин $2l_{nk}^c, l_{nk}^c$ этих трещин справедливы равенства

$$\frac{2l_{nk}^c}{r_e} = \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_\infty} - \frac{n}{k}\right) \frac{2k^2}{n}, \quad 2,52 \frac{l_{nk}^c}{r_e} = \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_\infty} - \frac{n}{k}\right) \frac{k^2}{n}; \quad (11)$$

$$\frac{2l_{nk}^c}{r_e} = \left(\frac{\tau_m}{\tau_\infty} - \frac{n}{k}\right) \frac{2k^2}{n}, \quad 2,52 \frac{l_{nk}^c}{r_e} = \left(\frac{\tau_m}{\tau_\infty} - \frac{n}{k}\right) \frac{k^2}{n}. \quad (12)$$

Очевиден предельный переход при $K_I^0 \rightarrow 0, K_{II}^0 \rightarrow 0$ и $l_{nk} \rightarrow 0$ в соотношениях (11), (12). При отсутствии в образце микродефектов (вакансий) и макродефектов (трещин) имеем соответственно $n = k = 1$ и $l_{nk} = 0$, при этом достигается теоретическая прочность σ_m или τ_m идеального кристаллического материала.

Следует отметить, что существуют точные предельные соотношения [21], связывающие формулы для определения КИН острых трещин с коэффициентами концентрации напряжений в вершине узкого выреза. Коэффициенты концентрации напряжений всегда связывались с геометрическими характеристиками исследуемой задачи [1], а критические КИН для трещины K_{Ic}^0, K_{IIc}^0 в классической механике разрушения считаются константами материала.

Обобщение для структурированных сред. Построенный выше критерий хрупкого разрушения для монокристалла с угловым вырезом можно обобщить для тел с иерархией регулярных структур.

Следуя [4], рассмотрим твердое тело, содержащее p вложенных регулярных структур таких, что их характерные линейные размеры r_i ($i = 1, 2, \dots, p$) упорядочены следующим образом: $r_i \gg r_{i+1}$ и каждый линейный размер отличается от последующего не менее чем на два порядка. Введем в рассмотрение семейство согласованных для каждой структуры дискретно-интегральных критериев хрупкой прочности для случая растяжения

$$\frac{1}{k_i r_i} \int_0^{n_i r_i} \sigma_y^{(i)}(x_i, 0) dx_i \leq \sigma_m^{(i)}$$

и для случая чистого сдвига

$$\frac{1}{k_i r_i} \int_0^{n_i r_i} \tau_{xy}^{(i)}(x_i, 0) dx_i \leq \tau_m^{(i)}.$$

Здесь $\sigma_y^{(i)}, \tau_{xy}^{(i)}$ — нормальные и касательные напряжения на оси выреза; $O_i x_i y_i$ — прямоугольные системы координат с началом в вершинах вырезов разного масштаба; n_i, k_i —

целые числа ($n_i \geq k_i$); k_i — число активных связей, действующих в вершине выреза i -й структуры; $n_i r_i$ — интервал осреднения; $\sigma_m^{(i)}$ и $\tau_m^{(i)}$ — теоретические прочности материала i -й структуры на растяжение и на сдвиг соответственно. Количество структурных единиц в каждой структуре $i = 1, 2, \dots, p$ постоянно и равно одному силовому параметру ($\sigma_m^{(i)}$ или $\tau_m^{(i)}$), одному структурному параметру r_i , где r_i — диаметр “зерна” рассматриваемой структуры, и параметрам осреднения n_i и поврежденности k_i , если $k_i < n_i$. Поскольку рассматриваются регулярные структуры, для каждой структуры $i = 1, 2, \dots, p$ все указанные параметры постоянны, но для разных структур они могут существенно различаться не только по линейному размеру $r_i \gg r_{i+1}$.

