

УДК ?

## ОТРАЖЕНИЕ КОСОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В РЕАГИРУЮЩЕМ ГАЗЕ С КОНЕЧНОЙ ДЛИНОЙ ЗОНЫ РЕАКЦИИ

А. Е. Медведев

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск

Исследуется отражение косой ударной волны в реагирующем газе с конечной длиной зоны химической реакции. Построены ударные поляры для произвольного тепловыделения за косой ударной волной. Получены критерии перехода от регулярного отражения к маховскому и обратно. Показано, что учет длины зоны реакции приводит к существенному изменению критериев перехода.

Отражение косой детонационной волны рассматривалось в [1]. Там же приведен обзор литературы, посвященной исследованию перехода от регулярного отражения к маховскому, и указано на несоответствие экспериментальных и расчетных данных. В модели [1] пренебрегается длиной зоны реакции, т. е. считается, что реакция происходит на фронте ударной волны в бесконечно тонкой зоне. В одномерных задачах или задачах с прямыми ударными волнами это предположение справедливо, если течение в окрестности ударной волны не рассматривается детально. В случае реальной кинетики протяженность области химических реакций конечна. Как показано ниже, пренебрежение длиной зоны реакции приводит к неверным результатам, например при определении критерия перехода от регулярного отражения к маховскому. В [2–4] численно исследовались косые детонационные волны в водородовоздушной смеси, причем в работах [3, 4] — с учетом конечной скорости химических реакций для больших значений угла поворота потока.

В данной работе рассматривается модель реагирующего политропного газа с характерным временем задержки воспламенения  $\tau_i > 0$  и характерным временем реакции  $\tau_r > 0$ . Для анализа условий отражения косой детонационной волны построены ударные поляры для произвольной степени завершенности реакции. На основе анализа ударных поляр получены условия перехода от регулярного отражения к нерегулярному (маховскому). Показано, что условия перехода при учете конечности скорости химических реакций существенно отличаются от условий перехода в газе с мгновенной реакцией.

**Соотношения на косой ударной волне.** Рассмотрим плоское стационарное течение реагирующего газа в окрестности ударной волны, схема которого приведена на рис. 1.

Законы сохранения на косой ударной волне (рис. 1) имеют вид [5–7]

$$\rho_2 u_{2n} = \rho_1 u_{1n}; \tag{1}$$

$$\rho_2 u_{2n}^2 + p_2 = \rho_1 u_{1n}^2 + p_1; \tag{2}$$

$$\frac{q_2^2}{2} + e_2 + \frac{p_2}{\rho_2} = \frac{q_1^2}{2} + e_1 + \frac{p_1}{\rho_1}; \tag{3}$$

$$u_{2\tau} = u_{1\tau}, \tag{4}$$

где  $\rho_i$  — плотность;  $u_{in}$  — нормальная составляющая скорости;  $u_{i\tau}$  — касательная составляющая скорости;  $p_i$  — давление;  $e_i$  — удельная внутренняя энергия;  $q_i^2 = u_{in}^2 + u_{i\tau}^2$  —

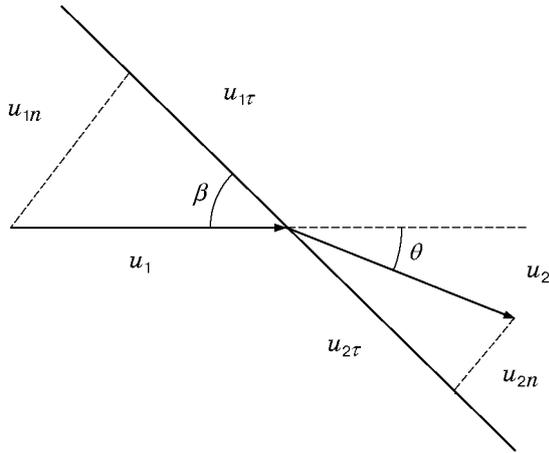


Рис. 1. Отражение косой ударной волны в реагирующем газе

квадрат модуля скорости; индекс  $i = 1$  соответствует условиям перед ударной волной,  $i = 2$  — за ударной волной.

Газы (исходный, реагирующий), а также продукты сгорания считаются политропными. Тепловой эффект реакции принят постоянным. Тогда внутренняя энергия газа определяется соотношениями

$$e_1 = \frac{1}{\gamma_1 - 1} \frac{p_1}{\rho_1} + \bar{a}, \quad e_2 = \frac{1}{\gamma_2 - 1} \frac{p_2}{\rho_2}, \quad (5)$$

где  $\gamma_1, \gamma_2$  ( $1 < \gamma_2 \leq \gamma_1$ ) — показатели политропы исходного газа и прореагировавшей смеси соответственно;  $\bar{a} = \text{const} \geq 0$  — удельная теплота реакции на единицу массы газа.

