УДК 536.25

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕНОСА ТЕПЛА И МАССЫ И НЕОБРАТИМЫХ ПРОЦЕССОВ В ЗАМКНУТОЙ НАКЛОННОЙ КАМЕРЕ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ОТНОШЕНИЯХ ДЛИН ЕЕ СТОРОН

Ф. Уеслати[*,**], Б. Бен-Бея[**]

[*] Университет г. Эль-Бахе, 6543 Эль-Бахе, Саудовская Аравия
[**] Тунисский университет Эль-Манар, 2092 Тунис, Тунис
E-mails: fakher.oueslati@gmail.com, brahim.benbeya@fst.rnu.tn

Исследуется трехмерная задача о естественной конвекции тепла, массы и производстве энтропии в наклонной камере. Для решения уравнений задачи используются метод конечных объемов и многосеточный алгоритм. Исследовано влияние отношения длин сторон камеры, коэффициента плавучести и угла наклона камеры на характеристики течения и производство энтропии.

Ключевые слова: естественная конвекция, перенос тепла и массы, трехмерное течение, производство энтропии, наклонная камера.

DOI: 10.15372/PMTF20180112

Введение. В последнее время интенсивно исследуется перенос тепла и массы, происходящий вследствие наличия градиентов температуры и концентрации. Диффузионная конвекция происходит в атмосфере, океане, солнечных батареях, а также в различных биологических, химических, геофизических процессах [1].

Результаты исследований двумерных задач тепломассопереноса и течения жидкости в замкнутой камере приведены в работах [2–5]. В [4] изучалась диффузионная естественная конвекция в наклонной замкнутой камере, имеющей форму параллелепипеда. Установлено, что при увеличении числа Рэлея Ra или коэффициента плавучести N скорость переноса тепла и массы увеличивается. Также установлено, что при соответствующих угле наклона камеры и отношении длин ее сторон можно реализовать максимальную скорость передачи массы и тепла. В работе [5] в двумерной постановке исследовалась конвекция тепла и концентрации в наклонной камере. Показано, что при изменении угла наклона камеры в диапазоне $\gamma = 0 \div 90^\circ$ критическое число Грасгофа, при котором возникает стационарная неустойчивость, возрастает по экспоненциальному закону, а критическое число Грасгофа, при котором имеет место осциллирующая неустойчивость, убывает по экспоненциальному закону. Также в [5] обнаружено, что при угле наклона, меньшем критического, сначала, как правило, возникает колебательная неустойчивость. Диффузионная конвекция в наклонной камере, заполненной пористой средой, изучалась в работе [6]. Из результатов исследования следует, что при увеличении как отношения длин сторон камеры, так и угла наклона средние значения чисел Нуссельта и Шервуда уменьшаются. Числа Нуссельта и Шервуда увеличиваются при коэффициенте плавучести $N > -1$ и уменьшаются при $N < -1$.

Имеется небольшое количество работ, в которых изучается производство энтропии при диффузионной естественной конвекции, происходящее вследствие наличия необратимых процессов. В работе [7] в двумерной постановке анализируется влияние угла наклона камеры на характер необратимых процессов, происходящих при переносе тепла и массы. Установлено, что угол наклона существенно влияет на производство энтропии и скорость переноса тепла и массы. При умеренных значениях числа Льюиса полное производство энтропии увеличивается с увеличением теплового числа Грасгофа и коэффициента плавучести. Производство энтропии локализуется в верхней части нагретой и нижней части холодной стенок камеры. В работе [8] изучено влияние числа Рэлея, коэффициента плавучести и отношения длин сторон камеры на производство энтропии при турбулентной диффузионной естественной конвекции в прямоугольной камере. Установлено, что производство полной энтропии увеличивается с увеличением числа Рэлея и увеличивается по линейному закону с увеличением отношения длин сторон камеры. Скорость производства энтропии вследствие наличия необратимых процессов, обусловленных диффузией и изменением температуры, монотонно уменьшается с увеличением отношения длин сторон камеры, в то время как скорость производства энтропии вследствие наличия необратимых процессов, обусловленных вязкостью, монотонно увеличивается. В работе [9] в двумерной постановке численно изучен процесс производства энтропии при установившейся и неустановившейся диффузионной конвекции в камере с пористыми стенками и приведены результаты исследования влияния угла наклона и отношения длин сторон камеры на производство энтропии, скорость переноса тепла и массы, а также на характер течения жидкости. Установлено, что при некоторых значениях параметров производство энтропии имеет колебательный характер, при отношении длин сторон камеры, равном 0,5 и 1,0, оно является минимальным.

В большинстве работ исследуются двумерные задачи о переносе тепла и массы, в то время как изучению трехмерных задач о диффузионной конвекции посвящено незначительное число работ. Одной из первых таких работ является работа [10], в которой численно исследована диффузионная конвекция в кубической камере и показано, что при некоторых значениях параметров задачи течение жидкости нельзя моделировать двумерным течением. В работе [11] изучена бифуркация диффузионной конвекции в трехмерной камере при наличии препятствующих конвекции градиентов температуры и концентрации и проведено сравнение полученных результатов с результатами решения двумерной задачи. Обнаружены различные виды бифуркации и выделены те из них, при которых формируются двумерные течения. В работе [12] изучена конвекция тепла и массы в кубической камере, ограниченной стенками конечной толщины и заполненной воздухом, при наличии градиентов температуры и концентрации. Исследовано влияние коэффициента плавучести, числа Рэлея, безразмерного времени, теплопроводности и размера источника загрязнения на режимы переноса массы и тепла. В [12] установлено, что при числах Рэлея $\mathrm{Ra} > 10^5$ скорость переноса массы существенно зависит от теплопроводности. Трехмерная конвекция тепла и массы в кубической камере при наличии горизонтальных градиентов температуры и концентрации изучена в работе [13]. Получены значения числа Рэлея, коэффициента плавучести и числа Льюиса, при которых появляется бифуркация типа вилки, приводящая к изменению режима течения. Трехмерная естественная диффузионная конвекция и производство энтропии в вертикальном солнечном дистилляторе изучены в [14]. Установлено, что в равновесном состоянии (при $N = 1$) число Бежана является большим. Это означает, что при коэффициенте плавучести $N = 1$ основное влияние на необратимость процесса оказывает наличие градиентов температуры и концентрации вещества.

