

УДК 536.24, 539.217.1

## ВЛИЯНИЕ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОС ПРИ СМЕШАННОЙ КОНВЕКЦИИ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ СО СТЕПЕННЫМ УРАВНЕНИЕМ СОСТОЯНИЯ ВБЛИЗИ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ, ПОГРУЖЕННОЙ В ПОРИСТУЮ СРЕДУ, ПРИ НАЛИЧИИ ТЕРМОДИФФУЗИИ И ДИФфуЗИОННОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

М. А. А. Махмуд, А. М. Меджахед

Университет г. Бенха, 13518 Бенха, Египет  
E-mail: mostafabdelhameed@yahoo.com

Исследуется влияние теплового излучения, термодиффузии и диффузионной теплопроводности на тепломассоперенос при смешанной конвекции неньютоновской жидкости со степенным уравнением состояния вблизи проницаемой поверхности, погруженной в насыщенную пористую среду. Уравнения задачи, записанные в безразмерных переменных и преобразованные к неавтомоделному виду, решаются с использованием локального неавтомоделного метода совместно с методом стрельбы. Анализируется влияние физических параметров задачи на температуру жидкости и концентрацию. Результаты вычислений представлены в виде графиков. Получены зависимости локальных чисел Нуссельта и Шервуда от параметров задачи.

**Ключевые слова:** неньютоновская жидкость, смешанная конвекция, пористая среда, тепловое излучение, термодиффузия, диффузионная теплопроводность.

**Введение.** В последнее время возрос интерес к задаче о смешанной конвекции в потоке пограничного слоя неньютоновской жидкости вдоль вертикальной поверхности, погруженной в насыщенную пористую среду. Это обусловлено тем, что данная задача имеет многочисленные приложения в различных областях науки и техники (химическое производство, почвоведение, машиностроение, порошковая металлургия, геотермальная энергетика, производство систем теплоизоляции, восстановление нефтяных скважин, фильтрация, обеспечение безопасности реакторов, производство керамики, очистка грунтовых вод).

Автомоделные решения задачи о теплопереносе от вертикальной пластины при свободной конвекции в потоке насыщенной пористой среды получены в работе [1]. В [2] исследуется влияние вдува и отсоса на смешанную конвекцию от вертикальной пластины в пористой среде. В [3] предложен новый метод решения задач о неавтомоделных пограничных слоях, применимый для данного участка потока независимо от информации о физических параметрах на других его участках. В [4] получены решения задач о тепловых пограничных слоях, не допускающих автомоделные решения. Задача о потоке пограничного слоя и теплопереносе в случае течения неньютоновской жидкости в пористой среде изучалась в работах [5–13]. Задача о теплопереносе в пористой среде имеет многочисленные приложения (воспламенение топлива, использование теплообменников при высоких

температурах, в том числе солнечных коллекторов, систем изоляции, циркуляционных подушек в камерах сгорания и реакторах, создание новых материалов). В [14–17] исследовано влияние теплового излучения на теплоперенос в случае течения неньютоновской жидкости в пористой среде.

В указанных выше работах термодиффузия и диффузионная теплопроводность не учитывались. Необходимость учета этих факторов отмечена в [18]. В [19] исследован тепло-массоперенос при естественной конвекции вблизи вертикальной поверхности, погруженной в насыщенную пористую среду, при наличии магнитного поля с учетом термодиффузии и диффузионной теплопроводности. В [20] решена задача о ламинарной смешанной конвекции неньютоновской жидкости со степенным уравнением состояния и теплопереносе с учетом переменной вязкости, термодиффузии и диффузионной теплопроводности. В [21] исследовано влияние термодиффузии и диффузионной теплопроводности на тепло-массоперенос при естественной конвекции от вертикальной поверхности, помещенной в пористую среду, при наличии химической реакции. Влияние двойной дисперсии на тепло-массоперенос в результате естественной конвекции от вертикальной пластины, погруженной в пористую среду, не удовлетворяющую закону Дарси, с учетом термодиффузии и диффузионной теплопроводности изучалось в [22]. Влияние переменной вязкости, термодиффузии и диффузионной теплопроводности на массоперенос при смешанной конвекции в ламинарном пограничном слое вблизи вертикальной пластины исследовано в [23]. В [24] изучалось влияние термодиффузии и диффузионной теплопроводности на свободную конвекцию от горизонтальной пластины в насыщенной жидкостью пористой среде.

Влияние теплового излучения, термодиффузии и диффузионной теплопроводности на установившийся тепло-массоперенос при гидромагнитной смешанной конвекции от вертикальной проницаемой поверхности, погруженной в однородную пористую среду, исследовалось в [25]. Совместное влияние термодиффузии и диффузионной теплопроводности на тепло-массоперенос вблизи вертикальной растянутой поверхности в пористой среде, заполненной вязкоупругой жидкостью, изучалось в [26]. В [27] с использованием локального неавтономного метода совместно с методом стрельбы выполнен численный анализ влияния термодиффузии и диффузионной теплопроводности на тепло-массоперенос при гидромагнитной смешанной конвекции вблизи вертикальной растянутой поверхности в пористой среде. В [28] изучено влияние отсоса (вдува) и наличия источника или стока тепла на тепло-массоперенос при смешанной конвекции в неньютоновской жидкости от вертикальной пластины, погруженной в насыщенную жидкостью пористую среду.

Целью данной работы является изучение влияния термодиффузии и диффузионной теплопроводности на тепло-массоперенос при смешанной конвекции в установившемся ламинарном потоке пограничного слоя вдоль вертикальной проницаемой пластины при наличии теплового излучения.