Уравнение (2) можно записать в следующем виде:

$$p_2 - p_1 = \rho_1 u_{1n} (u_{1n} - u_{2n}). \quad (6)$$

Из уравнений (1)–(4), (6) следует уравнение адиабаты Гюгонио

$$e_2 - e_1 = \frac{p_2 + p_1}{2} (V_1 - V_2), \quad (7)$$

где  $V_i = 1/\rho_i$  ( $i = 1, 2$ ) — удельный объем газа.

Уравнение адиабаты Гюгонио (7) удобно записать в виде

$$V/V_1 = 1 - \Gamma(z), \quad (8)$$

где  $\Gamma(z) = 2\{z + (\gamma_1 - \gamma_2)/[\gamma_1(\gamma_1 - 1)](\gamma_2 - 1)\bar{a}\bar{e}_1/\gamma_1\}/[2\gamma_2/\gamma_1 + (\gamma_2 + 1)z]$ ;  $\bar{a}\bar{e} = \bar{a}/(p_1 V_1)$ ;  $z = (J - 1)/\gamma_1$  — амплитуда скачка;  $J = p/p_1$  — интенсивность скачка;  $V$  и  $p$  — удельный объем и давление за ударной волной соответственно.

Уравнение прямой Рэлея имеет вид

$$(1 - V_2/V_1)M_1^2 \sin^2 \beta = z, \quad (9)$$

где  $M_1 = u_1/c_1$  — число Маха набегающего потока;  $c_1^2 = \gamma_1 p_1 V_1$  — скорость звука.

Исключая удельный объем из уравнений (8) и (9), получим

$$z = \Gamma(z)M_1^2 \sin^2 \beta. \quad (10)$$

Зависимость между углами  $\theta$  и  $\beta$  определяется соотношением [6]

$$(M_1^2 - z) \operatorname{tg} \theta = z \operatorname{ctg} \beta. \quad (11)$$

Исключая из уравнений (10) и (11), получим

$$\theta = \operatorname{arctg} \left[ \operatorname{ctg} \beta \frac{\gamma_1 M_1^2 \sin^2 \beta - \gamma_2 + \sqrt{\Psi}}{(\gamma_2 + \cos^2 \beta) \gamma_1 M_1^2 + \gamma_2 - \sqrt{\Psi}} \right] \equiv \Theta(\beta; M_1, \gamma_1, \gamma_2, \bar{a}\bar{e}_1), \quad (12)$$

где  $\Psi = (\gamma_1 M_1^2 \sin^2 \beta + 1)^2 - (\gamma_2^2 - 1)\{2[1/(\gamma_1 - 1) + \bar{\alpha}_1]\gamma_1 M_1^2 \sin^2 \beta - 1\}$ . Обратную к (12) функцию обозначим

$$\beta = B(\theta; M_1, \gamma_1, \gamma_2, \bar{\alpha}_1). \quad (13)$$

Используя соотношения (1)–(10), определим параметры течения за кривой детонационной волной:

— отношение давлений на кривой ударной волне

$$J \equiv \frac{p_2}{p_1} = \frac{1 + \bar{\Omega} + \sqrt{\bar{\Omega}}}{\gamma_2 + 1},$$

где  $\bar{\Omega} = \gamma_1 M_1^2 \sin^2 \beta$ ;  $\Omega = \bar{\Omega}^2 - 2\bar{\Omega}(\gamma_2^2 - 1)/(\gamma_1 - 1) + \gamma_2^2 - 2(\gamma_2^2 - 1)\bar{\Omega}\bar{\alpha}_1$ ;

— отношение удельных объемов

$$\frac{V_2}{V_1} = 1 - 2 \frac{J + (\gamma_1 - \gamma_2)/(\gamma_1 - 1) - (\gamma_2 - 1)\bar{\alpha}_1}{2\gamma_2 + (\gamma_2 + 1)J};$$

— число Маха за кривой ударной волной

$$M_2^2 = \frac{\gamma_1 M_1^2}{\gamma_2 J} \frac{(1 - J)^2 \sin^2 \beta + \cos^2 \beta}{1 - 2[J + (\gamma_1 - \gamma_2)/(\gamma_1 - 1) - (\gamma_2 - 1)\bar{\alpha}_1]}.$$

**Уравнение ударной поляры.** Анализ течения с косыми ударными волнами удобно проводить с использованием ударных поляр [5, 7]. Для случая реагирующего газа с тепловыделением и изменением показателя политропы за ударной волной ударные поляры ранее не были построены.