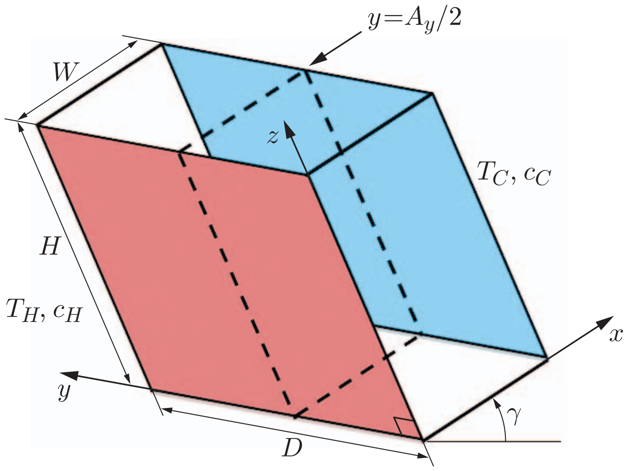


Рис. 1. Схема трехмерной наклонной камеры

При больших значениях N необратимость процесса обусловлена в основном наличием вязкости жидкости. При $N = 1$ распределение энтропии является трехмерным и имеет место достаточно сложная зависимость локального числа Нуссельта от коэффициента плавучести.

Из приведенного обзора работ следует, что исследования влияния отношения длин сторон камеры и угла ее наклона на скорость переноса тепла и массы и на производство энтропии при трехмерной диффузии не проводились.

Целью данной работы является исследование с использованием численных методов трехмерной диффузионной естественной конвекции в наклонной камере при различных отношениях длин ее сторон, а также изучение влияния коэффициента плавучести и угла наклона камеры на скорость переноса тепла и массы и на характер течения жидкости.

1. Физическая модель и основные уравнения. Геометрия трехмерной наклонной камеры в форме параллелепипеда шириной W, высотой H и глубиной D показана на рис. 1. Угол наклона камеры относительно горизонтальной плоскости равен γ. Рассмотрим параллелепипед, длины сторон которого удовлетворяют отношениям $A_x = 1$, $A_y = D/W = 2$, $A_z = H/W$. В данной работе расчеты проводятся при $A_z = 0{,}5$; $1{,}0$; $1{,}5$; $2{,}0$. Камера заполнена влажным воздухом с переменными температурой и концентрацией. На левой нагретой стенке камеры температура равна $T = T_H$, концентрация — $c = c_H$, на правой холодной стенке температура равна $T = T_C$, концентрация — $c = c_C$. Предполагается, что $T_H > T_C$, $c_H > c_C$. Две другие стенки полагаются теплоизолированными. Термофизические свойства несжимаемой жидкости считаются постоянными, за исключением плотности, переменность которой учитывается в соответствии с приближением Буссинеска только в членах, соответствующих силам плавучести. Зависимость плотности от температуры принимается в виде

$$\rho = \rho_0[1 - \beta_T(T - T_C) - \beta_c(c - c_C)],$$

где ρ_0 — плотность жидкости при температуре $T_0 = T_C$ и концентрации $c_0 = c_C$; $\beta_T = -(1/\rho_0)(\partial\rho/\partial T)_{P,c}$ и $\beta_c = -(1/\rho_0)(\partial\rho/\partial c)_{P,T}$ — коэффициенты теплового и концентрационного расширений соответственно. Заметим, что $\beta_T > 0$ и $\beta_c < 0$, т. е. молекулярная масса вещества больше молекулярной массы газа. С учетом принятых предположений уравнение сохранения массы, уравнения движения, переноса тепла и концентрации записываются в следующем виде:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0,$$

$$\begin{gathered}
\frac{\partial u}{\partial t} + u\,\frac{\partial u}{\partial x} + v\,\frac{\partial u}{\partial y} + w\,\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mathrm{Pr}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) + \mathrm{Ra}\,\mathrm{Pr}\,(\theta + NC)\sin\gamma, \\
\frac{\partial v}{\partial t} + u\,\frac{\partial v}{\partial x} + v\,\frac{\partial v}{\partial y} + w\,\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mathrm{Pr}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right), \\
\frac{\partial w}{\partial t} + u\,\frac{\partial w}{\partial x} + v\,\frac{\partial w}{\partial y} + w\,\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mathrm{Pr}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) + \mathrm{Ra}\,\mathrm{Pr}\,(\theta + NC)\cos\gamma, \\
\frac{\partial \theta}{\partial t} + u\,\frac{\partial \theta}{\partial x} + v\,\frac{\partial \theta}{\partial y} + w\,\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}, \\
\frac{\partial C}{\partial t} + u\,\frac{\partial C}{\partial x} + v\,\frac{\partial C}{\partial y} + w\,\frac{\partial C}{\partial z} = \frac{1}{\mathrm{Le}}\left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2}\right).
\end{gathered} \tag{1}$$

Здесь x, y, z, u, v, w, t, p, θ, C — безразмерные пространственные координаты, компоненты вектора скорости, время, гидродинамическое давление, температура и концентрация соответственно. Уравнения (1) записаны в безразмерных переменных с использованием характерных масштабов W, α/W, W^2/α, $\rho_0\alpha^2/W^2$, ΔT, Δc для пространственных координат, скорости, времени, давления, температуры и концентрации соответственно ($\Delta T = T_H - T_C$ и $\Delta c = c_H - c_C$). В (1) $\theta = (T - T_C)/\Delta T$; $C = (c - c_C)/\Delta c$; $\mathrm{Pr} = \nu/\alpha$ — число Прандтля; $N = \beta_c(c_H - c_C)/[\beta_T(T_H - T_C)]$ — коэффициент плавучести; $\mathrm{Ra} = gW^3\beta_T(T_H - T_C)/(\nu\alpha)$ — число Рэлея; $\mathrm{Le} = \alpha/d$ — число Льюиса; ν — кинематическая вязкость жидкости; α, d — коэффициенты диффузии тепла и массы соответственно; g — ускорение свободного падения; $\mathrm{Sc} = \mathrm{Pr}\,\mathrm{Le}$ — число Шмидта.

Все вычисления выполнены при $\mathrm{Pr} = 0{,}71$, $\mathrm{Le} = 0{,}85$, $\mathrm{Sc} = 0{,}6035$. Эти значения соответствуют диффузии пара в воздух.

На стенках камеры ставятся условия прилипания $u = v = w = 0$ и следующие краевые условия для температуры и концентрации:

$$x = 0: \quad \theta = C = 1, \qquad x = 1: \quad \theta = C = 0.$$

На других стенках задаются условия $\partial\theta/\partial n = \partial C/\partial n = 0$, где n — нормаль к поверхности.

