компонентной среды, а D падает. При дальнейшем увеличении α_1 до $\alpha_1^{(3)}$ в связи с возрастающей цементацией твердых частиц сжимаемость будет монотонно убывать, а D увеличиваться.

Таким образом, сжимаемость мелкодисперсных глинистых и лессовых грунтов в зависимости от влажности должна иметь два минимума при $\alpha_1 = 0$ и $\alpha_1 = \alpha_1^{(3)}$ и один максимум, лежащий между этими значениями α_1.

С изменением сжимаемости грунтов, вызываемой изменением влажности, меняется не только скорость распространения взрывных волн, но и значения максимальных давлений, интенсивность угасания волн с расстоянием и величины нагрузок, действующих на сооружения. Как показывают опыты [1,2], величина максимального давления может меняться в десятки и сотни раз.

Следует отметить, что понятие динамической сжимаемости грунта не является в полной мере однозначным. Динамические нагрузки могут иметь различную продолжительность, вследствие чего различными будут и величины деформаций. Однако опыты показывают, что на фронте волн в грунтах, образующихся при взрывах больших и малых зарядов ВВ, при одинаковых p значения D практически одинаковы.

Поступила 14 IX 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. Ляхов Г. М. Ударные волны в многокомпонентных средах. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1959, № 1.
2. Ляхов Г. М., Нарожная З. В. Плоские взрывные волны в грунте. ПМТФ, 1962, № 6.
3. Гримза Ю. И. Некоторые результаты экспериментальных исследований по определению скорости распространения продольных волн в образцах грунта. Сб. № 44. Динамика грунтов. Госстройиздат, 1961.
4. Terzaghi K. Erdbaumechanik, Wien, 1925.
5. Орнатский Н. В. Механика грунтов. Изд-во МГУ, 1962.
6. Денисов Н. Я. О природе деформаций глинистых грунтов. Изд-во Мин-ва речного флота СССР, 1951.
7. Денисов Н. Я. Строительные свойства лесса и лессовидных суглинков. Госстройиздат, 1951.
8. Григорян С. С. Об учете влажности в уравнениях движения грунтов. ПМТФ, 1962, № 2.

О ДЕЙСТВИИ ДЛИННЫХ УДАРНЫХ ВОЛН НА ТВЕРДОЕ ТЕЛО

С. С. Григорян

(*Москва*)

При прохождении ударной волны мимо препятствия ограниченных размеров возникает сложная дифракционная картина, а препятствие испытывает воздействие нестационарных нагрузок, определение которых представляет довольно трудную задачу. Однако в случае, когда размер препятствия мал по сравнению с длиной волны, задача упрощается и допускает сравнительно полный анализ. Для этого случая процесс нестационарного воздействия волны на тело может быть разбит на два этапа. На первом этапе, начинающемся непосредственно в момент достижения фронтом волны тела, происходит отражение и дифракция ударной волны, и на теле возникает существенно нестационарное распределение давлений. Этот этап, однако, сравнительно непродолжителен, так как фронты отраженной и дифрагировавшей волн быстро удаляются от тела, и порожденные ими нестационарные возмущения затухают (при сверхзвуковом потоке за проходящей волной фронт отраженной волны остается на конечном расстоянии от тела). После этого начинается второй, более продолжительный этап, когда тело подвергается воздействию потока газа с медленно меняющимися параметрами. Продолжительность первого этапа t_1 будет порядка

$$t_1 \approx k\frac{d}{D}, \qquad k \sim 3-5 \tag{1}$$

где d, D — характерный размер тела и скорость волны соответственно, так как этот этап заканчивается, когда отраженная и дифрагировавшая волны, распространяющиеся со скоростью порядка D, пройдут расстояние порядка 3—5 размеров тела. Продолжительность второго этапа t_2 будет иметь порядок

$$t_2 \approx \frac{L}{D} \tag{2}$$

где L — длина проходящей волны. На первом этапе тело сместится на расстояние порядка

$$S_1 \approx \frac{p_* d^2 t_1^2}{m} \approx \frac{p_* d^2 k^2 d^2}{\rho_m d^3 D^2} \approx \frac{\rho_0}{\rho_m} \theta k^2 d, \qquad \theta = 1 - \frac{\rho_0}{\rho_*} \tag{3}$$