Исключая из (10) и (11) угол  $\beta$ , получим уравнение ударной поляры  $J = J(\theta; M_1, \gamma_1, \gamma_2, \bar{\alpha}_1)$  в виде неявного уравнения

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{J - 1}{\gamma_1 M_1^2 - (J - 1)} \sqrt{F - 1}. \quad (14)$$

где

$$F = \frac{2\gamma_1 M_1^2}{(\gamma_1 - 1)(J - 1)} \frac{(\gamma_1 - \gamma_2) + (\gamma_1 - 1)[(J - 1) - (\gamma_2 - 1)\bar{\alpha}_1]}{(\gamma_2 + 1)(J - 1) + 2\gamma_2}.$$

Разрешая уравнение ударной поляры (14) относительно  $J$ , получим кубическое уравнение

$$C_3 J^3 + C_2 J^2 + C_1 J + C_0 = 0, \quad (15)$$

где коэффициенты  $C_j = C_j(\theta; M_1, \gamma_1, \gamma_2, \bar{\alpha}_1)$ ,  $j = 0, 1, 2, 3$  имеют вид

$$C_0 = (\gamma_2 - 1)\{(\gamma_1 - 1)(\gamma_1 M_1^2 + 1)^2 \operatorname{tg}^2 \theta - 2\gamma_1 M_1^2 [(\gamma_1 - 1)\bar{\alpha}_1 + 1] + (\gamma_1 - 1)\},$$

$$C_1 = (\gamma_1 - 1)\{2\gamma_1 M_1^2 (\gamma_1 - 1)\bar{\alpha}_1 + (\gamma_1 M_1^2 + 1)[\gamma_1 M_1^2 (\gamma_2 + 1) - (\gamma_2 - 3)] \operatorname{tg}^2 \theta + \\ + 2\gamma_1 M_1^2 (\gamma_1 + \gamma_2 + 2) - (\gamma_1 - 1)(\gamma_2 - 3)\},$$

$$C_2 = -(\gamma_1 - 1)\{2\gamma_1 (\gamma_2 + 1) M_1^2 + (\gamma_2 + 3)\} \operatorname{tg}^2 \theta + 2\gamma_1 M_1^2 + (\gamma_2 + 3)\},$$

$$C_3 = (\gamma_1 - 1)(\gamma_2 + 1)(\operatorname{tg}^2 \theta + 1).$$

Из уравнения (15) определяется обратная двузначная функция  $\theta = \bar{\Theta}(J; M_1, \gamma_1, \gamma_2, \bar{\alpha}_1)$ .

Уравнения (14) или (15) определяют в неявном виде ударную поляру  $J = J(\theta; M_1, \gamma_1, \gamma_2, \bar{\alpha}_1)$  в плоскости  $(\theta, J)$ . Как и в [7], кроме интенсивности ударной волны  $J$  будем рассматривать величину

$$\Lambda = \ln J. \quad (16)$$

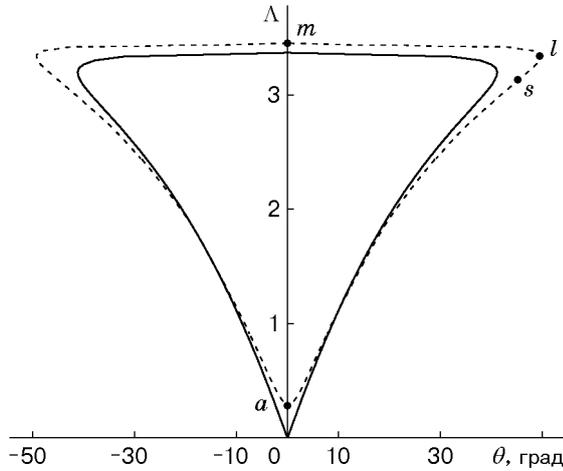


Рис. 2. Ударные поляры не реагирующего  $\Lambda = \Lambda(\theta; M_1, \gamma_1, \gamma_1, 0)$  (сплошная линия) и реагирующего  $\Lambda = \Lambda(\theta; M_1, \gamma_1, \gamma_2, \bar{\alpha}_1)$  (штриховая линия) газа ( $\gamma_1 = 1,4$ ;  $\gamma_2 = 1,2$ ;  $\bar{\alpha}_1 = 4$ ;  $M_1 = 5$ ):

$a$  — начало ударной поляры;  $m$  — прямой скачок уплотнения;  $l$  — предельный угол поворота потока за косой ударной волной;  $s$  — косая ударная волна, за которой течение газа звуковое

Графики ударных поляр (16) для не реагирующего и реагирующего газов представлены на рис. 2.