Локальные числа Нуссельта и Шервуда определяются следующим образом:

$$\mathrm{Nu}\,(x) = -\frac{\partial \theta}{\partial x}\Big|_{x=0,1}, \qquad \mathrm{Sh}\,(x) = -\frac{\partial C}{\partial x}\Big|_{x=0,1},$$

средние числа Нуссельта и Шервуда на левой нагретой стенке камеры вычисляются по формулам

$$\overline{\mathrm{Nu}} = \frac{1}{A_y A_z}\int\limits_0^{A_y}\int\limits_0^{A_z} \mathrm{Nu}\,(x)\,dy\,dz, \qquad \overline{\mathrm{Sh}} = \frac{1}{A_y A_z}\int\limits_0^{A_y}\int\limits_0^{A_z} \mathrm{Sh}\,(x)\,dy\,dz.$$

При естественной конвекции тепла и массы происходят необратимые процессы вследствие переноса тепла, наличия трения в жидкости и диффузии вещества. В соответствии с принципом локального термодинамического равновесия в линейной теории переноса [14–16] при переносе тепла и массы в потоке жидкости безразмерная энтропия S^{loc} равна сумме энтропии S^{loc}_{th}, произведенной вследствие переноса тепла, энтропии S^{loc}_{fr}, произведенной вследствие наличия в жидкости трения, и энтропии S^{loc}_{dif}, произведенной вследствие диффузии вещества:

$$S^{loc} = S^{loc}_{th} + S^{loc}_{fr} + S^{loc}_{dif}.$$

Здесь

$$S_{th}^{loc} = \Big(\frac{\partial\theta}{\partial x}\Big)^2 + \Big(\frac{\partial\theta}{\partial y}\Big)^2 + \Big(\frac{\partial\theta}{\partial z}\Big)^2,$$

$$S_{fr}^{loc} = \varphi_1\Big\{2\Big[\Big(\frac{\partial u}{\partial x}\Big)^2 + \Big(\frac{\partial v}{\partial y}\Big)^2 + \Big(\frac{\partial w}{\partial z}\Big)^2\Big] + \Big(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\Big)^2 + \Big(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\Big)^2 + \Big(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\Big)^2\Big\},$$

$$S_{dif}^{loc} = \varphi_2\Big[\Big(\frac{\partial C}{\partial x}\Big)^2 + \Big(\frac{\partial C}{\partial y}\Big)^2 + \Big(\frac{\partial C}{\partial z}\Big)^2\Big] + \varphi_3\Big(\frac{\partial\theta}{\partial x}\frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial\theta}{\partial y}\frac{\partial C}{\partial y} + \frac{\partial\theta}{\partial z}\frac{\partial C}{\partial z}\Big),$$

φ_1, φ_2, φ_3 — коэффициенты, определяющие вклады в энтропию, обусловленные наличием градиента скорости, градиента концентрации и совместным влиянием градиентов концентрации и температуры:

$$\varphi_1 = \frac{\mu T_0}{k}\Big(\frac{\nu}{W\Delta T}\Big)^2, \qquad \varphi_2 = \frac{RdT_0}{kc_0}\Big(\frac{\Delta c}{\Delta T}\Big)^2, \qquad \varphi_3 = \frac{Rd}{k}\,\frac{\Delta c}{\Delta T}.$$

В данной работе эти величины принимаются постоянными: $\varphi_1 = 10^{-4}$, $\varphi_2 = 0{,}5$, $\varphi_3 = 0{,}01$.

Полная энтропия S_{tot} представляет собой сумму интегралов от локальных энтропий по области течения Ω:

$$S_{tot} = \int\limits_\Omega S^{loc}\,d\Omega = \int\limits_\Omega S_{th}^{loc}\,d\Omega + \int\limits_\Omega S_{fr}^{loc}\,d\Omega + \int\limits_\Omega S_{dif}^{loc}\,d\Omega = S_{th} + S_{fr} + S_{dif}.$$

Безразмерное число Бежана Be, равное отношению энтропии, произведенной в результате наличия градиентов температуры и концентрации вещества, к полной энтропии, определяется следующим образом:

$$\mathrm{Be} = \frac{S_{th} + S_{dif}}{S_{th} + S_{fr} + S_{dif}}.$$

2. Метод численного решения и тестовые расчеты. Безразмерные уравнения (1) решались численно с использованием пакета NASIM [16–19], алгоритмы которого основаны на методе конечных объемов. Для вычисления производных по времени в уравнениях движения использовалась неявная схема Эйлера второго порядка, для вычисления линейных членов — неявная схема, нелинейные слагаемые определялись с помощью экстраполяции Адамса — Бэшфорта. Для вычисления скорости и давления, связанных через уравнения неразрывности и уравнения движения, использовался проекционный метод [20], затем из уравнения Пуассона с однородными краевыми условиями определялись новое значение давления и бездивергентное поле скоростей. Метод конечных объемов применялся также для построения расчетной сетки, в которой узлы расположены в шахматном порядке. Для минимизации численной диффузии в адвективных слагаемых использовалась схема QUICK [21]. При решении уравнений Пуассона применялся быстрый многосеточный метод [22], дискретные уравнения решались методом последовательной сверхрелаксации [23]. Для определения сходимости решения использовался критерий

$$\max\Big|\frac{\Phi_{ijk}^{m+1} - \Phi_{ijk}^{m}}{\Phi_{ijk}^{m}}\Big| \leqslant 10^{-8},$$

где Φ — одна из переменных u, v, w, p, θ, C; m — номер итерации; индексы i, j, k соответствуют пространственным координатам x, y, z.

Вычисления проводились на неравномерных сетках размером $32\times64\times16$, $32\times64\times32$, $32\times64\times48$ и $32\times64\times64$ при $A_z = 0{,}5$; 1,0; 1,5; 2,0 соответственно. Поскольку вблизи

Таблица 1

Средние значения чисел Нуссельта и Шервуда при $\mathrm{Pr} = 10$, $N = -0{,}5$, $\mathrm{Ra} = 10^5$ и различных значениях числа Льюиса

Le	Данные настоящей работы		Данные [10]		Данные [6]	
	$\overline{\mathrm{Nu}}$	$\overline{\mathrm{Sh}}$	$\overline{\mathrm{Nu}}$	$\overline{\mathrm{Sh}}$	$\overline{\mathrm{Nu}}$	$\overline{\mathrm{Sh}}$
0,1	3,02	1,04	3,02	1,03	3,01	1,03
1,0	3,48	3,48	3,48	3,48	3,49	3,49
10,0	3,83	6,52	3,83	6,52	3,82	6,51