**1. Математическая формулировка задачи.** Рассматривается установившееся двумерное течение пограничного слоя неньютоновской жидкости на вертикальной проницаемой поверхности, погруженной в пористую среду, при наличии теплового излучения. Предполагается, что температура поверхности  $T_w$ , поддерживаемая постоянной, больше температуры  $T_\infty$  обтекающего потока пористой среды, насыщенной жидкостью. В приближении Буссинеска и с учетом предположений, используемых в теории пограничного слоя, уравнения задачи можно записать в виде

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0; \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
 u^n &= U_\infty^n + \frac{K}{\mu} \rho g [\beta_T (T - T_\infty) + \beta_c (C - C_\infty)], \\
 u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} &= \alpha_e \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{Dk_T}{c_s c_p} \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho c_p} \frac{\partial q_r}{\partial y}, \\
 u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} &= D \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{Dk_T}{T_m} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2},
 \end{aligned} \tag{2}$$

где  $x, y$  — координаты в вертикальном и горизонтальном направлениях соответственно;  $u, v$  — компоненты вектора скорости в направлениях осей  $x, y$  соответственно;  $T, C, \rho, \mu$  — температура, концентрация, плотность и коэффициент вязкости потока соответственно;  $n$  — показатель в степенном уравнении состояния;  $c_p$  — теплоемкость при постоянном давлении;  $D$  — массовый коэффициент диффузии;  $K$  — проницаемость пористой среды;  $\alpha_e$  — температуропроводность;  $\beta_T$  — коэффициент температурного расширения;  $\beta_c$  — коэффициент концентрационного расширения;  $U_\infty$  — скорость основного потока;  $g$  — ускорение свободного падения;  $T_\infty, C_\infty$  — температура и концентрация потока вдали от пластины;  $k_T$  — коэффициент термодиффузии;  $c_s$  — коэффициент чувствительности концентрации;  $T_m$  — средняя температура жидкости;  $q_r$  — излучаемый поток тепла.

Модифицированный коэффициент проницаемости пористой среды  $K$  для неньютоновской жидкости со степенным уравнением состояния определяется следующим образом:

$$K = \frac{1}{2C_t} \left( \frac{n\varepsilon}{3n+1} \right)^n \left( \frac{50k_\varepsilon}{3\varepsilon} \right)^{(n+1)/2}.$$

Здесь  $k_\varepsilon = \varepsilon^3 d^2 / [150(1 - \varepsilon)^2]$ ;  $\varepsilon, d$  — пористость и диаметр частицы пористой среды; согласно работе [29]  $C_t = 25/12$ , согласно работе [30]

$$C_t = \frac{2}{3} \frac{8n}{9n+3} \frac{10n-3}{6n+1} \left( \frac{75}{16} \right)^{3(10n-3)/(10n+11)}.$$

Краевые условия задачи имеют вид

$$\begin{aligned}
 v(x, 0) &= v_0, & T(x, 0) &= T_w, & C(x, 0) &= C_w, \\
 u(x, \infty) &= U_\infty, & T(x, \infty) &= T_\infty, & C(x, \infty) &= C_\infty,
 \end{aligned}$$

где  $v_0 < 0$  — скорость отсоса,  $v_0 > 0$  — скорость вдува;  $T_w, C_w$  — температура и концентрация на стенке соответственно.

В соответствии с аппроксимацией Росселанда [31] излучаемый поток тепла  $q_r$  определяется следующим образом:

$$q_r = -\frac{4\sigma^*}{3k^*} \frac{\partial T^4}{\partial y}$$

( $\sigma^*$  — постоянная Стефана — Больцмана;  $k^*$  — среднее значение коэффициента поглощения).

Следуя [32], предположим, что температура внутри потока меняется незначительно, поэтому величина  $T^4$  может быть представлена в виде линейной функции температуры. Разлагая  $T^4$  в ряд Тейлора в окрестности  $T_\infty$  и пренебрегая малыми членами более высокого порядка, получаем

$$T^4 \simeq 4T_\infty^3 T - 3T_\infty^4.$$

Уравнение неразрывности выполняется тождественно, если функцию потока ввести следующим образом:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

Далее будем использовать следующие величины:

$$\eta = \frac{y}{x} (\text{Pe}_x^{1/2} + \text{R}_x^{1/2}), \quad \xi = \frac{v_0 x}{\alpha_e} (\text{Pe}_x^{1/2} + \text{R}_x^{1/2})^{-1},$$

$$\psi = \alpha_e (\text{Pe}_x^{1/2} + \text{R}_x^{1/2}) f(\xi, \eta), \quad \theta(\xi, \eta) = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}, \quad \varphi(\xi, \eta) = \frac{C - C_\infty}{C_w - C_\infty}. \quad (3)$$

Здесь  $\text{Pe}_x = U_\infty x / \alpha_e$ ,  $\text{R}_x = (x / \alpha_e) (\rho g \beta_T |T_w - T_\infty| K / \mu)^{1/n}$  — локальное число Пекле и модифицированное локальное число Рэлея соответственно.

Подставляя (3) в уравнения (2), получаем

$$n f'^{n-1} f'' = (1 - \chi)^{2n} (\theta' + N \varphi'),$$

$$(1 + R) \theta'' + \text{Df Pr} \varphi'' + \frac{1}{2} f \theta' = \frac{1}{2} \xi \left( f' \frac{\partial \theta}{\partial \xi} - \theta' \frac{\partial f}{\partial \xi} \right), \quad (4)$$

$$\text{Le}^{-1} \varphi'' + \text{Le}^{-1} \text{Sc Sr} \theta'' + \frac{1}{2} f \varphi' = \frac{1}{2} \xi \left( f' \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} - \varphi' \frac{\partial f}{\partial \xi} \right)$$

(штрих обозначает производную по переменной  $\eta$ ). Краевые условия принимают следующий вид:

$$f(\xi, 0) + \xi \frac{\partial f}{\partial \xi}(\xi, 0) = -2\xi, \quad \theta(\xi, 0) = 1, \quad \varphi(\xi, 0) = 1,$$

$$f'(\xi, \infty) = \chi^2, \quad \theta(\xi, \infty) = \varphi(\xi, \infty) = 0.$$

Здесь  $\text{Le} = \alpha_e / D$  — число Льюиса;  $N = \beta_c (C_w - C_\infty) / [\beta_T (T_w - T_\infty)]$  — отношение концентрации к термоплавучести;  $\chi = [1 + (\text{R}_x / \text{Pe}_x)^{1/2}]^{-1}$  — параметр смешанной конвекции;  $R = 16\sigma^* T_\infty^3 / (3\rho c_p k^* \alpha_e)$  — параметр излучения;  $\text{Df} = Dk_T (C_w - C_\infty) / [\nu c_s c_p (T_w - T_\infty)]$  — параметр диффузионной теплопроводности (число Дюфура);  $\text{Pr} = \mu / (\rho \alpha_e)$  — число Прандтля;  $\nu = \mu / \rho$  — кинематическая вязкость;  $\text{Sc} = \nu / D$  — число Шмидта;  $\text{Sr} = Dk_T (T_w - T_\infty) / [\nu T_m (C_w - C_\infty)]$  — параметр термодиффузии (число Соре).

