

в докритическом потоке выполняется обратное неравенство. На постановку граничных условий, как и в случае дифференциальных уравнений, влияет поведение характеристик на границе. В частности, на границе втекания жидкости нужно ставить разное количество граничных условий для докритического и сверхкритического потоков. Контроль за выполнением условий гиперболичности важен и при численном расчете течений. При этом если условия гиперболичности выполнены при $t = 0$, а гладкое решение системы (1.9) удовлетворяет условию $Z \neq 0$ в полосе $0 \leq t \leq t_0$, то данные при $t = t_0$ тоже соответствуют области гиперболичности уравнений (1.9) (гомотопные векторные поля имеют одинаковое вращение [6]).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 93-013-17621).

ЛИТЕРАТУРА

1. Varley E., Blythe P.A. Long eddies in sheared flows // Stud. Appl. Math. — 1983. — V. 68. — P. 103.
2. Sachdev P.L., Varughese Philip. Exact simple waves on shear flows in a compressible barotropic medium // Stud. Appl. Math. — 1988. — V. 79. — P. 193.
3. Тешуков В.М. О гиперболичности уравнений длинных волн // ДАН СССР. — 1985. — Т. 284, № 3. — С. 555.
4. Мухелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. — М.: Наука, 1968.
5. Rosenbluth M., Simon A. Necessary and sufficient condition for the stability of plane parallel inviscid flow // Phys. Fluids. — 1964. — V. 7, N 4. — P. 557.
6. Красносельский М.А., Перов А.И., Павловский А.И. и др. Векторные поля на плоскости. — М.: Физматгиз, 1963.

г. Новосибирск

Поступила 22/II 1994 г.

УДК 532.529

В.Ф. Волков, А.В. Федоров, В.М. Фомин

ПРОБЛЕМА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОТОКА С ОБЛАКОМ ЧАСТИЦ

Волновая картина, возникающая при взаимодействии ударных волн (УВ) с облаками частиц, имеет важное значение при изучении процессов инициирования реагирующих газовзвесей, подъема пыли за фронтом лидирующей УВ, демпфирования ударных волн пылевыми завесами и т.д. В зависимости от начальных параметров эти течения в грубом приближении могут сводиться к следующим [1—3]:

- движение с коллективной УВ, которая стоит (движется) перед облаком частиц или присоединена к его передней кромке (режим 1),
- течение газовзвеси, каждая частица которой обладает индивидуальной УВ (режим 2).

В [4, 5] приведена простая количественная оценка максимального числа Маха M_2 непрерывной фазы за фронтом УВ, которая прошла через частицу (скорость ее в начальный момент равна нулю):

$$M_2 = 2(M_0^2 - 1) \{ [M_0^2(\gamma - 1) + 2] [2\gamma M_0^2 - (\gamma - 1)] \}^{-1/2}.$$

Результаты расчетов по этой формуле, приведенные в таблице, показывают, что при $M_0 > M_0(\gamma)$ абсолютная скорость за фронтом УВ будет сверхзвуковой и вблизи каждой частицы образуется индивидуальная УВ (M_0 — число Маха набегающей УВ, γ — показатель адиабаты газа).

© В.Ф. Волков, А.В. Федоров, В.М. Фомин, 1994

В соответствии с представлениями, кратко приведенными в [1], перед некоторой парой отдельно взятых частиц в случае перекрытия трансзвуковых ударных слоев может образоваться общая или коллективная УВ. Критерий ее образования сформулирован в терминах λ , λ_* ($\lambda = l/d$, l — среднее расстояние между телами, d — диаметр частицы, индексом * отмечены параметры трансзвуковой зоны) в виде

| γ | M_n | | | |
|----------|-------|------|------|------|
| | 2,0 | 2,5 | 3,5 | 4,5 |
| 1,35 | 1,01 | 1,26 | 1,57 | 1,73 |
| 1,4 | 0,96 | 1,20 | 1,47 | 1,61 |
| 1,45 | 0,92 | 1,14 | 1,39 | 1,51 |

$$(1) \quad l/d < l^*/d.$$

По мере разгона частицы относительное число Маха уменьшается, и при $M_2 \leq 1$ индивидуальная УВ вблизи каждой частицы исчезает. Анализ волновой картины обтекания облака частиц сверхзвуковым потоком проводился в [1] на основе результатов расчетов по сверхзвуковому обтеканию эллипсоидов [6] и привел к заключению, что появления коллективной УВ в условиях работы [2] ожидать не следует.