где p_* — давление за фронтом ударной волны, m и ρ_m — масса и средняя плотность тела, ρ_0 — невозмущенная плотность воздуха, а ρ_* — плотность воздуха на фронте ударной волны. Обычно $\rho_0 / \rho_m \sim 10^{-3}$—$10^{-4}$, поэтому $s_1 \ll d$, т. е. на первом этапе тело почти не смещается, и воздействие на него носит импульсивный характер: тело приобретает начальные поступательную и угловую скорости, порядки которых определяются соотношениями

$$\mathbf{v}_0 = \frac{\rho_0}{\rho_m} \theta k D \mathbf{C}_v (\gamma, \lambda), \qquad \omega_0 = \frac{\rho_0}{\rho_m} \theta k \frac{D}{d} \mathbf{C}_\omega (\gamma, \lambda) \tag{4}$$

Здесь $\mathbf{C}_v$, $\mathbf{C}_\omega$ — числовые множители (векторы) порядка единицы, зависящие от показателя адиабаты γ и интенсивности волны $\lambda = (p_* - p_0) / p_0$.

В силу того что размеры тела малы по сравнению с длиной волны

$$\frac{d}{L} = \varepsilon \ll 1 \tag{5}$$

и второй этап значительно продолжительней первого, а смещение S_2 тела на втором этапе много больше смещения на первом

$$\frac{S_2}{S_1} \approx \left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2 \approx \left(\frac{L}{kd}\right)^2 \gg 1 \tag{6}$$

Движение газа около тела будет определяться на втором этапе решением уравнений газовой динамики

$$\rho \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0, \qquad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_i)}{\partial x_i} = 0, \qquad \frac{\partial}{\partial t} \frac{p}{\rho^\gamma} + v_i \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{p}{\rho^\gamma} = 0 \tag{7}$$

при условиях

$$[(v_i - V_i) n_i]_\Sigma = 0 \tag{8}$$

$$\rho,\ p,\ v_i \to \rho_*,\ p_*,\ v_{i*} \quad \text{при} \quad \frac{x_i}{d} \to \infty \tag{9}$$

где V_i — компоненты скорости точек поверхности Σ тела, n_i — проекции нормали к этой поверхности, а ρ_*, p_*, v_{i*} — значения ρ, p, v_i в проходящей волне. Можно написать соотношения (10)

$$\rho_* = \frac{\rho_0}{1-\theta} f_\rho \left(\frac{x_i}{L}, \frac{Dt}{L} \right), \qquad p_* = \rho_0 D^2 \theta f_p \left(\frac{x_i}{L}, \frac{Dt}{L} \right), \qquad v_{j*} = D\theta f_{vj} \left(\frac{x_i}{L}, \frac{Dt}{L} \right)$$

Если поток за невозмущенной проходящей волной сверхзвуковой, то условия (9) будут условиями на фронте стабилизированной отраженной ударной волны. В дозвуковом случае это будут условия вдали от тела, т. е. на замкнутой поверхности, охватывающей тело, размер которой R в несколько раз превышает размер тела d.

В обоих случаях изменение координат x_i в точках конечной поверхности, на которой фактически должны удовлетворяться условия (9), будет иметь порядок $R \approx kd$, $k \sim 3-5$. В силу соотношений (10), в которых безразмерные функции f_ρ, f_p, f_{vj} и их производные по безразмерным аргументам являются числами порядка единицы, устанавливаем порядки изменения ρ_*, p_*, v_{i*} в пределах указанной поверхности

$$\frac{\Delta \rho_*}{\rho_*} \sim \frac{1}{f_\rho} \frac{\partial f_\rho}{\partial (x_i / L)} \frac{R}{L} \sim \frac{kd}{L} = k\varepsilon \ll 1 \tag{11}$$

и аналогично

$$\frac{\Delta p_*}{p_*} \sim \frac{\Delta v_{i*}}{v_{i*}} \sim \frac{R}{L} \sim k\varepsilon \ll 1$$