Поля напряжений $\sigma_y^{(i)}$, $\tau_{xy}^{(i)}$ на оси выреза можно вычислить после решения соответствующих линейных задач теории упругости при заданной системе нагрузок (p — общее число таких задач). Используя представление решения (1), (2) для напряжений на оси выреза через $K_I^{(i)}$, $K_{II}^{(i)}$, можно записать

$$\begin{aligned}\sigma_y^{(i)}(x_i, 0) &\simeq \sigma_\infty^{(i)} + K_I^{(i)} x_i^{\lambda_1 - 1} / \sqrt{2\pi}, \\ \tau_{xy}^{(i)}(x_i, 0) &\simeq \tau_\infty^{(i)} + K_{II}^{(i)} x_i^{\lambda_2 - 1} / \sqrt{2\pi}\end{aligned}$$

и получить оценки обобщенных КИН $K_I^{(i)}$, $K_{II}^{(i)}$, аналогичные (7), (8).

Имеются различные подходы к определению структурных уровней и отысканию структурных параметров. Макклиток и Ирвин [22] предлагают рассматривать пять основных структурных уровней — от макрообъектов до микроструктур для металлов: 10^2 мм, 1 мм, 10^{-2} мм, 10^{-4} мм, 10^{-6} мм и четыре дополнительных уровня, причем для образца толщиной 1 мм плоское напряженное состояние соответствует только первой макроструктуре, последние три структуры соответствуют плоской деформации, а вторая структура занимает промежуточное положение. Четвертый уровень указанных структур рассматривался Нейбером [1], пятый — Новожиловым [2]. Панин [23] выделяет четыре структурных уровня — от макроуровня до микроуровня через мезо-II и мезо-I уровни. Характерные линейные размеры r_i и параметры поврежденности k_i/n_i определяются методами металлофизических исследований для каждого структурного уровня (например, с использованием оптического микроскопа, электронного микроскопа, рентгенографии) [24]. Силовые параметры $\sigma_m^{(i)}$ или $\tau_m^{(i)}$ каждого структурного уровня можно трактовать следующим образом: для макроуровня — как напряжения пластического течения металлов, для мезоуровней — как напряжения пластического течения соответствующих мезоструктур, полученные методом микроиндентирования [25, 26], для микроуровня — как теоретические прочности идеальных кристаллических тел на разрыв и на сдвиг соответственно [2, 4, 7, 27].

На макроуровне $i = 1$ для определения критического обобщенного КИН K_{Ic} предлагается следующая процедура (выкладки для определения K_{IIc} аналогичны). Если рассматривать длинные трещины, то из соотношения (9) получаем

$$\frac{2K_{Ic}^0}{\sigma_\infty \sqrt{2\pi n r_1}} = \frac{\sigma_m}{\sigma_\infty} \frac{k}{n}, \quad \text{откуда} \quad \frac{\sqrt{2}K_{Ic}^0}{\sqrt{\pi r_1}} = \frac{k}{\sqrt{n}} \sigma_m. \quad (13)$$

Для реальных материалов $k = 1, 2$, $n = 1, 2, 3$, поэтому отношение k/\sqrt{n} находится в диапазоне $0,71 \leq k/\sqrt{n} \leq 1,15$, т. е. близко к единице. Для простоты рассуждений ограничимся случаем $n = k = 1$ (материал без повреждений). Тогда из (13) находим теоретическую прочность $\sigma_m = \sqrt{2}K_{Ic}^0/\sqrt{\pi r_1}$ материала макроструктуры $i = 1$. Воспользуемся