В [7] приведены данные экспериментов по обтеканию совокупности частиц бронзы ($d = 80$ мкм), магния ($d = 300$ мкм), которые продемонстрировали, что переход от режима 2 к режиму 1 происходит с ростом объемной концентрации частиц. При этом для интерпретации экспериментальных результатов использовался критерий (1), переформулированный в терминах объемной концентрации частиц m_2 и заключающийся в том, что существует некоторое предельное значение $m_2 = m_{2*}$ при превышении которого возникает коллективная УВ.

Представляется интересным детальное исследование аэродинамической интерференции частиц облака под действием сверхзвукового потока, возникающего за проходящей УВ.

Постановка задачи. Имеется облако частиц, расположенное в пространстве и являющееся конечным вдоль направления одной из осей. Изучим проблему падения УВ на передний фронт облака, который будем моделировать совокупностью частиц (чешуек), тел с заостренной передней частью, вытянутых в одном направлении (рис. 1).

Проанализируем картину течения, возникающего при обтекании чешуек 1 и 2, расположенных на верхней кромке облака.

В случае сверхзвукового течения за падающей УВ ($M_2 > 1$) у частиц с заостренной передней кромкой реализуется присоединенный скачок. В целом возникает сложная картина интерференции (взаимодействия) УВ между собой и поверхностью тела.

Результирующая аэродинамическая сила, действующая на частицу, определяется выражением

$$F = \int C_p(x, y, z) dS.$$

Здесь интегрирование ведется по поверхности тела. В системе координат, связанной с телом, $F = X_i + Y_j + Zk$, X — компонента силы лобового сопротивления без учета вязкости, Y — компонента подъемной силы, Z — компонента боковой силы, dS — вектор элемента площади поверхности тела, $C_p = \Delta p/q$ — коэффициент давления, $\Delta p = p - p_0$, p , p_0 — текущее давление и давление набегающего потока, q — скоростной напор. Ось Y направлена во внутреннюю сторону частицы (внутренняя сторона — поверхность частицы, обращенная к соседней).

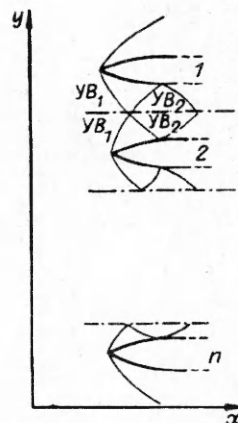


Рис. 1

В центральной части облака, т.е. для частиц, имеющих со всех сторон соседние (частица 2), картина течения и взаимодействия УВ симметрична относительно оси частицы 2. В этом случае распределение коэффициента давления по поверхности тела есть функция от x и в каждом поперечном сечении тела $C_p = C_p(x) = \text{const}$, тогда компоненты сил $Y = \int C_p dS_y = 0$, $Z = \int C_p dS_z = 0$ и результирующая сила направлена по оси x .

На боковой кромке облака при отсутствии соседней частицы на внешней стороне периферийной частицы картина течения и взаимодействия УВ перестает быть симметричной. В этом случае система падающих и отраженных волн создает зоны повышенного давления только на внутренней поверхности частицы. Реализуется картина обтекания, представленная в [8, 9].

Очевидно, что сила расталкивания Y зависит как от числа зон повышенного давления, так и от интенсивности давления в этих зонах.

Для случая, когда расстояние между частицами соизмеримо с их диаметром, число зон повышенного давления определяется целой частью величины (2)

$$K = L \operatorname{tg}(\beta) / (l - d).$$

Здесь L — длина частицы; β — угол наклона УВ.

Для $K < 1$ головная УВ пересекает ось соседней частицы за кормовой частью. Сверхзвуковая интерференция отсутствует. Частица обтекается, как изолированное тело. При $K > 1$ реализуется сверхзвуковая интерференция частиц.

Следует отметить, что критерий K справедлив при регулярном взаимодействии как головных скачков, так и внутренних скачков при регулярном отражении от поверхности тела. Однако в зависимости от θ_k (угол наклона передней кромки чешуйки к ее оси) и M_0 при фиксированном расстоянии между телами возможно нерегулярное отражение и взаимодействие УВ. Это может привести к образованию маховской конфигурации и-появлению коллективной УВ. Данное замечание говорит о том, что при фиксированной концентрации частиц изменение их локальных геометрических параметров также может привести к коллективной УВ.