Ударная поляра  $J = J(\theta; M_1, \gamma_1, \gamma_2, \bar{\alpha}_1)$  (рис. 2) имеет четыре характерные точки. Предельный угол  $\theta_l$  поворота потока в косом скачке уплотнения и его интенсивность  $J_l$  определяются из соотношения  $dJ(\theta_l; M_1, \gamma_1, \gamma_2, \bar{\alpha}_1)/d\theta = 0$ . Точка  $l$  на ударной поляре разделяет скачки на два семейства [7]: слабое ( $J < J_l$ ), соответствующее присоединенной к клину ударной волне, и сильное ( $J > J_l$ ), соответствующее обтеканию клина с отошедшей ударной волной.

Точка  $s$  на ударной поляре соответствует скачку уплотнения, за которым скорость газа равна скорости звука. При интенсивности ударной волны  $J < J_s$  течение за скачком сверхзвуковое, при  $J > J_s$  течение дозвуковое. Координаты точки  $s$  находятся из условия  $M_2(\theta_s; M_1, \gamma_1, \gamma_2, \bar{\alpha}_1) = 1$ , при этом

$$J_s = \frac{1}{2\gamma_2} \left[ \gamma_1 M_1^2 - 2(\gamma_2 - 1)\bar{\alpha}_1 + \frac{2\gamma_1 - (\gamma_1 + 1)\gamma_2}{\gamma_1 - 1} + \sqrt{\Delta_s} \right],$$

где

$$\begin{aligned} \Delta_s = & \gamma_1^2 M_1^4 + 2 \frac{(\gamma_1 - 3)\gamma_2^2 - (\gamma_1 - 1)\gamma_2 + 2\gamma_1}{(\gamma_1 - 1)(\gamma_2 + 1)} \gamma_1 M_1^2 + \\ & + \frac{(\gamma_1 + 1)^2 \gamma_2^3 + (5\gamma_1^2 - 10\gamma_1 + 1)\gamma_2^2 - 4\gamma_1(2\gamma_1 - 1)\gamma_2 + 4\gamma_1^2}{(\gamma_1 - 1)^2(\gamma_2 + 1)} - \\ & - 4(\gamma_2 - 1) \left[ \gamma_1 M_1^2 - (\gamma_2 - 1)\bar{\alpha}_1 - \frac{(\gamma_1 + 1)\gamma_2^2 + (\gamma_1 - 1)\gamma_2 - 2\gamma_1}{(\gamma_1 - 1)(\gamma_2 + 1)} \right] \bar{\alpha}_1. \end{aligned}$$

Интенсивность прямого скачка уплотнения  $J_m$  определяется выражением  $J_m = J(\pi/2; M_1, \gamma_1, \gamma_2, \bar{\alpha}_1)$ .

Для реагирующего газа ( $\bar{\alpha}_1 > 0$  или  $\gamma_1 \neq \gamma_2$ ) ударная поляра начинается в точке  $J_0 > 1$  (рис. 2). При этом  $J_0 = (\gamma_1 M_1^2 + 1 - \sqrt{\Delta_0})/(\gamma_2 + 1)$ , где  $\Delta_0 = \gamma_1^2 M_1^4 - 2\gamma_1 M_1^2 [(\gamma_2^2 - \gamma_1)/(\gamma_1 - 1) + (\gamma_2^2 - 1)\bar{\alpha}_1] + \gamma_2^2$ . Заметим, что ударная поляра не реагирующего газа ( $\bar{\alpha} = 0$  и  $\gamma_1 = \gamma_2$ ) начинается в точке  $J_0 = 1$  (или  $\Lambda_0 = 0$ ).

**Отражение косой ударной волны без зоны реакции.** Отражение косой ударной волны без зоны реакции показано на рис. 3. Газ воспламеняется в точке  $F_0$  ниже (по потоку) вершины клина (точка  $A$ ). Точка  $F_0$  удалена от вершины клина на длину зоны индукции воспламенения. Фронт воспламенения  $F_0 R_0$  генерирует волну сжатия  $F_0 H_0 R_0$ .