Таблица 2

Величина энтропии S_{tot} в камере ($\gamma = 0°$) при $\mathrm{Sc} = 1{,}5$, $\mathrm{Le} = 2$, $\mathrm{Pr} = 0{,}75$, $\varphi_1 = 10^{-4}$, $\varphi_2 = 0{,}5$, $\varphi_3 = 0{,}01$ и различных значениях числа Грасгофа Gr и коэффициента плавучести N

Gr	S_{tot}					
	$N = 3$		$N = 6$		$N = 10$	
	Данные [7]	Данные настоящей работы	Данные [7]	Данные настоящей работы	Данные [7]	Данные настоящей работы
10^2	1,5509	1,5495	1,6242	1,6341	1,8021	1,7928
10^3	2,9567	2,9990	3,9678	3,9401	5,0504	5,0439
10^4	13,4162	13,6472	22,7311	22,3456	35,6574	35,1379

стенок имелись большие градиенты температуры и скорости, генерировалась центрально-симметричная сетка, сгущающаяся в окрестности стенок в соответствии с законом

$$x_i = \frac{1}{2}\Big(1 + \frac{\operatorname{th}[\Gamma(2i/(n-1))]}{\operatorname{th}\Gamma}\Big),$$

где $\Gamma = 1{,}25$; $1 \leqslant i \leqslant n$. Сетка с таким распределением точек строилась по всем трем пространственным координатам.

Сначала с использованием пакета NASIM на сетке размером $64 \times 64 \times 64$ решалась трехмерная задача о диффузии тепла и концентрации при естественной конвекции в кубической камере при $\gamma = 0$. В табл. 1 приведены средние значения чисел Нуссельта и Шервуда, вычисленные с использованием пакета NASIM, и значения этих чисел, вычисленные в работах [6, 10]. Максимальная относительная погрешность не превышала 1 %.

Затем решалась двумерная задача, рассмотренная в работе [7]. В табл. 2 приведены значения полной энтропии S_{tot}, вычисленные с использованием пакета NASIM, и значения S_{tot}, вычисленные в работе [7]. Расчеты выполнены при $\mathrm{Sc} = 1{,}5$, $\mathrm{Le} = 2$, $\mathrm{Pr} = 0{,}75$, $\varphi_1 = 10^{-4}$, $\varphi_2 = 0{,}5$, $\varphi_3 = 0{,}01$. Максимальная относительная погрешность не превышала 2 %.

3. Результаты исследования и их обсуждение. Проведены расчеты параметров течения в наклонной камере при различных значениях отношения длин ее сторон и ряда других параметров.

3.1. *Влияние отношения длин сторон камеры A_z на величину энтропии.* На рис. 2 приведены зависимости полной энтропии S_{tot} и энтропий S_{th}, S_{fr}, S_{dif} от отношения длин сторон камеры A_z при $\gamma = 30°$, $\mathrm{Ra} = 10^4$, $N = 5$. С увеличением отношения A_z все указанные величины монотонно увеличиваются, что свидетельствует об увеличении интенсивности необратимых процессов.

На рис. 3 показаны распределения энтропии S_{fr}^{loc} по сечению камеры в плоскости (x, z) при $\gamma = 30°$, $\mathrm{Ra} = 10^4$, $N = 5$ и различных значениях отношения A_z. Интенсивность энтропии S_{fr}^{loc} увеличивается с увеличением отношения A_z (с уменьшением объема камеры).

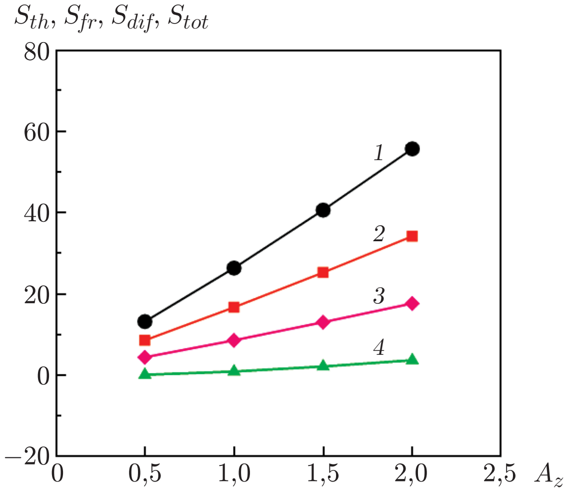


Рис. 2. Зависимости энтропий S_{tot} (*1*), S_{th} (*2*), S_{dif} (*3*) и S_{fr} (*4*) от отношения длин сторон камеры A_z при $\gamma = 30°$, $\mathrm{Ra} = 10^4$, $N = 5$

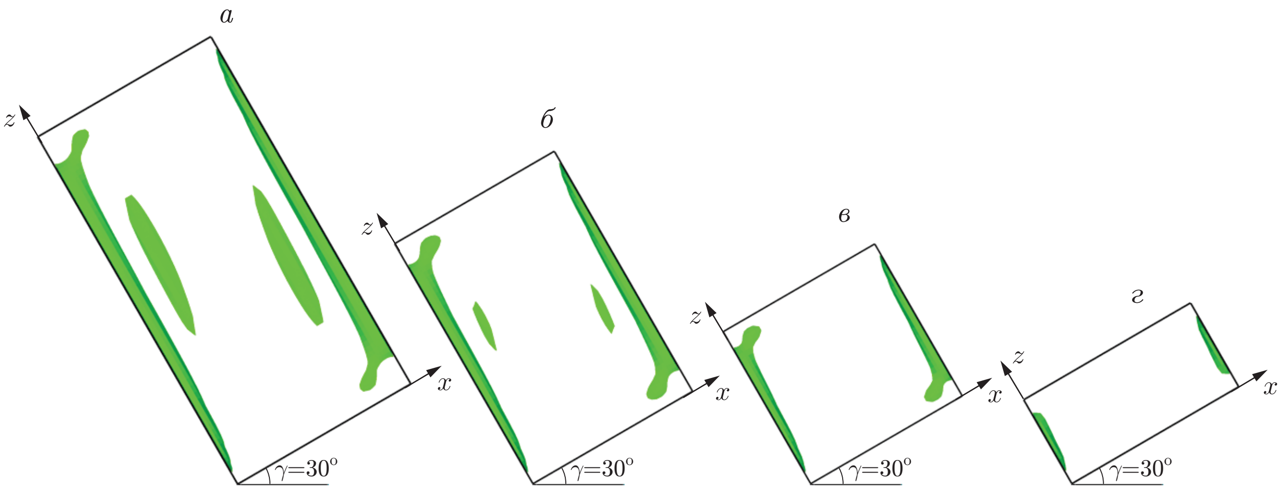


Рис. 3. Распределение энтропии S_{fr}^{loc} по сечению камеры в плоскости (x, z) при $\gamma = 30°$, $\mathrm{Ra} = 10^4$, $N = 5$ и различных значениях A_z:
а — $A_z = 2$, *б* — $A_z = 1{,}5$, *в* — $A_z = 1$, *г* — $A_z = 0{,}5$

Результаты анализа распределения энтропии S_{fr}^{loc} по сечению камеры показывают, что необратимые процессы происходят вблизи активных вертикальных стенок, в то время как остальная часть камеры находится в состоянии термодинамического равновесия. Следует отметить, что распределение энтропии S_{fr}^{loc} по сечению камеры симметрично относительно его диагонали. Уменьшение интенсивности увеличения энтропии с увеличением отношения A_z объясняется тем, что при этом уменьшается количество нагретых частиц, поступающих в камеру.