Остановимся далее на выявлении механизма диспергирования переднего фронта ограниченного облака частиц. Для наших целей представляет интерес картина распределения давления на поверхности первой периферийной чешуйки в различных сечениях вниз по потоку в зависимости от азимутального угла φ ($\varphi = 0$ — внутренняя сторона, $\varphi = 180^\circ$ — внешняя сторона частицы по отношению к плоскости взаимодействия, лежащей между телами, в цилиндрической системе координат ось X направлена по оси тела). Картина распределения давления по телу зависит от числа взаимодействий УВ и волн разрежения с ее поверхностью и определяется соотношением (2). Степень поджатия потока зависит от интенсивности падающих УВ и местного угла падения к поверхности тела.

На рис. 2 приведено распределение $C_p = (p - p_0) / q_0$ для различных сечений x при $M_0 = 4,017$ и $\varphi \in [0 - 180^\circ]$, полученное на основе числен-

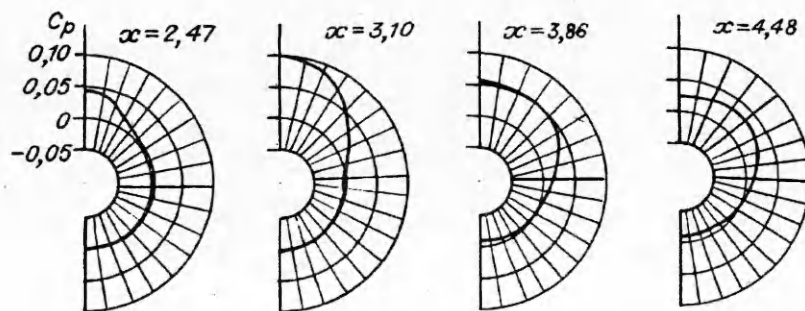


Рис. 2

ного решения задачи о пространственном сверхзвуковом взаимодействии двух тел [9].

В системе координат, связанной с частицей, ось Y направлена во внешнюю сторону взаимодействующих частиц. Значение ΔY — силы, действующей на вырезаемый элемент площади (частицы) плоскостями $x = \text{const}$, $x = \text{const} + \Delta x$, определяется производной (градиентом) от коэффициента давления C_p по направлению φ .

В частности, при $\partial C_p / \partial \varphi < 0$ $\Delta Y > 0$ и на частицу действуют силы отталкивания, при $\partial C_p / \partial \varphi > 0$ $\Delta Y < 0$ и на частицу действуют силы притяжения. Оказалось, что в условиях обтекания, исследованных в [9], реализуется сила расталкивания.

В [10] описаны эксперименты по определению сил интерференции двух тел вращения с оживальной и конической головными частями. Они также показали в широком диапазоне расстояний между телами l и удлинений цилиндрической части $\lambda_{\text{ц}}$ наличие сил отталкивания. Следует отметить, что силы притяжения реализуются в данных эксперимента [10] в очень узком диапазоне $(R, \lambda_{\text{ц}}) \in (1,1; 1,3) \times (3,0; 5,0)$. Это позволяет нам на первом этапе исследования пренебречь влиянием области расталкивания.

Реализация режима отталкивания между первой и второй частицами приводит к тому, что под действием УВ₁ (рис. 1) частицы 1 и 2 расходятся. Это может служить одним из возможных механизмов диспергирования облака под действием УВ.

Проанализируем на основе вышеизложенного результаты экспериментов по взаимодействию УВ с облаком частиц.

Задача 1. Имеется компактное облако частиц оргстекла, на которое набегают УВ ($M_0 = 4,7$, $\Delta t = 40$ мкс, рис. 4.4 из [11]). На первой фотографии видна УВ, падающая на облако. Последующие демонстрируют, как передний фронт облака постепенно заостряется. Здесь протекают, по-видимому, два процесса. Первый заключается в том, что под действием аэродинамического взаимодействия периферийные частицы отщелкиваются от ядра, а затем конвективным переносом сносятся вниз по потоку. При этом течение газа вызывает дополнительную подъемную силу за счет обтекания частиц под углом атаки.

Задача 2. Пусть УВ скользит вдоль стенки канала, так что за ее фронтом происходит подъем пыли.