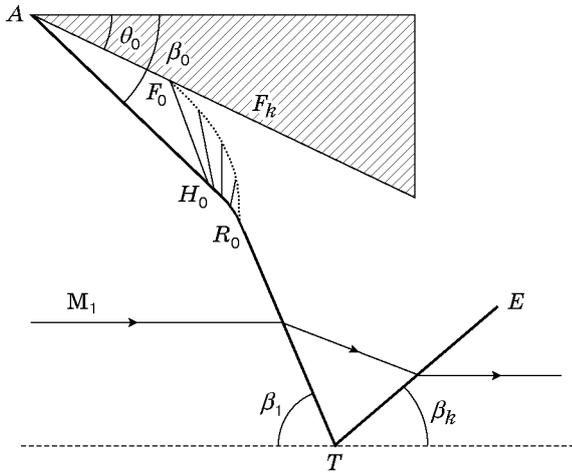


Рис. 3. Отражение косо́й ударной волны без зоны реакции

В волне сжатия время индукции воспламенения уменьшается. Волна сжатия взаимодействует с падающей ударной волной, что приводит к изгибу волны (участок  $H_0R_0$ ). Интенсивность ударной волны  $H_0R_0$  увеличивается, время индукции воспламенения сокращается. Структура ударной волны с изгибом и волной сжатия называется  $\lambda$ -структурой [3, 4]. Угол наклона падающей ударной волны при вершине клина  $\beta_0$ , в точке отражения  $\beta_1$ . Зависимость между углами  $\beta_1$  и  $\beta_0$  находится из условия равенства углов наклона потока за ударными волнами  $AH_0$  и  $R_0T$   $\Theta(\beta_1; M_1, \gamma_1, \gamma_2, \bar{\alpha}_1) = \Theta(\beta_0; M_1, \gamma_1, \gamma_1, 0)$ , откуда определяется зависимость

$$\beta_1 = \bar{B}(\beta_0; M_1, \gamma_1, \gamma_2, \bar{\alpha}_1). \tag{17}$$

Обратную функцию обозначим  $\beta_0 = \tilde{B}(\beta_1; M_1, \gamma_1, \gamma_2, \bar{\alpha}_1)$ . Ударная волна  $H_0T$  отражается в точке  $T$  косым скачком  $TE$  (рис. 3). При этом на ударной волне  $TE$  происходит реакция, а на отраженном скачке реакции  $H_0T$  нет. Следовательно,  $TE$  — косая ударная волна в нереагирующем газе с показателем политропы  $\gamma_2$ . Угол наклона отраженной ударной волны к плоскости симметрии  $\beta_k$  определяется соотношением

$$\beta_k = B(\theta_0; M_2, \gamma_1, \gamma_2, \bar{\alpha}_2) - \theta_0, \tag{18}$$

где  $\bar{\alpha}_2 = \bar{\alpha}_1 p_1 V_1 / (p_2 V_2)$ ;  $M_2$  — число Маха;  $p_2, V_2$  — давление и удельный объем за падающей ударной волной после окончания реакции.

**Отражение косо́й ударной волны с зоной реакции.** Отражение косо́й ударной волны с зоной реакции показано на рис. 4 ( $F_0H_0R_0TT_*F_k$  — зона горения). Структура

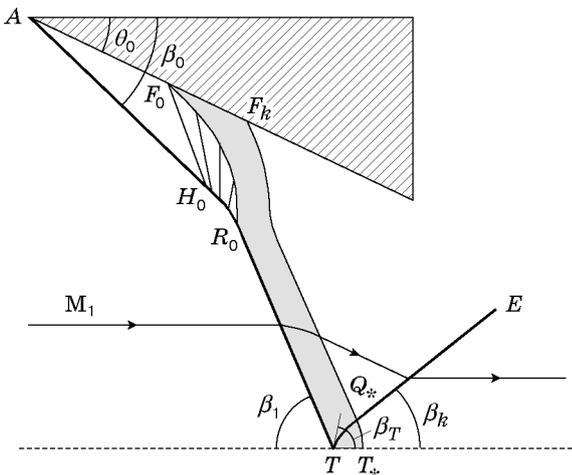


Рис. 4. Отражение косо́й ударной волны с зоной реакции ( $F_0H_0R_0TT_*F_k$  — зона горения)

течения вблизи поверхности клина представляет собой  $\lambda$ -структуру [3, 4], описанную выше. Ширина зоны горения зависит от конкретной кинетики химической реакции и для дальнейшего рассмотрения не существенна. Углы  $\beta_1$  и  $\beta_0$  связаны соотношением (17).

Отражение падающей ударной волны при учете зоны реакции имеет более сложную структуру, чем без нее. В точке  $T$  происходит отражение ударной волны в нереагирующем газе (реакция еще не началась) с углом наклона  $\beta_T$ , в зоне горения (участок  $TQ_*$ ) отраженная ударная волна изгибается, и после окончания реакции угол наклона становится равным  $\beta_k$  (определяется соотношением (18)). Угол наклона отраженной ударной волны в точке  $T$  равен  $\beta_T = B(\bar{\theta}_0; M_2, \gamma_1, \gamma_1, 0) - \theta_0$ , где  $\bar{\theta}_0 = \Theta(\beta_1; M_1, \gamma_1, \gamma_1, 0)$  — угол наклона набегающего потока для нереагирующего газа, которому соответствует косая ударная волна с углом наклона  $\beta_1$ . Заметим, что всегда выполняется неравенство  $\beta_T > \beta_k$ . В отсутствие химической реакции  $\beta_T = \beta_k$ .