Следует отметить, что при  $\chi = 0$  ( $\text{Pe}_x = 0$ ) имеет место свободная конвекция, при  $\chi = 1$  ( $\text{R}_x = 0$ ) — вынужденная конвекция. Смешанная конвекция соответствует значениям параметра  $\chi \in (0, 1)$ .

С использованием локального метода неавтономных решений [3] получим приближенное решение уравнений (4). Дополнительные уравнения можно получить, дифференцируя уравнения (4) по переменной  $\xi$  и пренебрегая членами, содержащими  $\partial^2 f / \partial \xi^2$ ,  $\partial^2 \theta / \partial \xi^2$  и  $\partial^2 \varphi / \partial \xi^2$ . В результате имеем уравнения

$$n f'^{n-1} f'' = (1 - \chi)^{2n} (\theta' + N \varphi'),$$

$$(1 + R) \theta'' + \text{Df Pr} \varphi'' + f \theta' / 2 = \xi (f' \theta_1 - \theta' f_1) / 2,$$

$$\text{Le}^{-1} \varphi'' + \text{Le}^{-1} \text{Sc Sr} \theta'' + f \varphi' / 2 = \xi (f' \varphi_1 - \varphi' f_1) / 2,$$

$$n f'^{n-1} f_1'' + n(n-1) f'^{n-2} f_1' f'' = (1 - \chi)^{2n} (\theta_1' + N \varphi_1'), \quad (5)$$

$$(1 + R) \theta_1'' + \text{Df Pr} \varphi_1'' + (f_1 \theta' + f \theta_1') / 2 = (f' \theta_1 - \theta' f_1) / 2 + \xi (f_1' \theta_1 - \theta_1' f_1) / 2,$$

$$\text{Le}^{-1} \varphi_1'' + \text{Le}^{-1} \text{Sc Sr} \theta_1'' + (f_1 \varphi' + f \varphi_1') / 2 = (f' \varphi_1 - \varphi' f_1) / 2 + \xi (f_1' \varphi_1 - \varphi_1' f_1) / 2;$$

$$f(0) + \xi f_1(0) = -2\xi, \quad \theta(0) = \varphi(0) = 1, \quad f_1(0) = -1, \quad \theta_1(0) = \varphi_1(0) = 0,$$

$$f'(\infty) = \chi^2, \quad \theta(\infty) = \varphi(\infty) = 0, \quad f_1'(\infty) = \theta_1(\infty) = \varphi_1(\infty) = 0, \quad (6)$$

где  $f_1 = \partial f / \partial \xi$ ;  $\theta_1 = \partial \theta / \partial \xi$ ;  $\varphi_1 = \partial \varphi / \partial \xi$ .

Таблица 1

Значения функции  $-\theta'(\xi, 0)$  при  $n = 1, N = 0, R = 0, Sr = 0, Df = 0$ , полученные в настоящей работе

| $\chi$ | $-\theta'(\xi, 0)$ |           |             |             |             |           |
|--------|--------------------|-----------|-------------|-------------|-------------|-----------|
|        | $\xi = -0,5$       | $\xi = 0$ | $\xi = 0,5$ | $\xi = 1,0$ | $\xi = 1,5$ | $\xi = 2$ |
| 0      | 0,7123             | 0,4439    | 0,2560      | 0,1420      | 0,0724      | 0,0343    |
| 0,1    | 0,6777             | 0,4036    | 0,2285      | 0,1130      | 0,0523      | 0,0221    |
| 0,2    | 0,6543             | 0,3734    | 0,1941      | 0,0911      | 0,0386      | 0,0142    |
| 0,3    | 0,6437             | 0,3552    | 0,1757      | 0,0769      | 0,0294      | 0,0097    |
| 0,4    | 0,6460             | 0,3506    | 0,1681      | 0,0698      | 0,0250      | 0,0074    |
| 0,5    | 0,6601             | 0,3606    | 0,1727      | 0,0711      | 0,0248      | 0,0073    |
| 0,6    | 0,6744             | 0,3833    | 0,1900      | 0,0805      | 0,0237      | 0,0088    |
| 0,7    | 0,7170             | 0,4174    | 0,2190      | 0,0982      | 0,0380      | 0,0129    |
| 0,8    | 0,7575             | 0,4602    | 0,2566      | 0,1250      | 0,0541      | 0,0206    |
| 0,9    | 0,8035             | 0,5100    | 0,3010      | 0,1616      | 0,0763      | 0,0329    |
| 1,0    | 0,8540             | 0,5643    | 0,3520      | 0,2030      | 0,1050      | 0,0504    |