3.2. *Влияние коэффициента плавучести N и отношения A_z на перенос массы, тепла и энтропию в трехмерной камере.* Вычисления, результаты которых представлены ниже, выполнены при $\mathrm{Ra} = 10^4$, $\gamma = 30°$ и $A_z = 2{,}0$; $1{,}5$; $1{,}0$; $0{,}5$. Коэффициент плавучести изменялся в интервале $-5 \leqslant N \leqslant 5$.

На рис. 4 приведены зависимости чисел Нуссельта и Шервуда от коэффициента плавучести N при $\mathrm{Ra} = 10^4$, $\gamma = 30°$ и различных значениях A_z. Из приведенных зависимостей

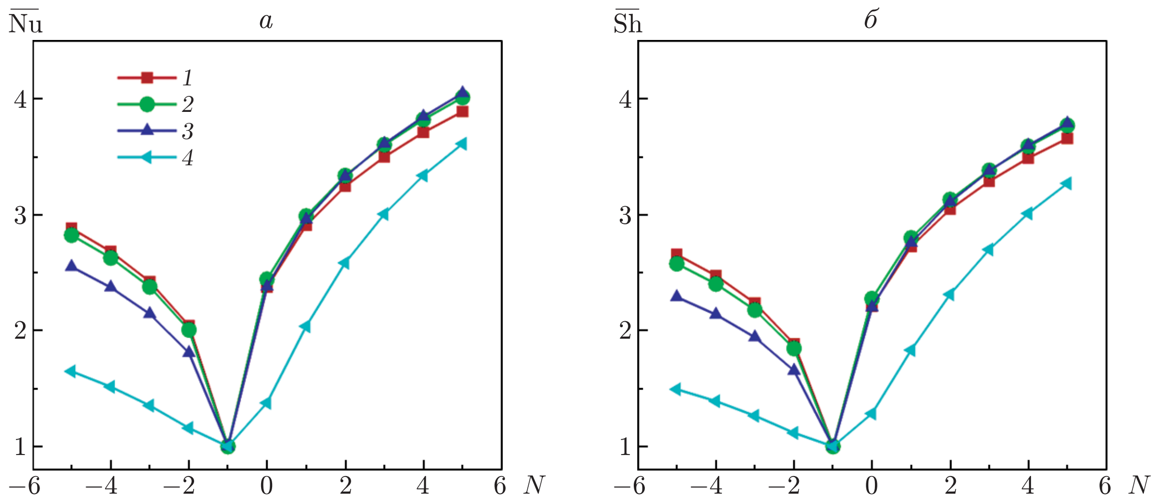
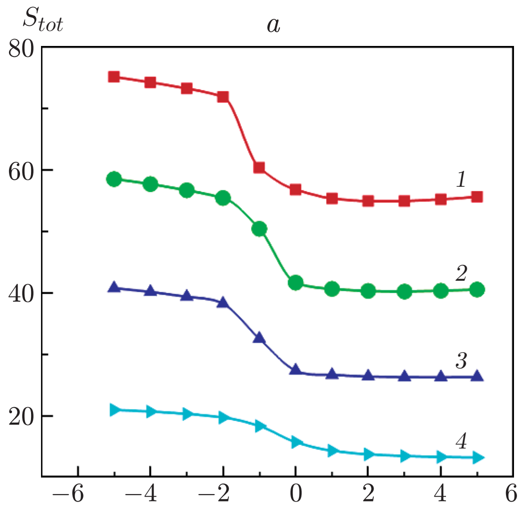


Рис. 4. Зависимости чисел Нуссельта (*а*) и Шервуда (*б*) от коэффициента плавучести N при $\mathrm{Ra} = 10^4$, $\gamma = 30°$ и различных значениях A_z:
1 — $A_z = 2$, *2* — $A_z = 1{,}5$, *3* — $A_z = 1$, *4* — $A_z = 0{,}5$

следует, что при $N < 0$ (поток, препятствующий конвекции) скорость переноса тепла и массы меньше, чем при $N > 0$ (поток, способствующий конвекции). С увеличением абсолютной величины коэффициента плавучести N числа Нуссельта $\overline{\mathrm{Nu}}$ и Шервуда $\overline{\mathrm{Sh}}$ увеличиваются. Это обусловлено тем, что с увеличением абсолютного значения коэффициента N как в потоке, препятствующем конвекции, так и в потоке, способствующем ей, концентрационные силы плавучести увеличиваются и становятся больше температурных сил плавучести. Более того, при одном и том же значении коэффициента N значения среднего числа Нуссельта определяются градиентом температуры в большей степени, чем градиентом концентрации. С увеличением отношения A_z влияние концентрационных и температурных сил плавучести на процесс переноса тепла и массы увеличивается. Из приведенных на рис. 4 зависимостей следует, что при $N = -1$ скорость потока минимальна, а при $N > -1$ она увеличивается. Это обусловлено тем, что при $N = -1$ концентрационные и температурные силы плавучести равны. Данный результат согласуется с результатами численных расчетов, выполненных в работе [2], в которой решалась двумерная задача. Заключение о том, что скорость потока минимальна при $N = -1$, получено также в работе [10], в которой исследовалась естественная конвекция в кубической камере.

На рис. 5 приведены зависимости полной энтропии S_{tot} и числа Бежана Be от коэффициента плавучести N при различных значениях отношения A_z. Видно, что при всех значениях A_z с увеличением коэффициента плавучести N энтропия уменьшается (см. рис. 5,*а*) и в случае $N \geqslant 0$ становится минимальной. При этом определяющее влияние на процесс переноса тепла и массы оказывает градиент температуры, а влияние градиента концентрации вещества незначительно. С увеличением коэффициента плавучести N при отрицательных значениях N число Бежана уменьшается, при положительных — увеличивается. При $N = -1$ число Бежана минимально. Чем меньше число Бежана, тем в большей степени необратимые процессы обусловлены наличием трения в жидкости, в результате чего увеличиваются потери энергии, поступающей в камеру, и уменьшается скорость переноса тепла и массы.