Это означает, что в пределах рассматриваемой области размера $R \approx kd$ вокруг тела движение газа с достаточной точностью сводится к движению, возникающему при обтекании тела однородным вдали от тела потоком с параметрами

$$\rho_*^{\infty}\left(\frac{Dt}{L}\right) \equiv \rho_*\left(\frac{X_i}{L}, \frac{Dt}{L}\right), \qquad p_*^{\infty}\left(\frac{Dt}{L}\right) \equiv p_*\left(\frac{X_i}{L}, \frac{Dt}{L}\right)$$

$$v_{j*}^{\infty}\left(\frac{Dt}{L}\right) \equiv v_{j*}\left(\frac{X_i}{L}, \frac{Dt}{L}\right) \tag{12}$$

где X_i — координаты любой точки, расположенной внутри или вблизи тела, например, координаты центра тяжести тела. Решение задачи (7) — (9) может быть представлено в виде

$$\rho = \frac{\rho_0}{1-\theta} F_\rho\left(\frac{x_i}{d}, \frac{Dt}{L}\right), \qquad p = \rho_0 D^2 \theta F_p\left(\frac{x_i}{d}, \frac{Dt}{L}\right), \qquad v_j = D\theta F_{v_j}\left(\frac{x_i}{d}, \frac{Dt}{L}\right) \tag{13}$$

В соотношения (13) время t входит в такой же комбинации, что и в (12), потому что единственным существенным источником нестационарности является именно переменность параметров набегающего на тело потока, а наличие меняющейся со временем величины V_i в условии (8) менее существенно, так как в силу (4) и (13)

$$\frac{V_i}{v_i} \sim \frac{\rho_0}{\rho_m} \ll 1 \tag{14}$$

Подстановка соотношений (13) в (7) показывает, что отношение производных по времени к производным по координатам есть величина порядка

$$\frac{\partial F_k}{\partial t} \Big/ v_j \frac{\partial F_k}{\partial x_j} \sim \frac{Dd}{L\theta D} = \frac{\varepsilon}{\theta} = \varepsilon \frac{\gamma+1}{2}\left[1 + \frac{2\gamma}{(\gamma+1)\lambda}\right]$$

$$\lambda = \frac{p_* - p_0}{p_0} \tag{15}$$

где p_0 — невозмущенное значение давления. Поэтому, если $\varepsilon/\theta \ll 1$, то движение газа будет квазистационарным, и время в задачу будет входить как параметр. При этих условиях силы и моменты, действующие на тело, будут определяться по формулам стационарной аэродинамики

$$\mathbf{F} = \rho_*^{\infty}(v_*^{\infty})^2 d^2 \mathbf{C}(\alpha, \beta, M_*^{\infty}, \gamma), \qquad \mathbf{M} = \rho_*^{\infty}(v_*^{\infty})^2 d^3 \mathbf{m}(\alpha, \beta, M_*^{\infty}, \gamma) \tag{16}$$

где $\mathbf{C}$ и $\mathbf{m}$ — безразмерные аэродинамические коэффициенты (векторы), зависящие от углов α, β, определяющих ориентацию тела относительно набегающего потока, и числа Маха $M_*^{\infty} = v_*^{\infty}/a_*^{\infty}$ набегающего потока. Эти коэффициенты могут быть определены либо путем численного решения соответствующей стационарной аэродинамической задачи, либо экспериментально при помощи испытания модели тела в аэродинамической трубе. В формулах (16) зависимость $\mathbf{C}$ и $\mathbf{m}$ от их аргументов, таким образом, может считаться известной, а зависимость ρ_*^{∞}, v_*^{∞}, M_*^{∞} от времени и положения центра тяжести тела X_i также известна, так как известна проходящая волна. Поэтому, подставив (16) в уравнения движения тела, получим определенную задачу с начальными данными, определяемыми соотношениями (4). Числовые множители в последних можно также найти либо путем решения нелинейной задачи о дифракции в предположении, что тело неподвижно, а падающая ударная волна стационарна (имеет бесконечную длину), либо из опытов в ударной трубе.

Из формулы (15) видно, что при $\varepsilon \ll 1$ квазистационарность будет иметь место для ударных волн большой и умеренной силы λ. Если же интенсивность волны $\lambda \to 0$, то при любом ε для очень слабых волн производные по времени будут преобладать над конвективными членами в выражении для полной производной, и явление сведется к обычной дифракции акустической волны, описываемой линейной теорией.

Поступила 16 XI 1962