Данная проблема привлекала внимание многочисленных исследователей, которые использовали для объяснения механизма подъема пыли различные гипотезы относительно сил, действующих на частицу.

Краткий обзор подобных работ приведен в [11]. Изучение проводится в основном в режиме одиночных частиц, когда поле течения газа формируется за счет взаимодействия УВ с пограничным слоем. Существенным моментом предлагаемых математических моделей является необходимость задания ненулевой вертикальной скорости v_y^0 отдельных частиц. Как правило, анализ причин механизма отскока частиц при $t = 0$ не дается, эти математические модели лишь предсказывают эволюцию частицы, имеющей при $t = 0$ заданную v_y^0 .

В [10] для описания подъема частиц предлагается использование силы Магнуса, действующей на частицу, вращающуюся в потоке газа. Считается, что частица находится в поступательном движении со скоростью $v_x(t)$, которое сообщается ей потоком газа, движущимся со скоростью v_g вдоль оси x . Предполагается, что $C_u = 0,7$, ρ_g , v_g — постоянные величины. Это позволяет при некоторых ограничениях выписать интегралы движения частицы для обеих компонент ее вектора скорости. Существенной константой данной математической модели является, кроме того, v_0 — поступательная скорость частицы до момента удара о другую, для которой дана некоторая количественная оценка.

Предложим простую количественную модель подъема частицы, свободную от необходимости задания трудноконтролируемого параметра v_0 с привлечением вышеизложенных воззрений.

Для схематизации движения будем считать, что по внешней стороне краевой частицы действует давление $p_1 < p_2$ (p_2 — давление, действующее по внутренней стороне частицы). Тогда уравнение движения частицы имеет вид [12]

$$(3) \quad m \frac{dv}{dt} = \Delta p S, \quad \Delta p = p_2 - p_0 = 0,5\gamma p_0 M_0^2 C_p,$$

где $m = 4\pi r^3 \rho_{22} / 3$; r — эффективный радиус частицы; ρ_{22} — истинная плотность материала; p_0 — давление перед УВ; $S = 4\pi r^2$.

Подъем частицы можно представить себе как следующий заключительный процесс. Первоначально краевая частица находится в условиях воздействия интерференционной силы, возникающей от взаимодействия УВ. Под ее действием она сдвигается в положение, когда $C_p(t_b) = 0$ (t_b — время выхода на состояние, в котором сила расталкивания равна нулю). Затем вторая частица играет роль первой (краевой), и процесс повторяется сначала. Подобного рода дискретный процесс заменим непрерывным с некоторым эффективным значением коэффициента C_p , полученным путем осреднения на интервале $t \in [0, t_b]$.

Заметим, что для более легкой частицы подъем на высоту, где отсутствует силовое взаимодействие, проходит за меньшее время ($t_0 < t_s$), поэтому можно ожидать, что среднее значение C_p легких частиц может быть отличным от такового для тяжелых частиц.

Уравнение (3) должно удовлетворять данным Коши

$$(4) \quad v(0) = 0.$$

Решение задачи (3), (4) выписывается в явном виде

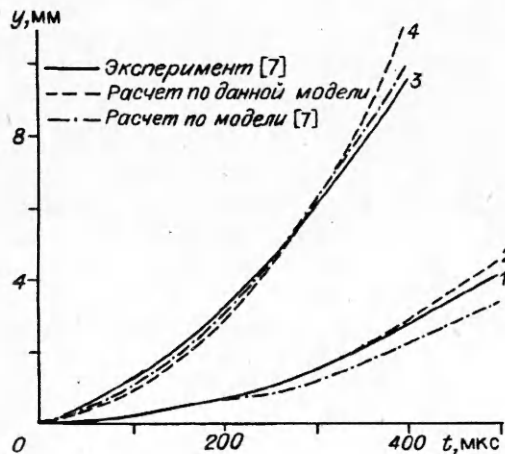
$$y = at^2/2, \quad a = 1,5\gamma p_0 M_0^2 C_p / (\rho_{22}).$$

На рис. 3 приведены зависимости высоты подъема частиц бронзы (кривые 1, 2) и оргстекла (кривые 3, 4) в потоке за скользящей УВ. Как видно, при $C_{p_b} = 0,02$ имеет место удовлетворительное совпадение с экспериментом. Выбор $C_{p_0} = 0,0108$ (оргстекло) приводит также к неплохому согласованию траекторий. Это позволяет утверждать, что механизм подъема пыли, основанный на аэродинамической интерференции частиц, описывает существенные черты явления.