3.3. *Периодический характер течения.* В наклонной камере возможно появление трехмерных периодических режимов диффузионной конвекции. На рис. 6 для наклонной камеры ($\gamma = 75°$) приведена зависимость от времени компоненты вектора скорости u в точке M



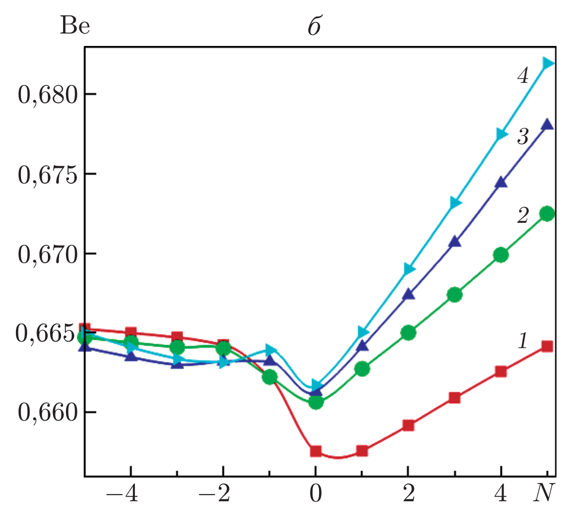


Рис. 5. Зависимости полной энтропии S_{tot} (*а*) и числа Бежана Be (*б*) от коэффициента плавучести N при $\mathrm{Ra} = 10^4$, $\gamma = 30°$ и различных значениях A_z:
1 — $A_z = 2$, *2* — $A_z = 1{,}5$, *3* — $A_z = 1$, *4* — $A_z = 0{,}5$

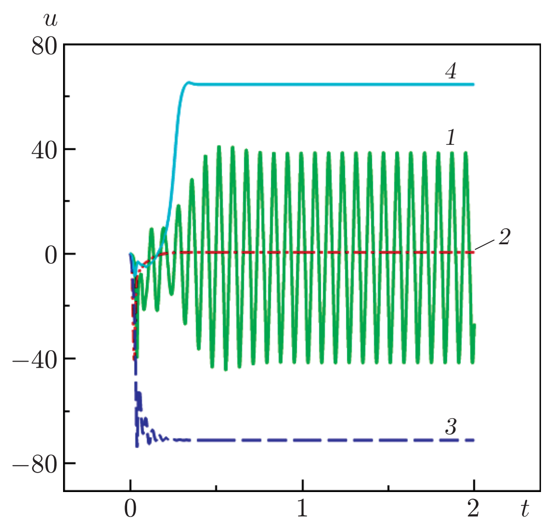


Рис. 6. Зависимость компоненты вектора скорости u от времени в точке M ($x = 0{,}5$, $y = A_y = 2$, $z = A_z/2$) при $\mathrm{Ra} = 10^4$, $N = 5$, $\gamma = 75°$ и различных значениях A_z:
1 — $A_z = 2$, *2* — $A_z = 1{,}5$, *3* — $A_z = 1$, *4* — $A_z = 0{,}5$

с координатами $x = 0{,}5$, $y = A_y = 2$, $z = A_z/2$ при $N = 5$, $\mathrm{Ra} = 10^4$ и различных значениях отношения длин сторон камеры A_z. При $A_z = 2$ течение является синусоидальным периодическим, в то время как при меньших значениях отношения A_z течение остается стационарным. Периодическое движение может быть вызвано наличием в камере одной или нескольких областей газа, в которых температура меньше или больше температуры окружающей их жидкости.

На рис. 7 приведены зависимости полной энтропии и числа Бежана от времени и линии тока в средней плоскости $y = 1$ для различных моментов времени при $N = 5$, $\gamma = 75°$, $A_z = 2$. Полная энтропия S_{tot} и число Бежана Be колеблются с одной и той же частотой в противоположных фазах и с различной амплитудой. При $t = 0{,}25$ линии

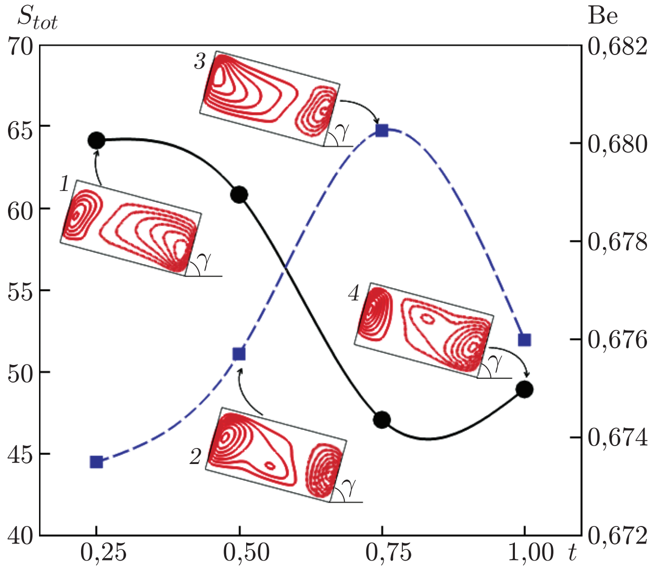


Рис. 7. Зависимости полной энтропии (сплошная линия), числа Бежана (штриховая линия) от времени и линии тока в средней плоскости $y = 1$ для различных моментов времени (*1*–*4*) при $N = 5$, $\gamma = 75°$, $A_z = 2$:
1 — $t = 0{,}25$, *2* — $t = 0{,}5$, *3* — $t = 0{,}75$, *4* — $t = 1$

тока соответствуют двум вращающимся в противоположных направлениях вихрям, один из которых является первичным вихрем, а второй, меньшего размера и расположенный в верхней части камеры, — вторичным. Действительно, в окрестности верхней стенки вследствие наличия компоненты вектора скорости u нагретые частицы жидкости перемещаются в направлении от левой стенки к правой, а в нижней части камеры холодные частицы движутся в противоположном направлении — к нагретой стенке (вихрь, вращающийся против часовой стрелки). В конце периода направления вращения вихрей меняются на противоположные.