Таблица 2

Значения функции  $-\theta'(\xi, 0)$  при  $n = 1, N = 0, R = 0, Sr = 0, Df = 0$ , полученные в работе [28]

| $\chi$ | $-\theta'(\xi, 0)$ |           |             |             |             |           |
|--------|--------------------|-----------|-------------|-------------|-------------|-----------|
|        | $\xi = -0,5$       | $\xi = 0$ | $\xi = 0,5$ | $\xi = 1,0$ | $\xi = 1,5$ | $\xi = 2$ |
| 0      | 0,7121             | 0,4440    | 0,2601      | 0,1424      | 0,0725      | 0,0341    |
| 0,1    | 0,6770             | 0,4037    | 0,2230      | 0,1134      | 0,0526      | 0,0221    |
| 0,2    | 0,6526             | 0,3734    | 0,1944      | 0,0914      | 0,0384      | 0,0143    |
| 0,3    | 0,6406             | 0,3552    | 0,1757      | 0,0769      | 0,0294      | 0,0097    |
| 0,4    | 0,6415             | 0,3507    | 0,1681      | 0,0700      | 0,0250      | 0,0075    |
| 0,5    | 0,6545             | 0,3605    | 0,1725      | 0,0710      | 0,0248      | 0,0073    |
| 0,6    | 0,6783             | 0,3834    | 0,1890      | 0,0803      | 0,0240      | 0,0088    |
| 0,7    | 0,7112             | 0,4175    | 0,2167      | 0,0982      | 0,0385      | 0,0129    |
| 0,8    | 0,7515             | 0,4604    | 0,2539      | 0,1247      | 0,0541      | 0,0206    |
| 0,9    | 0,7978             | 0,5100    | 0,2986      | 0,1590      | 0,0764      | 0,0329    |
| 1,0    | 0,8488             | 0,5643    | 0,3483      | 0,1998      | 0,1049      | 0,0504    |

Система нелинейных уравнений (5) с краевыми условиями (6) решалась численно методом Рунге — Кутты совместно с методом стрельбы. Эта процедура продолжалась до тех пор, пока не достигалась погрешность  $10^{-5}$ .

Сравнение полученных результатов с данными работ [2, 28] при  $n = 1, N = 0, R = 0, Sr = 0, Df = 0$  (табл. 1–3) показывает, что они хорошо согласуются.

Физическими величинами, представляющими интерес в рассматриваемой задаче, являются локальное число Нуссельта  $Nu_x$  и локальное число Шервуда  $Sh_x$ :

$$Nu_x = \frac{x(-\partial T/\partial y)|_{y=0}}{T_w - T_\infty} = -(\text{Pe}_x^{1/2} + \text{R}_x^{1/2})\theta'(\xi, 0),$$

$$Sh_x = \frac{x(-\partial C/\partial y)|_{y=0}}{C_w - C_\infty} = -(\text{Pe}_x^{1/2} + \text{R}_x^{1/2})\varphi'(\xi, 0).$$

**2. Результаты исследования и их обсуждение.** На рис. 1–5 представлены зависимости температуры и концентрации от параметра  $\eta$  при различных значениях параметров  $R, Df, Sr$  как для псевдопластических жидкостей ( $n < 1$ ), так и для дилатантных

Таблица 3

Значения функции  $-\theta'(\xi, 0)$  при  $n = 1$ ,  $N = 0$ ,  $R = 0$ ,  $Sr = 0$ ,  $Df = 0$ ,  
полученные в работе [2]

| $\chi$ | $-\theta'(\xi, 0)$ |           |             |             |             |           |
|--------|--------------------|-----------|-------------|-------------|-------------|-----------|
|        | $\xi = -0,5$       | $\xi = 0$ | $\xi = 0,5$ | $\xi = 1,0$ | $\xi = 1,5$ | $\xi = 2$ |
| 0      | 0,7114             | 0,4437    | 0,2593      | 0,1417      | 0,0717      | 0,0335    |
| 0,1    | 0,6763             | 0,4035    | 0,2223      | 0,1127      | 0,0519      | 0,0216    |
| 0,2    | 0,6520             | 0,3732    | 0,1937      | 0,0907      | 0,0378      | 0,0139    |
| 0,3    | 0,6401             | 0,3550    | 0,1750      | 0,0762      | 0,0288      | 0,0084    |
| 0,4    | 0,6411             | 0,3504    | 0,1674      | 0,0693      | 0,0244      | 0,0072    |
| 0,5    | 0,6543             | 0,3603    | 0,1719      | 0,0704      | 0,0242      | 0,0069    |
| 0,6    | 0,6782             | 0,3832    | 0,1884      | 0,0797      | 0,0284      | 0,0085    |
| 0,7    | 0,7111             | 0,4196    | 0,2036      | 0,0999      | 0,0339      | 0,0134    |
| 0,8    | 0,7515             | 0,4602    | 0,2534      | 0,1242      | 0,0535      | 0,0201    |
| 0,9    | 0,7978             | 0,5097    | 0,2982      | 0,1586      | 0,0758      | 0,0324    |
| 1,0    | 0,8488             | 0,5642    | 0,3488      | 0,1996      | 0,1047      | 0,0502    |

( $n > 1$ ). Зависимости получены при фиксированных значениях параметров:  $Le = 1$ ,  $N = 1$ ,  $\chi = 0,5$ ,  $Pr = 10$ .

На рис. 1 видно, что с увеличением параметра излучения  $R$  температура увеличивается, следовательно, толщина пограничного теплового слоя также увеличивается. При этом концентрация уменьшается (см. рис. 2).

На рис. 3 представлена зависимость температуры от параметра  $\eta$  при различных значениях числа Дюфура  $Df$ . Видно, что с увеличением числа Дюфура температура увеличивается. Поскольку влияние числа Дюфура на концентрацию пренебрежимо мало, графики соответствующей зависимости не приведены.

На рис. 4 показана зависимость температуры от параметра  $\eta$  при различных значениях числа Соре  $Sr$ . Из рис. 4 следует, что с увеличением числа Соре вблизи пограничного слоя температура уменьшается, в то время как вдали от него увеличивается. На рис. 5 представлена зависимость концентрации от параметра  $\eta$  при различных значениях числа Соре  $Sr$ . Видно, что с увеличением числа Соре концентрация увеличивается.