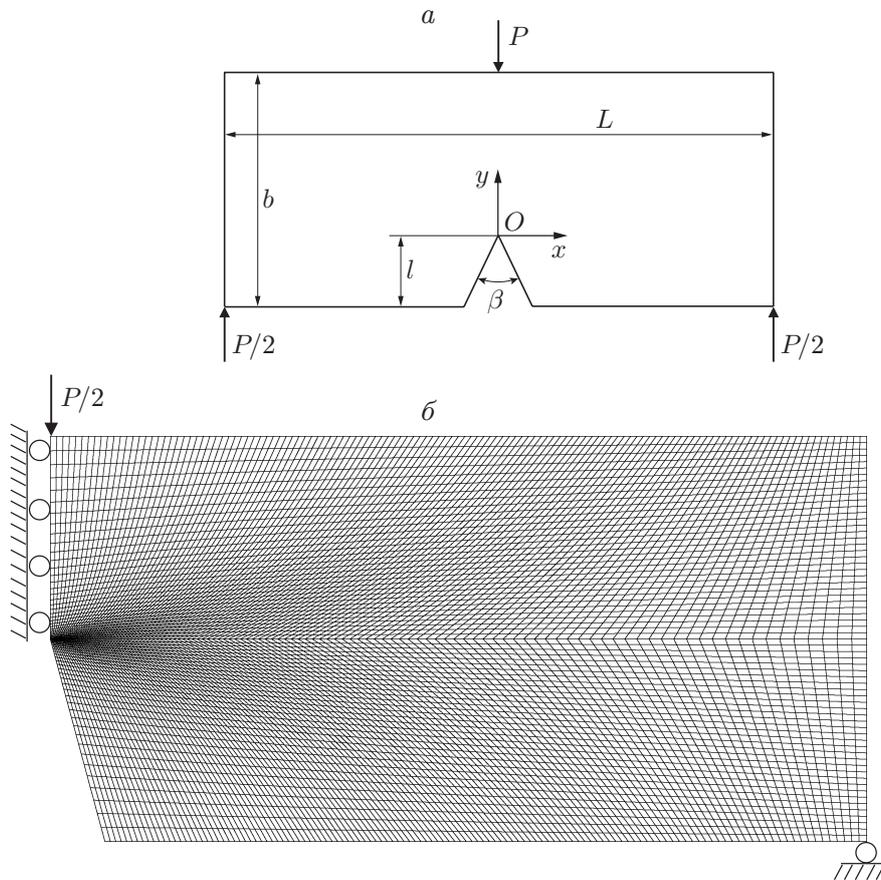


Рис. 4

значением σ_m для подсчета критического обобщенного КИН K_{Ic} углового выреза. В случае длинного углового выреза из соотношения (7) получаем

$$\frac{K_{Ic}}{\lambda_1 \sqrt{2\pi} r_1^{1-\lambda_1}} = \sigma_m, \quad \text{откуда} \quad K_{Ic} = \sigma_m \lambda_1 \sqrt{2\pi} r_1^{1-\lambda_1}. \quad (14)$$

Подставляя (13) в (14), получаем соотношение, связывающее критический обобщенный КИН с критическим КИН острой трещины:

$$K_{Ic} = 2K_{Ic}^0 \lambda_1 r_1^{1/2-\lambda_1}. \quad (15)$$

В пределе при $\alpha \rightarrow \pi$ имеем $K_{Ic} \rightarrow K_{Ic}^0$.

Численный пример. В качестве примера определения обобщенного КИН рассмотрим трехточечный изгиб призматического образца, ослабленного угловым вырезом. Геометрия образца и действующие нагрузки показаны на рис. 4,а. Безразмерные значения линейных величин и сосредоточенной силы возьмем следующие: $t = 1$, $b = 10$, $L = 4b$, $P = 1$ (t — толщина образца). Расчеты проводились при значениях угла раствора выреза $\beta = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$, глубина выреза, измеряемая в единицах l/b , варьировалась от 0,1 до 0,9. Подобные призматические образцы находят применение при исследовании трещиностойкости материалов [28]. В [17] приведены результаты экспериментов по трехточечному изгибу образцов из полиметилметакрилата для различных значений угла β и глубины выреза, целью которых было определение критического КИН и разрушающей нагрузки. Там же методом конечных элементов получено поле напряжений в окрестности углового выреза и вычислен K_I для данной геометрии и системы нагрузок.