Для исследования влияния числа Рэлея на неустановившееся движение выполнены вычисления при различных значениях этого числа в диапазоне $5{,}0 \cdot 10^3 < \mathrm{Ra} < 2{,}5 \cdot 10^4$. В этом диапазоне получен ряд осциллирующих решений. На рис. 8 приведена зависимость частоты f колебаний компоненты вектора u от числа Рэлея при $N = 5$, $\gamma = 75°$, $A_z = 2$, а также кривая, аппроксимирующая эту зависимость. Видно, что с увеличением числа Рэлея частота увеличивается. Кроме того, выявлено возникновение субгармоник при $\mathrm{Ra} = 10^4$.

3.4. *Влияние угла наклона камеры на конвекцию.* Ниже приводятся результаты исследования влияния угла наклона камеры на характеристики конвекции при отношении длин сторон камеры $A_z = 2$. На рис. 9 представлены зависимости средних чисел Нуссельта и Шервуда от угла наклона γ при $N = 1$, $\mathrm{Ra} = 10^4$. При $N = 1$ величины градиентов температуры и концентрации равны. Угол наклона γ изменялся в интервале $0° \leqslant \gamma \leqslant 90°$ с шагом $\Delta\gamma = 15°$. И число Нуссельта $\overline{\mathrm{Nu}}$, и число Шервуда $\overline{\mathrm{Sh}}$ максимальны при $\gamma = 30°$ и минимальны при $\gamma = 75°$. Заметим, что при $\gamma = 30°$ течение является установившимся, а при $\gamma = 75°$ — периодическим. Также следует отметить, что при $A_z = 2$ и $\mathrm{Ra} = 10^4$ осциллирующий режим течения обнаружен только при угле наклона $\gamma = 75°$. На рис. 9 приведены также изоповерхности температуры и концентрации при $\gamma = 30°$ и $\gamma = 75°$. При $N = 1$ изоповерхности температуры и концентрации подобны. При $\gamma = 30°$ средние числа Нуссельта и Шервуда принимают максимальные значения. При этом в центре камеры изоповерхности температуры и концентрации различаются незначительно, вбли-

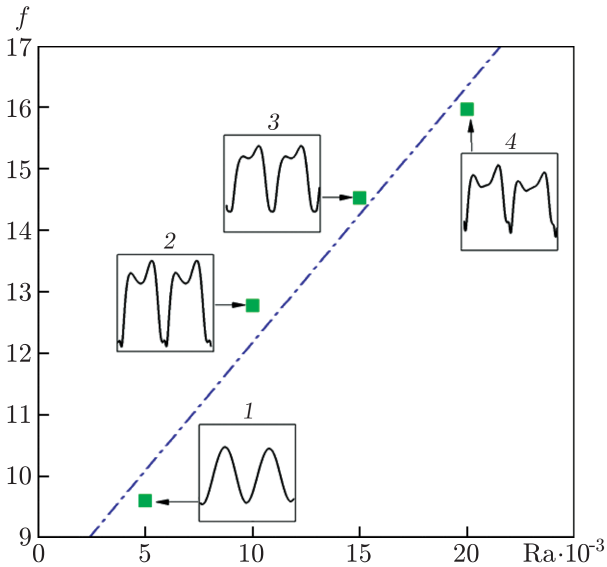


Рис. 8. Зависимость частоты колебаний компоненты вектора скорости u от числа Рэлея при $N = 5$, $\gamma = 75°$, $A_z = 2$:
точки — результаты расчетов, линия — результаты расчета по формуле $f = a + b\,\mathrm{Ra}$ при $a = 8{,}001$, $b = 4{,}171{\cdot}10^{-4}$; *1–4* — графики колебаний компоненты вектора скорости u

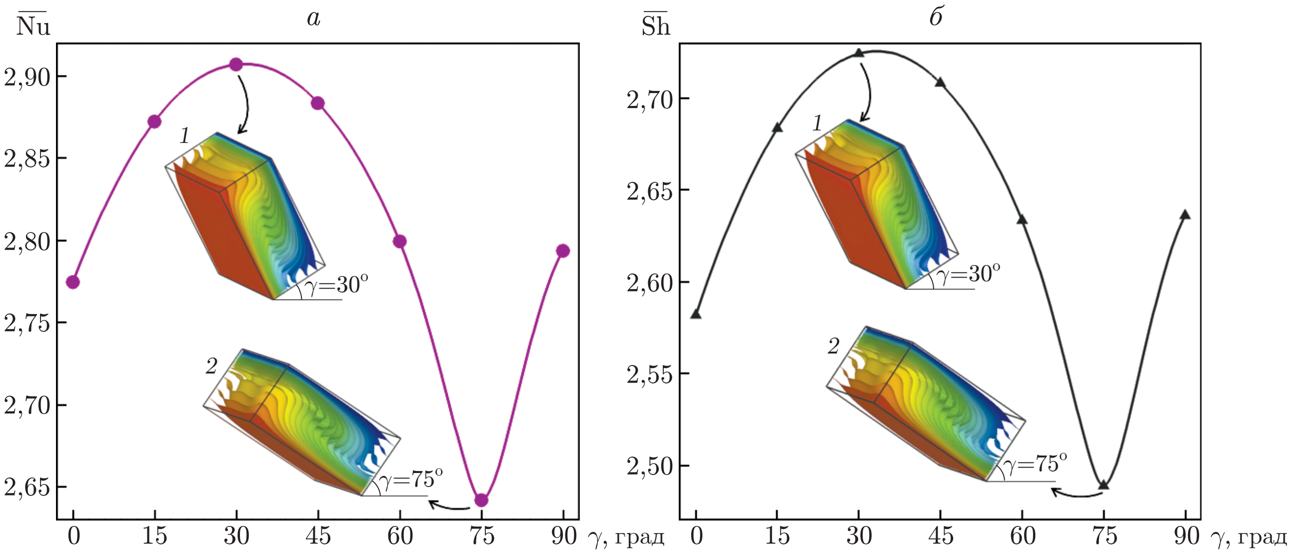


Рис. 9. Зависимости средних чисел Нуссельта (*а*) и Шервуда (*б*) от угла наклона камеры γ и изоповерхности, на которых температура (*а*) и концентрация (*б*) постоянны ($A_z = 2$, $\mathrm{Ra} = 10^4$, $N = 1$):
1 — $\gamma = 30°$, *2* — $\gamma = 75°$

зи активных стенок камеры градиенты температуры и концентрации увеличиваются. При дальнейшем увеличении угла наклона вплоть до значения $\gamma = 75°$ происходят уменьшение скорости переноса тепла и массы, стратификация течения в центральной части камеры и увеличение градиентов температуры и концентрации в ее верхней и нижней частях.