**Критерии перехода регулярное — маховское отражение в нереагирующем газе.** Для определения условия перехода от регулярного отражения к маховскому используется критерий  $\beta_d$ : при угле наклона падающей ударной волны  $\beta > \beta_d$  регулярное отражение невозможно [5, 7–9]. Критерий  $\beta_d$  называют критерием по двухударной теории [8] или критерием максимального отражения потока [9]. Угол  $\beta_d$  определяется из уравнения [5]

$$\left[ \frac{(\gamma + 1)M_1^2}{2(M_1^2 \sin^2 \beta_d - 1)} - 1 \right] \operatorname{tg} \beta_d = \left[ \frac{(\gamma + 1)M_{2d}^2}{2(M_{2d}^2 \sin^2 \beta_{2d} - 1)} - 1 \right] \operatorname{tg} \beta_{2d}, \quad (19)$$

где

$$M_{2d}^2 = \frac{2 + (\gamma - 1)M_1^2}{2\gamma M_1^2 \sin^2 \beta_d - (\gamma - 1)} + \frac{2M_1^2 \cos^2 \beta_d}{(\gamma - 1)M_1^2 \sin^2 \beta_d + 2},$$

$$\sin^2 \beta_{2d} = \frac{1}{\gamma M_{2d}^2} \left[ \frac{\gamma + 1}{4} M_{2d}^2 - 1 + \sqrt{(\gamma + 1) \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{2d}^2 + \frac{\gamma + 1}{16} M_{2d}^4 \right)} \right].$$

Для определения условия перехода от маховского отражения к регулярному в нереагирующем газе используется критерий  $\beta_N$ : при угле наклона падающей ударной волны  $\beta < \beta_N$  маховское отражение невозможно [5, 7–9]. Критерий  $\beta_N$  называют критерием фон Неймана [5], критерием по трехударной теории [8] или критерием механического равновесия [9]. Угол  $\beta_N$  определяется из уравнения [5]

$$\operatorname{ctg}^4 \beta_N - \frac{\gamma\mu(\xi + \mu) + (1 + \xi)^2}{(\xi + \mu)(1 + \xi\mu)} \operatorname{ctg}^2 \beta_N - \frac{\gamma(\xi + \mu)}{(1 + \xi\mu^2)} = 0, \quad (20)$$

где  $\mu = (\gamma - 1)/(\gamma + 1)$ ;  $\xi = 1/[(\mu + 1)M_1^2 \sin^2 \beta_N - \mu]$ .

**Критерии перехода регулярное — маховское отражение в реагирующем газе.** Для реагирующего газа с зоной реакции (см. рис. 4) критерии перехода необходимо определять отдельно для точки  $T$  и ударной волны  $Q_*E$ . В точке  $T$  происходит отражение в нереагирующем газе (перед и за ударной волной  $\gamma_1 = \gamma_2$ ,  $\bar{\alpha}_1 = 0$ ). Критический угол  $\beta_1$  определяется критерием  $\beta_d$  (19). Далее по углу  $\beta_1$  определяется критический угол  $\beta_0$ . Таким образом, в случае отражения в точке  $T$  критический угол  $\beta_0$  определяется соотношениями

$$\beta_1 = \beta_d^0(M_1; \gamma_1), \quad \beta_0 = \bar{B}(\beta_1; M_1, \gamma_1, \gamma_2, \bar{\alpha}_1), \quad (21)$$

где функция  $\beta_d^0(M_1; \gamma_1)$  определяется из (19). Уравнения (21) определяют критический угол

$$\beta_0 = \beta_d(M_1; \gamma_1, \gamma_2, \bar{\alpha}_1). \quad (22)$$

При  $\beta_0 > \beta_d(M_1)$  регулярное отражение в точке  $T$  невозможно. График функции  $\beta_d(M_1)$  приведен на рис. 5.