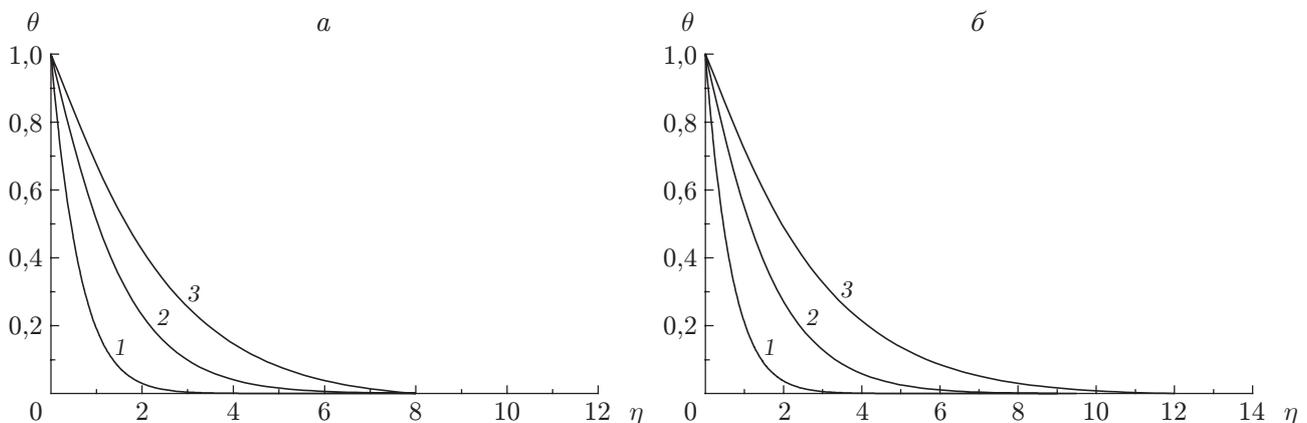


Рис. 1. Зависимость температуры от параметра  $\eta$  при  $Le = 1,0$ ,  $N = 1$ ,  $\chi = 0,5$ ,  $Df = 0,03$ ,  $Sr = 0,1$ ,  $\xi = -2$ ,  $Pr = 10$  и различных значениях параметра излучения:

$a - n = 0,5$ ,  $b - n = 1,5$ ; 1 —  $R = 0$ , 2 —  $R = 2$ , 3 —  $R = 5$

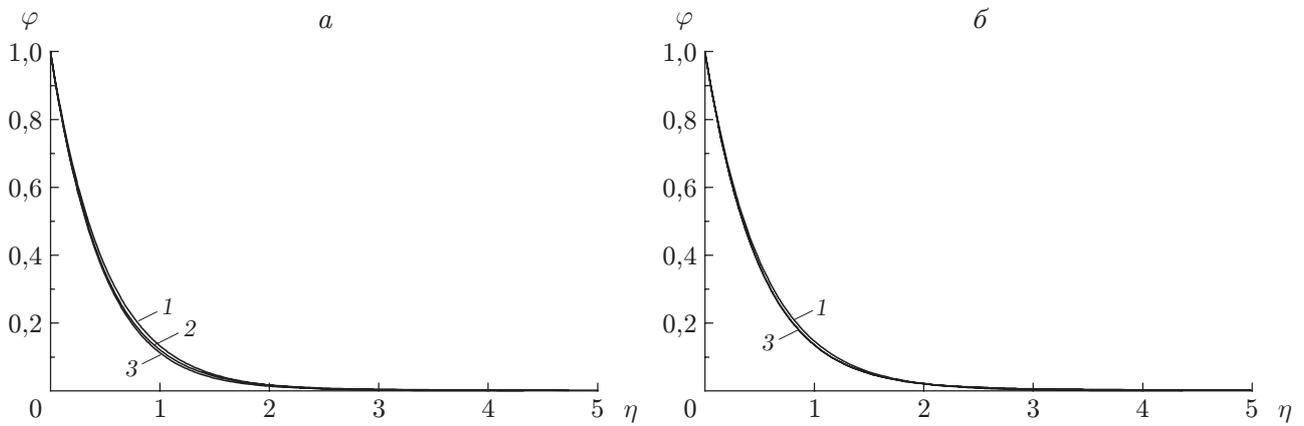


Рис. 2. Зависимость концентрации от параметра  $\eta$  при  $Le = 1,0, N = 1, \chi = 0,5, Df = 0,03, Sr = 0,1, \xi = -2, Pr = 10$  и различных значениях параметра излучения:  $a - n = 0,5, б - n = 1,5; 1 - R = 0, 2 - R = 2, 3 - R = 5$

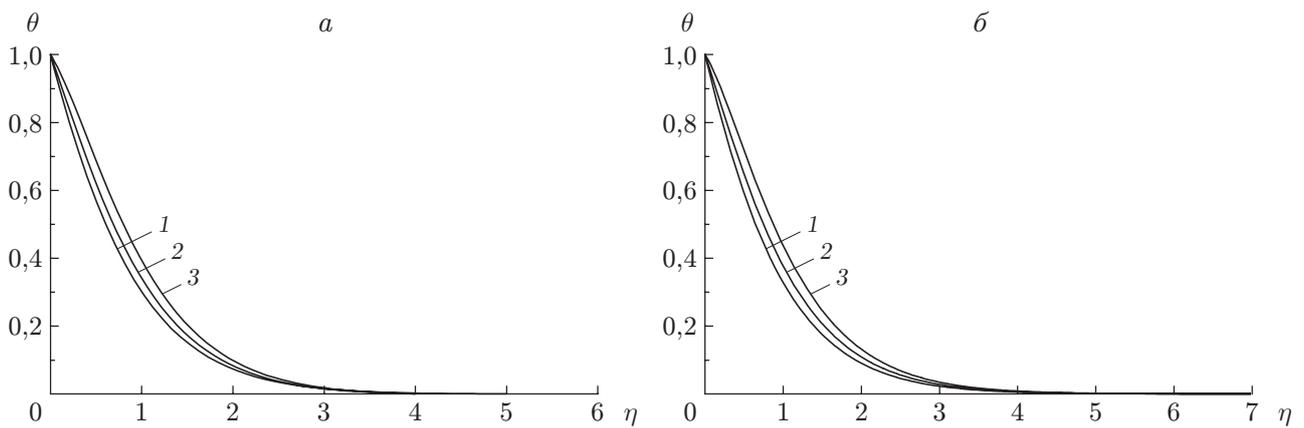


Рис. 3. Зависимость температуры от параметра  $\eta$  при  $Le = 1,0, N = 1, \chi = 0,5, R = 0,5, Sr = 0,1, \xi = -2, Pr = 10$  и различных значениях числа Дюфура:  $a - n = 0,5, б - n = 1,5; 1 - Df = 0,03, 2 - Df = 0,05, 3 - Df = 0,075$