Таким образом, в работе качественно проанализирована картина аэродинамического взаимодействия частиц в облаке. Указано на возможность

существования между частицами расталкивающей силы, и дан критерий ее существования. На основе этих представлений предложена простая количественная модель подъема пыли за фронтом УВ, удовлетворительно описывающая эксперименты.

Авторы благодарны В.М. Бойко за полезные беседы по затронутым вопросам. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (93—013—16405).



Р и с. 3

ЛИТЕРАТУРА

1. Благосклонов В.И., Кузнецов В.М., Минайлос А.Н. и др. О взаимодействии гиперзвуковых неоднородных течений // ПМТФ. — 1979. — № 5. — С. 59—67.
2. Boiko V.M., Fedorov A.V., Papyrin A.N., Soloukhin R.I. Ignition of small particles behind shock waves // Shock Waves, Explosions and Detonations. — N.Y., 1983. — P. 71—87. — (Progr. Astronaut. and Aeronaut.; V. 87).
3. Федоров А.В. Структура комбинированного разрыва в газовзвесах при наличии хаотического давления частиц // ПМТФ. — 1992. — № 4. — С. 36—41.
4. Медведев А.Е., Федоров А.В., Фомин В.М. Воспламенение частиц металла в высокотемпературном потоке за ударной волной. — Новосибирск, 1981. — (Препр. / АН СССР, Сиб. отд-ние, ИТПМ; № 33—81).
5. Медведев А.Е., Федоров А.В., Фомин В.М. Математическое моделирование воспламенения частиц металла в высокотемпературном потоке за ударной волной // ФГВ. — 1982. — № 3. — С. 5—13.
6. Минайлос А.Н. Параметры подобия и аппроксимационные зависимости осесимметричного сверхзвукового течения у эллипсоида // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1973. — № 3.
7. Бойко В.М. Исследование динамики ускорения, разрушения и воспламенения частиц за ударными волнами методами лазерной визуализации: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. — Новосибирск, 1984.
8. Демьяненко В.С., Дерунов Е.К. Экспериментальное исследование интерференции тел вращения при сверхзвуковых скоростях: Сб. науч. тр. / АН СССР, Сиб. отд-ние, ИТПМ. — Новосибирск, 1980.
9. Волков В.Ф. Алгоритм численного решения задач пространственного сверхзвукового взаимодействия двух тел. — Новосибирск, 1987. — (Препр. / АН СССР, Сиб. отд-ние, ИТПМ; № 29—87).
10. Бойко В.М., Папырин А.Н. О динамике образования газовзвеси за ударной волной, скользящей вдоль поверхности сыпучей среды // ФГВ. — 1987. — № 2. — С. 122—126.
11. Поплавский С.В. Исследование нестационарного взаимодействия ударных волн с пылегазовыми взвесями: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. — Новосибирск, 1992.
12. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. I. — М.: Наука, 1987.

г. Новосибирск

Поступила 4/1 1994 г.,
в окончательном варианте — 27/1 1994 г.

УДК 533.6.011 : 534.115

В.С. Дёмин, С.А. Гапонов

УСЛОВИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ АВТОКОЛЕБАНИЙ В ТРУБЕ ПРИ НАТЕКАНИИ НА ЕЕ ВХОД ПОТОКА ГАЗА

При изучении автоколебаний технические конструкции, в полости которых возникают одномерные продольные автоколебания, можно рассматривать как длинную трубу (длина много больше диаметра). Во многих случаях источник энергии этих колебаний — механическая энергия неоднородного потока, набегающего на вход трубы, а колебания возникают вследствие потери устойчивости течения в трубе к малым возмущениям. Неоднородность набегающего потока делает течение на входе в трубу существенно неоднородным. Точное решение неоднородной задачи об устойчивости течения к малым возмущениям возможно численными методами [1]. Но, поскольку колебания внутри длинной трубы одномерны, можно допустить, что эти колебания определяются осредненными по сечению трубы параметрами натекающего потока. Задача становится одномерной. Это упрощает расчет устойчивости течения и делает наглядной физическую сущность взаимодействия неоднородного потока с колебаниями в трубе.

Такой подход используется в работах [2, 3], где короткие в сравнении с длиной трубы участки со сложным течением считаются разрывом (грани-