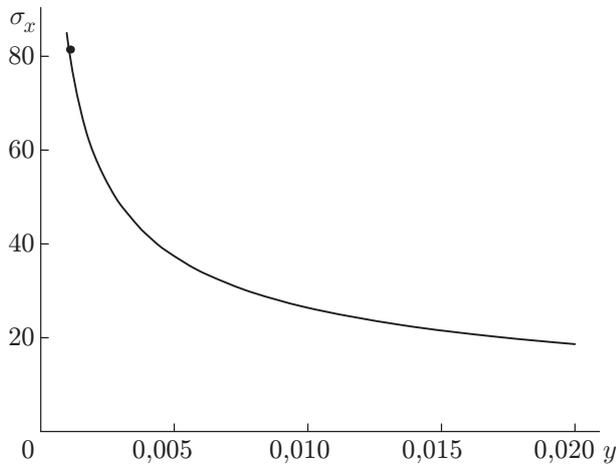


Рис. 5

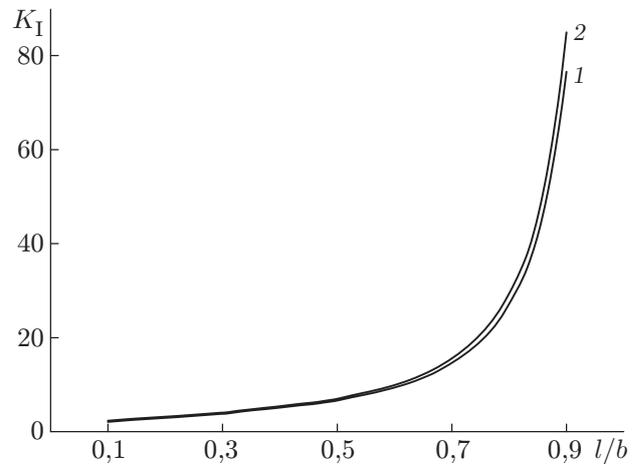


Рис. 6

Для плоского напряженного состояния методом конечных элементов было найдено поле напряжений в образце с вырезом. На рис. 4,б показана конечно-элементная сетка для $\beta = 30^\circ$ вместе с соответствующими граничными условиями. Начало системы координат находится в вершине выреза, ось Ox направлена горизонтально, ось Oy — вертикально. В окрестности углового выреза использовалось крайне мелкое разбиение, чтобы как можно более точно определить K_I . Сетка, показанная на рис. 4,б, содержала 8580 шестнадцати-узловых элементов и 77 809 узлов. Напряжения вычислялись в точках квадратур Гаусса — Лежандра в ближайших к оси Oy элементах, порядок численного интегрирования 4×4 . Обобщенный КИН K_I вычислялся методом наименьших квадратов из соотношения $\sigma_x(0, y) = K_I y^{\lambda_1 - 1}$, где λ_1 — корень характеристического уравнения (3). Численные эксперименты показали, что для вычисления K_I достаточно значений σ_x в четырех точках ближайшего к вершине выреза элемента: добавление 2-го и 3-го элементов не увеличивает точность расчета.

Численное решение сравнивалось с аналитическим. При $\beta = 0^\circ$ (балка с трещиной) в справочнике [21, с. 360] приведена аппроксимационная формула для K_I . Погрешность вычисленного K_I по сравнению с точным значением составила 1,5 %.

На рис. 5 приведена аппроксимационная кривая, точки соответствуют численному решению. В таблице приведены значения λ_1 и соответствующие единичной нагрузке безразмерные значения K_I для различных значений β при $l/b = 0,5$. В силу линейности задачи легко пересчитать K_I для любого другого значения P и, сравнив с критическим K_{Ic} , получить значение разрушающей нагрузки P_c . На рис. 6 показана зависимость K_I от глубины выреза при $\beta = 30^\circ$ (кривая 1) и $\beta = 90^\circ$ (кривая 2).