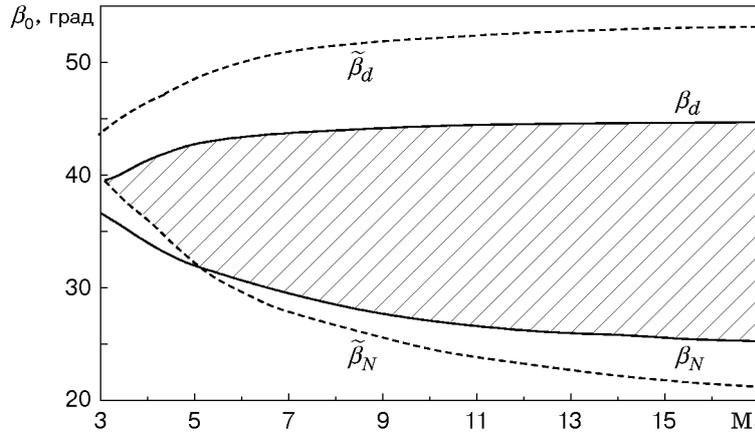


Рис. 5. Критические углы  $\beta_0$  в реагирующем газе ( $\gamma_1 = 1,4; \gamma_2 = 1,2; \bar{\alpha} = 4$ ):  $\beta_N(M_1)$  и  $\beta_d(M_1)$  — с зоной реакции;  $\tilde{\beta}_N(M_1)$  и  $\tilde{\beta}_d(M_1)$  — без зоны реакции; заштрихованная область — область двойного решения в реагирующем газе; верхняя граница заштрихованной области — критический угол  $\beta_d(M_1)$  перехода от регулярного отражения к маховскому; нижняя граница — критический угол  $\tilde{\beta}_N(M_1) = \max(\beta_N(M_1), \tilde{\beta}_N(M_1))$  перехода от маховского отражения к регулярному

Для отраженной волны  $Q_*E$  критический угол регулярного отражения определяется из условий:

1) отраженный поток поворачивается на угол  $\theta_0 = |\bar{\Theta}(J_1; M_2, \gamma_2, \gamma_2, 0)|$ , где  $J_3 = J(\theta_0; M_2, \gamma_2, \gamma_2, 0)$  — интенсивность отраженного скачка;

2) на отраженной ударной волне  $Q_*E$  поток поворачивается на предельно возможный угол, т. е.  $J_3 = J_l(M_2, \gamma_2, \gamma_2, 0)$ .

Затем из (13) находится критический угол  $\beta_0 = B(\theta_0; M_1, \gamma_1, \Gamma_2, \bar{\alpha}_1)$ . В итоге получим критерий перехода к маховскому отражению без учета зоны реакции в виде  $\beta_0 = \tilde{\beta}_d(M_1; \gamma_1, \gamma_2, \bar{\alpha}_1)$ . При  $\beta_0 > \tilde{\beta}_d(M_1)$  регулярное отражение для ударной волны  $Q_*E$  невозможно. График функции  $\tilde{\beta}_d(M_1)$  приведен на рис. 5. Видно, что  $\beta_d(M_1) < \tilde{\beta}_d(M_1)$  для любого числа Маха  $M_1$  набегающего потока.

Переход от регулярного отражения к маховскому происходит при  $\beta_0 = \beta_d$ , т. е. учет зоны реакции приводит к уменьшению критического угла перехода. При углах  $\beta_d < \beta_0 < \tilde{\beta}_d$  регулярное отражение в окрестности точки  $T$  невозможно.

Критерий перехода от маховского отражения [10, 11] к регулярному определяется аналогично, т. е. отдельно для реагирующего газа (для “замороженной” химической реакции ( $\gamma_1 = \gamma_2, \bar{\alpha} = 0$ )) и для полностью прореагировавшего газа.

Для “замороженной” ударной волны по формуле (20) определяется критический угол  $\beta_1$ , а затем критический угол  $\beta_0$ . Таким образом, для маховского отражения “замороженной” ударной волны критический угол  $\beta_0$  определяется соотношениями

$$\beta_1 = \beta_N^0(M_1; \gamma_1), \quad \beta_0 = \bar{B}(\beta_1; M_1, \gamma_1, \gamma_2, \bar{\alpha}_1), \quad (23)$$

где функция  $\beta_N^0(M_1; \gamma_1)$  определяется из (20). Уравнения (23) определяют критический угол  $\beta_0 = \beta_N(M_1; \gamma_1, \gamma_2, \bar{\alpha}_1)$ . При  $\beta_0 < \beta_N(M_1)$  маховское отражение “замороженной” ударной волны невозможно. График функции  $\beta_N(M_1)$  приведен на рис. 5.

Для полностью прореагировавшего газа критический угол маховского отражения определяется из условий:

1) отраженный поток поворачивается на угол  $\theta_0 = |\bar{\Theta}(J_3; M_2, \gamma_2, \gamma_2, 0)|$ , где  $J_3 = J(\theta_0; M_2, \gamma_2, \gamma_2, 0)$  — интенсивность отраженного скачка;

2) давление за прямым скачком (ножкой Маха  $J_m$ ) равно давлению за системой двух скачков (падающего  $J_1$  и отраженного  $J_3$ ):  $J_1(M_1; \gamma_1, \gamma_2, \bar{x}_1) J_3(M_2; \gamma_2, \gamma_2, 0) = J_m(M_1; \gamma_1, \gamma_2, \bar{x}_1)$ .