Заключение. В работе представлены результаты исследования переноса тепла и массы, а также производства энтропии при естественной конвекции в трехмерной наклонной камере, на двух противоположных стенках которой поддерживаются различные постоянные температура и концентрация. Две другие стенки являются теплоизолированными. Исследовано влияние отношения длин сторон камеры и угла ее наклона на скорость переноса тепла и массы, а также на характер необратимых процессов и характер течения жидкости.

При угле наклона камеры $\gamma = 30°$ скорость переноса тепла и массы максимальны при $N = 1$. Скорость переноса тепла и массы при $N < 0$ меньше, чем при $N > 0$. Значения средних чисел Нуссельта и Шервуда минимальны при коэффициенте плавучести $N = -1$, а при $N > -1$ монотонно увеличиваются с увеличением N для всех значений A_z. При $\mathrm{Ra} = 10^4$, $A_z = 2$ переход от установившегося режима течения к осциллирующему происходит при угле наклона $\gamma = 75°$. При этом угле скорость переноса тепла и массы минимальна. Из результатов численных экспериментов следует, что с увеличением коэффициента плавучести или числа Рэлея период колебаний монотонно увеличивается. В периодическом режиме полная энтропия S_{tot} и число Бежана Be осциллируют с одной и той же частотой, но в противоположных фазах.

Зависимости чисел Нуссельта $\overline{\mathrm{Nu}}$ и Шервуда $\overline{\mathrm{Sh}}$ от угла наклона камеры γ подобны и имеют максимум при $\gamma = 30°$ и минимум при $\gamma = 75°$. С увеличением угла наклона камеры от 30° до 75° происходят стратификация течения в центральной части камеры и существенное увеличение градиентов температуры и концентрации в ее верхней и нижней частях.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Chakraborty S., Dutta P.** Three-dimensional double-diffusive convection and macrosegregation during non-equilibrium solidification of binary mixtures // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2003. V. 46. P. 2115–2134.
2. **Morega A., Nishimura T.** Double diffusive convection by Chebyshev collocation method // Technol. Rep. Univ. 1996. V. 5. P. 259–276.
3. **Oueslati F., Ben-Beya B., Lili T.** Numerical investigation of thermosolutal natural convection in a rectangular enclosure of an aspect ratio four with heat and solute sources // Heat Mass Transfer. 2014. V. 50. P. 721–736.
4. **Costa V. A. F.** Double-diffusive natural convection in parallelogrammic enclosures // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2004. V. 47. P. 2913–2926.
5. **Chen Z.-W., Li Y.-S., Zhan J.-M.** Onset of oscillatory double-diffusive buoyancy instability in an inclined rectangular cavity // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2012. V. 55. P. 3633–3640.
6. **Al-Farhany K., Turan A.** Numerical study of double diffusive natural convective heat and mass transfer in an inclined rectangular cavity filled with porous medium // Intern. Comm. Heat Mass Transfer. 2012. V. 39. P. 174–181.
7. **Magherbi M., Abbassi H., Hidouri N., Ben Brahim A.** Second law analysis in convective heat and mass transfer // Entropy. 2006. V. 8. P. 1–17.
8. **Chen S., Du R.** Entropy generation of turbulent double-diffusive natural convection in a rectangle cavity // Energy. 2011. V. 36. P. 1721–1734.

9. **Mchirgui A., Hidouri N., Magherbi M., Ben Brahim A.** Second law analysis in double diffusive convection through an inclined porous cavity // Comput. Fluids. 2014. V. 96. P. 105–115.
10. **Sezai I., Mohamad A. A.** Double diffusive convection in a cubic enclosure with opposing temperature and concentration gradients // Phys. Fluids. 2000. V. 12. P. 2210–2223.
11. **Bergeon A., Knobloch E.** Natural doubly diffusive convection in three-dimensional enclosures // Phys. Fluids. 2002. V. 14. P. 3233–3250.
12. **Kuznetsov G. V., Sheremet M. A.** A numerical simulation of double-diffusive conjugate natural convection in an enclosure // Intern. J. Thermal Sci. 2011. V. 50. P. 1878–1886.
13. **Chen Z.-W., Zhan J.-M., Li Y.-S., et al.** Double-diffusive buoyancy convection in a square cuboid with horizontal temperature and concentration gradients // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2013. V. 60. P. 422–431.
14. **Ghachem K., Kolsi L., Mâatki C., et al.** Numerical simulation of three-dimensional double diffusive free convection flow and irreversibility studies in a solar distiller // Intern. Comm. Heat Mass Transfer. 2012. V. 39. P. 869–876.
15. **Kaluri R. S., Basak T.** Role of entropy generation on thermal management during natural convection in porous square cavities with distributed heat sources // Chem. Engng Sci. 2011. V. 66. P. 2124–2140.
16. **Oueslati F., Ben-Beya B., Lili T.** Double-diffusive natural convection and entropy generation in an enclosure of aspect ratio 4 with partial vertical heating and salting sources // Alexandria Engng J. 2013. V. 52. P. 605–625.
17. **Oueslati F., Ben-Beya B., Lili T.** Aspect ratio effects on three-dimensional incompressible flow in a two-sided non-facing lid-driven parallelepiped cavity // C. R. Mecanique. 2011. V. 339. P. 655–665.
18. **Oueslati F., Ben-Beya B., Lili T.** Numerical simulation of unsteady double-diffusive natural convection within an inclined parallelepipedic enclosure // Intern. J. Modern. Phys. C. 2014. V. 25. 1450058.
19. **Mellah S., Ben-Cheikh N., Ben-Beya B., Lili T.** Laminar natural convection heat transfer and air flow in three-dimensional cubic enclosures with a partially heated wall // J. Appl. Mech. Tech. Phys. 2015. V. 56, N 2. P. 257–266.
20. **Brown D. L., Cortez R., Minion M. L.** Accurate projection methods for the incompressible Navier — Stokes equations // J. Comput. Phys. 2001. V. 168. P. 464–499.
21. **Hayase T., Humphrey J. A. C., Greif R.** A consistently formulated QUICK scheme for fast and stable convergence using finite-volume iterative calculation procedures // J. Comput. Phys. 1992. V. 98. P. 108–118.
22. **Ben-Cheikh N., Ben-Beya B., Lili T.** Benchmark solution for time-dependent natural convection flows with an accelerated full-multigrid method // Numer. Heat Transfer B. Fundamentals. 2007. V. 52. P. 131–151.
23. **Hadjidimos A.** Successive overrelaxation (SOR) and related methods // J. Comput. Appl. Math. 2000. V. 123. P. 177–199.

Поступила в редакцию 1/II 2017 г.