В силу симметрии задачи касательные напряжения на оси Oy отсутствуют, поэтому определялся только K_I . В случае несимметричного изгиба в окрестности выреза возникнут как растягивающие, так и сдвиговые напряжения, поэтому необходимо находить обобщенные КИН K_I и K_{II} из аппроксимационной зависимости

$$\sigma_x(0, y) = K_I y^{\lambda_1 - 1} + K_{II} y^{\lambda_2 - 1}.$$

Заключение. Обратим внимание на размерность обобщенных КИН K_I , K_{II} , которая, как это следует из формул (7), (8), зависит от угла раскрытия выреза. Если следовать классической механике разрушения, критические обобщенные КИН K_{Ic} , K_{IIc} материала зависят от угла раскрытия выреза. Согласно дискретно-интегральным критериям (5), (6) критическое состояние кристаллической структуры перед вершиной трещины или выреза

β , град	λ_1	K_I
0	0,5000	6,6141
30	0,5015	6,6332
45	0,5050	6,6645
60	0,5122	6,7284
90	0,5445	7,0134
120	0,6157	7,5936
150	0,7520	8,6791

имеет место, когда осредненные напряжения на интервале $(0, nr_e)$ достигают теоретической прочности с учетом поврежденности материала. Критерии (5), (6) и предложенный в [12] являются силовыми однопараметрическими критериями на интервале $(0, nr_e)$. Этими параметрами являются теоретические прочности σ_m и τ_m . Минимальная длина интервала осреднения составляет r_e . Оценки (7), (8), учитывающие структуру материала, являются локальными и в основном определяются коэффициентами сингулярности $1 - \lambda_1$ и $1 - \lambda_2$.

В классической механике разрушения для каждого угла α и для каждого материала надо определять критические значения обобщенных КИН $K_{Ic} = K_{Ic}(\alpha)$, $K_{IIc} = K_{IIc}(\alpha)$. Целесообразнее считать, что критический КИН для трещины не является постоянной материала. Постоянной материала является теоретическая прочность σ_m или τ_m рассматриваемой регулярной структуры, что отражают формулы (7), (8), а обобщенные КИН K_I , K_{II} , построенные по заданным краевым условиям, — удобная аппроксимация решений (1), (2).

Итак, для всех трех видов напряженного состояния (растяжение, сдвиг, антиплоская деформация) можно записать одно равенство, связывающее критический КИН с теоретической прочностью монокристалла:

$$\frac{K_{ic}}{\lambda_i \sqrt{2\pi} (nr_e)^{1-\lambda_i}} \frac{1}{\sigma_\infty^i} = \frac{\sigma_m^i}{\sigma_\infty^i} \frac{k}{n} - 1,$$

где $i = I, II, III$ соответствуют трем типам трещин; $\sigma_m^I = \sigma_m$, $\sigma_m^{II} = \tau_m$ (сдвиг); $\sigma_m^{III} = \tau_m$ (антиплоская деформация); $\sigma_\infty^I = \sigma_\infty$, $\sigma_\infty^{II} = \tau_\infty$ (сдвиг); $\sigma_\infty^{III} = \tau_\infty$ (антиплоская деформация); $\lambda_I = \lambda_1$ — корень характеристического уравнения (3); $\lambda_{II} = \lambda_2$ — корень характеристического уравнения (4); $\lambda_{III} = \omega$ — корень характеристического уравнения (1.2) из [20].

ЛИТЕРАТУРА

1. **Нейбер Г.** Концентрация напряжений. М.; Л.: Гостехтеоретиздат, 1947.
2. **Новожилов В. В.** О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности // Прикл. математика и механика. 1969. Т. 33, вып. 2. С. 212–222.
3. **Корнев В. М.** Интегральные критерии хрупкой прочности трещиноватых тел с дефектами при наличии вакансий в носике трещины. Прочность компактированных тел типа керамик // ПМТФ. 1996. Т. 37, № 5. С. 168–177.
4. **Корнев В. М.** Иерархия критериев прочности структурированных хрупких сред. Сателлитное зарождение микротрещин // ПМТФ. 2000. Т. 41, № 2. С. 177–187.
5. **Корнев В. М.** Многомасштабные критерии сдвиговой прочности блочных хрупких сред. Сателлитное зарождение микропор // Физ.-техн. пробл. разраб. полезных ископаемых. 2000. Т. 40, № 5. С. 7–16.
6. **Томсон Р.** Физика разрушения // Атомистика разрушения: Сб. ст. 1983–1985 гг. М.: Мир, 1987. С. 104–144.