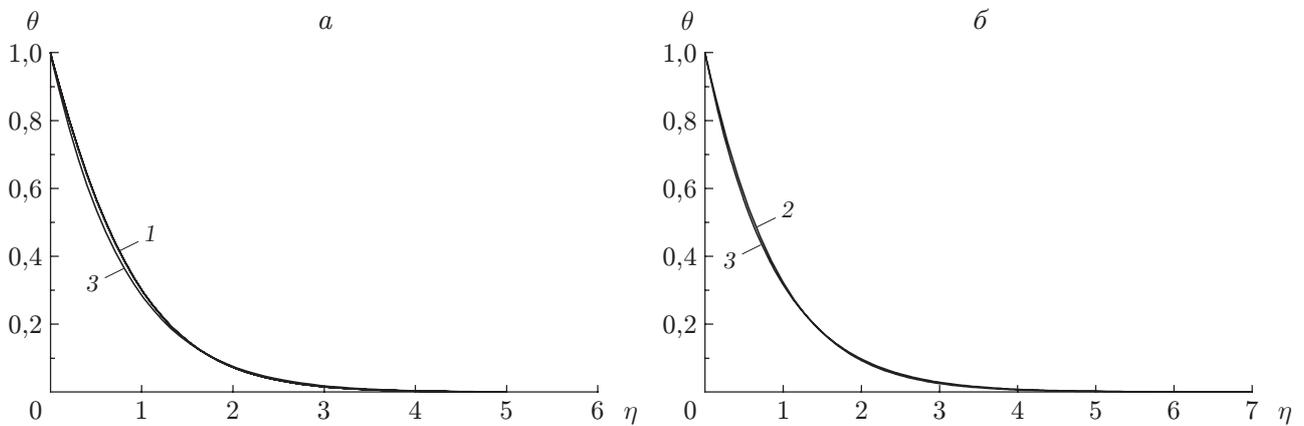


Рис. 4. Зависимость температуры от параметра  $\eta$  при  $Le = 1,0, N = 1, \chi = 0,5, R = 0,5, Df = 0,03, \xi = -2, Pr = 10$  и различных значениях числа Соре:  $a - n = 0,5, б - n = 1,5; 1 - Sr = 0,1, 2 - Sr = 0,6, 3 - Sr = 1,4$

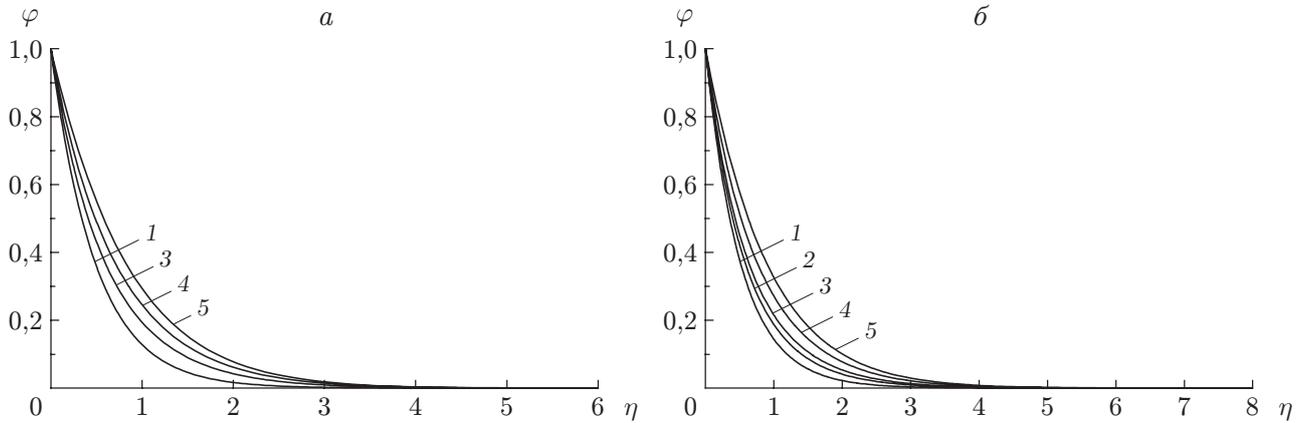


Рис. 5. Зависимость концентрации от параметра  $\eta$  при  $Le = 1,0$ ,  $N = 1$ ,  $\chi = 0,5$ ,  $R = 0,5$ ,  $Df = 0,03$ ,  $\xi = -2$ ,  $Pr = 10$  и различных значениях числа  $Sr$ :

$a$  —  $n = 0,5$ ,  $b$  —  $n = 1,5$ ; 1 —  $Sr = 0,1$ , 2 —  $Sr = 0,4$ , 3 —  $Sr = 0,6$ , 4 —  $Sr = 1,0$ , 5 —  $Sr = 1,4$