Затем из (13) находится критический угол  $\beta_0 = B(\theta_0; M_1, \gamma_1, \gamma_2, \bar{x}_1)$ . В итоге получим критерий перехода к регулярному отражению без учета зоны реакции в виде  $\beta_0 = \tilde{\beta}_N(M_1; \gamma_1, \gamma_2, \bar{x}_1)$ . При  $\beta_0 < \tilde{\beta}_N(M_1)$  маховское отражение для прореагировавшего газа невозможно. График функции  $\tilde{\beta}_N(M_1)$  приведен на рис. 5.

Из рис. 5 следует, что при  $M_1 \gtrsim 4,5$  углы  $\beta_N(M_1) > \tilde{\beta}_N(M_1)$ , а при  $M_1 \lesssim 4,5$  углы  $\beta_N(M_1) < \tilde{\beta}_N(M_1)$ . Кривые  $\beta_N(M_1)$  и  $\tilde{\beta}_N(M_1)$  пересекаются при  $M_1 \approx 3$ . Для перехода от маховского отражения к регулярному критерием перехода является максимальный из углов  $\beta_N$  и  $\tilde{\beta}_N$ :

$$\bar{\beta}_N(M_1) = \max(\beta_N(M_1), \tilde{\beta}_N(M_1)). \quad (24)$$

Диапазон углов от  $\beta_d(M_1)$  до  $\bar{\beta}_N(M_1)$  является областью двойного решения, где возможно как регулярное отражение, так и маховское.

**Заключение.** Построено решение для нахождения регулярного отражения косоугольной ударной волны в реагирующем газе с учетом зоны химической реакции, а также ударные поляры ((14) или (15)) для скачков уплотнения с реакциями. Получены критические углы перехода от регулярного отражения к маховскому  $\beta_d(M_1)$  (формула (22)) и от маховского отражения к регулярному  $\bar{\beta}_N(M_1)$  (формула (24)) для реагирующего газа. Показано, что учет конечности зоны химической реакции дает существенное сокращение области двойного решения (заштрихованная область на рис. 5).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Li H., Ben-Dor G., Grönig H. Analytical study of the oblique reflection of detonation waves // AIAA J. 1997. V. 35, N 11. P. 1712–1720.
2. Bezgin L. V., Ganzhelo A. N., Gouskov O. V., Korchenov V. I. Some numerical investigation results of shock-induced combustion. N. Y., 1998. (Paper / AIAA; N 98-1513).
3. Власенко В. В., Сабельников В. А. Численное моделирование невязких течений с горением водорода за скачками уплотнения и в детонационных волнах // Физика горения и взрыва. 1995. Т. 31, № 3. С. 118–133.
4. Берлянд А. Т., Власенко В. В. Структура течения с наклонной детонационной волной на клине при углах клина, близких к критическому // Мат. моделирование. 1999. Т. 11, № 3. С. 83–95.
5. Курант Р., Фридрихс К. Сверхзвуковые течения и ударные волны. М.: Изд-во иностр. лит., 1950.
6. Овсянников Л. В. Лекции по основам газовой динамики. М.: Наука, 1981.
7. Адрианов А. Л., Старых А. Л., Усков В. Н. Интерференция стационарных газодинамических разрывов. Новосибирск: Наука. Сиб. издат. фирма, 1995.
8. Баженова Г. В., Гвоздева Л. Г., Лагутов Ю. П. и др. Нестационарные взаимодействия ударных и детонационных волн в газах. М.: Наука, 1986.
9. Иванов М. С., Клеменков Г. П., Кудрявцев А. К., Фомин В. М., Харитонов А. М. Экспериментальное исследование перехода к маховскому отражению стационарных ударных волн // Докл. РАН. 1997. Т. 357, № 5. С. 623–627.
10. Медведев А. Е., Фомин В. М. Приближенно-аналитический расчет маховской конфигурации стационарных ударных волн в плоском сужающемся канале // ПМТФ. 1998. Т. 39, № 3. С. 52–58.

11. **Медведев А. Е., Фомин В. М.** Модель маховской конфигурации стационарных ударных волн в плоском сужающемся канале // Теплофизика и аэромеханика. 1999. Т. 6, № 2. С. 157–164.

*Поступила в редакцию 17/III 2000 г.,  
в окончательном варианте — 15/X 2000 г.*

---