7. **Макмилан Н.** Идеальная прочность твердых тел // Там же. С. 35–103.
8. **Морозов Н. Ф.** Проблемы хрупкого разрушения и их исследование методами теории упругости // Механика и научно-технический прогресс. Т. 3: Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988. С. 54–63.
9. **Морозов Н. Ф., Семенов Б. Н.** Применение критерия хрупкого разрушения В. В. Новожилова при определении разрушающих нагрузок для угловых вырезов в условиях сложного напряженного состояния // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1986. № 1. С. 122–126.
10. **Хелан К.** Введение в механику разрушения. М.: Мир, 1988.
11. **Панасюк В. В., Андрейкив А. Е., Ковчик С. Е.** Определение вязкости разрушения K_{Ic} конструкционных материалов через их механические характеристики и параметры структуры // Физ.-хим. механика материалов. 1977. Т. 13, № 2. С. 120–122.
12. **Корнев В. М.** Обобщенный достаточный критерий прочности. Описание зоны предразрушения // ПМТФ. 2002. Т. 43, № 5. С. 153–161.
13. **Seweryn A.** Brittle fracture criterion for structures with sharp notches // Engng Fract. Mech. 1994. V. 47. P. 673–681.
14. **Seweryn A.** Elastic stress singularities and corresponding generalized stress intensity factors for angular corners under various boundary conditions // Engng Fract. Mech. 1996. V. 55. P. 529–556.
15. **Seweryn A., Lukaszewicz A.** Verification of brittle fracture criteria for elements with V-shaped notches // Engng Fract. Mech. 2002. V. 69. P. 673–681.
16. **Carpinteri A.** Stress singularity and generalized fracture toughness at the vertex of re-entrant corners // Engng Fract. Mech. 1987. V. 26. P. 143–155.
17. **Dunn M. L., Suwito W., Cunningham S., May C.** Fracture initiation at sharp notches under mode I, mode II, and mild mixed mode loading // Intern. J. Fract. 1997. V. 84. P. 367–381.
18. **Dunn M. L., Suwito W., Cunningham S.** Fracture initiation at sharp notches: correlation using critical stress intensities // Intern. J. Solids Struct. 1997. V. 34. P. 3873–3883.
19. **Винокуров В. А., Куркин С. А., Николаев Г. А.** Сварные конструкции. Механика разрушения и критерии работоспособности. М.: Машиностроение, 1996.
20. **Корнев В. М.** Модификация критерия разрушения Нейбера — Новожилова для угловых вырезов (антиплоская задача) // ПМТФ. 2002. Т. 43, № 1. С. 153–159.
21. **Саврук М. П.** Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами. Киев: Наук. думка, 1988. (Механика разрушения и прочность материалов; Т. 2).
22. **Макклиток Ф. А., Ирвин Дж. Р.** Вопросы пластичности в механике разрушения // Прикладные вопросы вязкости разрушения. М.: Мир, 1968. С. 143–186.
23. **Панин В. Е.** Физическая мезомеханика материалов — новое направление на стыке физики и механики деформируемого твердого тела // Современные проблемы науки. Материалы научной сессии. Новосибирск, 25–26 нояб. 2003 г. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2004. С. 167–184.
24. **Шмитт-Томас К. Г.** Металловедение для машиностроения. М.: Металлургия, 1995.
25. **Atkinson M.** Further analysis of the size effect in indentation hardness test of some metals // J. Mater. Res. 1995. V. 10, N 11. P. 2908–2915.
26. **Смирнов С. В., Смирнов В. К., Солошенко А. Н., Швейкин В. П.** Определение коэффициентов в функциональной зависимости сопротивления деформации по результатам вдавливания конического индентора // Металлы. 1998. № 6. С. 91–94.
27. **Kornev V. M., Kurguzov V. D.** A discrete-integral strength criterion for complicated stress states // Fatigue and Fract. of Engng Materials and Struct. 1999. V. 22, N 11. P. 989–995.
28. **Керштейн И. М., Ключников В. Д., Ломакин Е. В., Шестериков С. А.** Основы экспериментальной механики разрушений. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1989.