Таблица 4

Значения функций  $-\theta'(\xi, 0)$  и  $-\varphi'(\xi, 0)$  при  $\chi = 0,5$ ,  $Le = 1$ ,  $N = 1$ ,  $Sc = 0,6$ ,  $Pr = 10$

| $\xi$ | $n$ | $R$ | $Df$  | $Sr$ | $-\theta'(\xi, 0)$ | $-\varphi'(\xi, 0)$ |
|-------|-----|-----|-------|------|--------------------|---------------------|
| -2,0  | 0,5 | 0,5 | 0,03  | 1,0  | 1,1502             | 1,4555              |
| -1,0  | 0,5 | 0,5 | 0,03  | 1,0  | 0,7558             | 0,9228              |
| 0     | 0,5 | 0,5 | 0,03  | 1,0  | 0,4717             | 0,5380              |
| 0,2   | 0,5 | 0,5 | 0,03  | 1,0  | 0,4262             | 0,4785              |
| 0,5   | 0,5 | 0,5 | 0,03  | 1,0  | 0,3648             | 0,3993              |
| -2,0  | 1,5 | 0,5 | 0,03  | 1,0  | 1,0836             | 1,3853              |
| -1,0  | 1,5 | 0,5 | 0,03  | 1,0  | 0,6117             | 0,7621              |
| 0     | 1,5 | 0,5 | 0,03  | 1,0  | 0,2699             | 0,3021              |
| 0,2   | 1,5 | 0,5 | 0,03  | 1,0  | 0,2225             | 0,2415              |
| 0,5   | 1,5 | 0,5 | 0,03  | 1,0  | 0,1628             | 0,1683              |
| -2,0  | 0,5 | 0   | 0,03  | 0,1  | 1,4976             | 1,9888              |
| -2,0  | 0,5 | 2,0 | 0,03  | 0,1  | 0,5575             | 2,0753              |
| -2,0  | 0,5 | 5,0 | 0,03  | 0,1  | 0,3230             | 2,1036              |
| -2,0  | 1,5 | 0   | 0,03  | 0,1  | 1,4439             | 1,9310              |
| -2,0  | 1,5 | 2,0 | 0,03  | 0,1  | 0,4989             | 1,9914              |
| -2,0  | 1,5 | 5,0 | 0,03  | 0,1  | 0,2702             | 2,0070              |
| -2,0  | 0,5 | 0,5 | 0,03  | 0,1  | 1,0231             | 2,0286              |
| -2,0  | 0,5 | 0,5 | 0,05  | 0,1  | 0,7614             | 2,0495              |
| -2,0  | 0,5 | 0,5 | 0,075 | 0,1  | 0,4279             | 2,0760              |
| -2,0  | 1,5 | 0,5 | 0,03  | 0,1  | 0,9666             | 1,9609              |
| -2,0  | 1,5 | 0,5 | 0,05  | 0,1  | 0,7039             | 1,9772              |
| -2,0  | 1,5 | 0,5 | 0,075 | 0,1  | 0,3695             | 1,9980              |
| -2,0  | 0,5 | 0,5 | 0,03  | 0,1  | 1,0231             | 2,0286              |
| -2,0  | 0,5 | 0,5 | 0,03  | 0,4  | 1,0612             | 1,8514              |
| -2,0  | 0,5 | 0,5 | 0,03  | 0,6  | 1,0889             | 1,7258              |
| -2,0  | 0,5 | 0,5 | 0,03  | 1,0  | 1,1488             | 1,4539              |
| -2,0  | 0,5 | 0,5 | 0,03  | 1,4  | 1,2151             | 1,1506              |
| -2,0  | 1,5 | 0,5 | 0,03  | 0,1  | 0,9668             | 1,9609              |
| -2,0  | 1,5 | 0,5 | 0,03  | 0,4  | 1,0034             | 1,7839              |
| -2,0  | 1,5 | 0,5 | 0,03  | 0,6  | 1,0285             | 1,6578              |
| -2,0  | 1,5 | 0,5 | 0,03  | 1,0  | 1,0836             | 1,3853              |
| -2,0  | 1,5 | 0,5 | 0,03  | 1,4  | 1,1452             | 1,0813              |

Анализ данных, приведенных в табл. 4, показывает, что локальные числа Нуссельта и Шервуда оказывают влияние на рассматриваемый физический процесс. Видно, что и при  $n = 0,5$  (псевдопластическая жидкость), и при  $n = 1,5$  (дилатантная жидкость) локальные числа Нуссельта и Шервуда увеличиваются при отсосе и уменьшаются при вдуве. При наличии излучения локальное число Шервуда увеличивается, а локальное число Нуссельта уменьшается как для псевдопластической жидкости, так и для дилатантной. При  $n = 0,5; 1,5$  с увеличением числа Дюфура локальное число Нуссельта уменьшается, а с увеличением числа  $Co_{re}$  увеличивается. Кроме того, в случае вязкой жидкости со степенным уравнением состояния при  $n = 0,5; 1,5$  локальное число Шервуда увеличивается с увеличением числа Дюфура и уменьшается с увеличением числа  $Co_{re}$ .

**Заключение.** Исследовано влияние тепловой диффузии и диффузионной теплопроводности на тепломассоперенос при смешанной конвекции неньютоновской жидкости со степенным уравнением состояния вблизи пористой вертикальной пластины, погруженной в пористую среду, при наличии теплового излучения. С использованием локального метода неавтономных решений решена система нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. В результате исследования обнаружено, что как для псевдопластической жидкости, так и для дилатантной локальное число Нуссельта увеличивается с увеличением параметра отсоса  $Co_{re}$  и уменьшается с увеличением числа вдува Дюфура, в то время как локальное число Шервуда уменьшается с увеличением параметра  $Co_{re}$  и увеличивается с увеличением параметра излучения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Cheng P., Minkowycz W. J.** Free convection about a vertical flat plate embedded in a porous medium with application to heat transfer from a dike // *J. Geophys. Res.* 1977. V. 82. P. 2040–2044.
2. **Hooper W. B., Chen T. S., Armaly B. F.** Mixed convection from a vertical plate in porous media with surface injection or suction // *Numer. Heat Transfer.* 1993. V. 25. P. 317–329.
3. **Sparrow E. M., Quack H., Boerner C. J.** Local non-similarity boundary-layer solutions // *AIAA J.* 1970. V. 8. P. 1936–1942.
4. **Sparrow E. M., Yu H. S.** Local nonsimilarity thermal boundary-layer solutions // *Trans. ASME. J. Heat Transfer.* 1971. V. 93. P. 328–332.
5. **White D. A.** Non-Newtonian flow in porous media // *Chem. Engng Sci.* 1967. V. 22. P. 669–672.
6. **Pascal H., Pascal J. P.** Nonlinear effects of non-Newtonian fluids on natural convection in a porous medium // *Physica D.* 1989. V. 40. P. 393–402.
7. **Pascal J. P., Pascal H.** Free convection in a non-Newtonian fluid saturated porous medium with lateral mass flux // *Intern. J. Non-Linear Mech.* 1997. V. 32. P. 471–482.
8. **Subhas A., Veena P.** Visco-elastic fluid flow and heat transfer in a porous medium over a stretching sheet // *Intern. J. Non-Linear Mech.* 1998. V. 33. P. 531–540.
9. **Jumah R. Y., Mujumdar A. S.** Natural convection heat and mass transfer from a vertical flat plate with variable wall temperature and concentration to power-law fluids with yield stress in a porous medium // *Chem. Engng Comm.* 2001. V. 185. P. 165–182.
10. **Prasad K. V., Abel S., Datti P. S.** Diffusion of chemically reactive species of a non-Newtonian fluid immersed in a porous medium over a stretching sheet // *Intern. J. Non-Linear Mech.* 2003. V. 38. P. 651–657.
11. **Cheng C.-Y.** Natural convection heat and mass transfer of non-Newtonian power law fluids with yield stress in porous media from a vertical plate with variable wall heat and mass fluxes // *Intern. Comm. Heat Mass Transfer.* 2006. V. 33. P. 1156–1164.

12. **Hameed M., Nadeem S.** Unsteady MHD flow of a non-Newtonian fluid on a porous plate // *J. Math. Anal. Appl.* 2007. V. 325. P. 724–733.
13. **Bataller R. C.** On unsteady gravity flows of a power-law fluid through a porous medium // *Appl. Math. Comput.* 2008. V. 196. P. 356–362.
14. **Murthy P. V. S. N., Mukherjee S., Srinivasacharya D., Krishna P. V. S. S. R.** Combined radiation and mixed convection from a vertical wall with suction/injection in a non-Darcy porous medium // *Acta Mech.* 2004. V. 168. P. 145–156.
15. **Abel S., Prasad K. V., Mahaboob A.** Buoyancy force and thermal radiation effects in MHD boundary layer visco-elastic fluid flow over continuously moving stretching surface // *Intern. J. Therm. Sci.* 2005. V. 44. P. 465–476.
16. **Mahmoud M. A. A., Mahmoud M. A., Waheed S. E.** Hydromagnetic boundary layer micropolar fluid flow over a stretching surface embedded in a non-Darcian porous medium with radiation // *Math. Probl. Engng.* 2006. Article ID 39392. P. 1–10.
17. **Krishnambal S., Anuradha P.** Effect of radiation on the flow of a visco-elastic fluid and heat transfer in a porous medium over a stretching sheet // *J. Appl. Sci.* 2006. V. 6. P. 2901–2906.
18. **Eckert E. R. G.** Analysis of heat and mass transfer / E. R. G. Eckert, R. M. Drake. N. Y.: McGraw Hill, 1972.
19. **Postelnicu A.** Influence of a magnetic field on heat and mass transfer by natural convection from vertical surfaces in porous media considering Soret and Dufour effects // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 2004. V. 47. P. 1467–1472.
20. **Eldabe N. T., El-Saka A. G., Fouad A.** Thermal-diffusion and diffusion-thermo effects on mixed free-forced convection and mass transfer boundary layer flow for non-Newtonian fluid with temperature dependent viscosity // *Appl. Math. Comput.* 2004. V. 152. P. 867–883.
21. **Postelnicu A.** Influence of chemical reaction on heat and mass transfer by natural convection from vertical surfaces in porous media considering Soret and Dufour effects // *Heat Mass Transfer.* 2007. V. 43. P. 595–602.
22. **Partha M. K., Murthy P. V. S. N., Raja Sekhar G. P.** Soret and Dufour effects in a non-Darcy porous medium // *J. Heat Transfer.* 2006. V. 128. P. 605–610.
23. **Kafoussias N. G., Williams E. W.** Thermal-diffusion and diffusion thermo effects on mixed free-forced convective and mass transfer boundary layer flow with temperature dependent viscosity // *Intern. J. Engng Sci.* 1995. V. 33. P. 1369–1384.
24. **Lakshmi P. A., Murthy P. V. S. N.** Soret and Dufour effects on free convection heat and mass transfer from a horizontal flat plate in a Darcy porous medium // *J. Heat Transfer.* 2008. V. 130. P. 104504-1–104504-5.
25. **Chamkha A. J., Ben-Nakhi A.** MHD mixed convection-radiation interaction along a permeable surface immersed in a porous medium in the presence of Soret and Dufour's effects // *Heat Mass Transfer.* 2008. V. 44. P. 845–856.
26. **Hayat T., Mustafa M., Pop I.** Heat and mass transfer for Soret and Dufour's effect on mixed convection boundary layer flow over a stretching vertical surface in a porous medium filled with a viscoelastic fluid // *Comm. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* 2010. V. 15. P. 1183–1196.
27. **Anwar Bég O., Bakier A. Y., Prasad V. R.** Numerical study of free convection magnetohydrodynamic heat and mass transfer from a stretching surface to a saturated porous medium with Soret and Dufour effects // *Comput. Materials Sci.* 2009. V. 46. P. 57–65.
28. **Chamkha A. J., Jasem M. A.** Mixed convection heat and mass transfer of non-Newtonian fluids from a permeable surface embedded in a porous medium // *Intern. J. Numer. Methods Heat Fluid Flow.* 2007. V. 17. P. 195–212.

29. **Christopher R. V., Middlemann S.** Power-law through a packed tube // Ind. Engng Chem. Fundam. 1965. V. 4. P. 424–426.
30. **Dharmadhikari R. V., Kale D. D.** Flow of non-Newtonian fluids through porous media // Chem. Engng Sci. 1985. V. 40. P. 527–529.
31. **Raptis A.** Flow of a micropolar fluid past a continuously moving plate by the presence of radiation // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1998. V. 41. P. 2865–2866.
32. **Raptis A.** Radiation and viscoelastic flow // Intern. Comm. Heat Mass Transfer. 1999. V. 26. P. 889–895.

*Поступила в редакцию 7/VIII 2011 г.*

---