

ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВОСПЛАМЕНЕНИЯ ЧАСТИЦ МАГНИЯ

УДК 534.222.2; 662.612.32

А. В. Федоров

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН,
630090 Новосибирск

На основе модели теплового взрыва и методов элементарной теории катастроф изучены свойства многообразия катастроф (воспламенения) и выявлено качественное поведение решения соответствующей задачи Коши в зависимости от значений бифуркационного параметра. Установлено соответствие между критическими условиями Семенова в теории теплового взрыва и многообразием катастроф. Исследованы условия разрешимости трансцендентных уравнений для определения кинетических констант (E, K), показана неединственность определения энергии активации при заданном предэкспоненте, выделено единственное решение, когда оба параметра неизвестны. Получено удовлетворительное описание многообразия воспламенения для больших и малых радиусов частиц в рамках единого критерия воспламенения. Показано, что с ростом числа Нуссельта и температуры окружающей среды времени задержки воспламенения, рассчитанные по моделям приведенной пленки и теплового взрыва, сближаются.

Проблема воспламенения мелких частиц алюминия и магния в высокотемпературном высокоскоростном потоке газа за распространяющейся по газовзвеси ударной волной (УВ) изучалась экспериментально и теоретически в [1–6]. Кинетические константы эмпирического закона воспламенения (предэкспонент K в законе роста окисной пленки и энергия активации процесса низкотемпературного окисления E) находились из условия совпадения экспериментальной и теоретической зависимостей времени задержки воспламенения t_{ign} от числа Маха M_0 инициирующей УВ. В [7] определена зависимость $t_{ign}(T_0)$ для магниевой пудры (со средним размером частиц $r = 17$ мкм), взвешенной в потоке за УВ. При температуре окружающей среды $T_0 = 1538 \div 2500$ К время задержки воспламенения изменяется от 0,1 до 0,05 мс.

Вычисленные ранее в [8] значения t_{ign} оказались на порядок больше наблюдаемых в динамических условиях [7]. Это дало авторам [1–6] основания для нахождения кинетических констант E, K в динамической модели (учитывающей движение частиц), отличных от констант статической модели воспламенения (не учитывающей скольжения частиц относительно газа).

Простая оценка времени релаксации скорости частицы в потоке газа при законе обтекания Стокса $\tau = 2\rho_s r^2 / 9\mu$ показывает, что при радиусах $r = 1$ и 5 мкм $\tau = 0,02$ и $0,5$ мс соответственно (здесь ρ_s — плотность частиц, μ — вязкость). Отсюда, если брать данные по времени задержки воспламенения из [7], то вклад участка нестационарности для мелких частиц (при малых скоростях обдува) может быть невелик. Скорость очень мелких частиц быстро достигает значения скорости окружающего газа, и условия нагрева становятся такими же, как у неподвижной частицы. Помимо различий E и K в статических и

динамических условиях в существующих математических моделях воспламенения частиц имеется значительный разброс и в выборе определяющих параметров. Это приводит к тому, что константы моделей сильно, иногда на порядки, различаются. Поэтому представляется обоснованным вернуться к проблеме воспламенения частиц магния в статических условиях.

Работы, выполненные в области физико-математического моделирования воспламенения частиц металла в стационарных условиях неподвижной атмосферы, основываются, как правило, на двух типах представлений об изучаемом процессе [9–17]. Первая группа работ использует подход теории теплового взрыва Н. Н. Семенова, а вторая принимает схему «приведенной пленки». Анализ этих исследований [18] показал, что

1) две неизвестные константы E, K определяются из экспериментальных зависимостей критической температуры «срыва» от радиуса жидкой частицы в [9, 10] при малых значениях r и в [14, 15] при больших r для твердого магния, при этом значения констант указанных работ различаются;

2) если математическая модель учитывает испарение металла, то в ней энергия активации больше;

3) расчетные данные только по моделям второго типа содержат информацию о зависимости критической температуры среды от концентрации кислорода и радиуса частицы, а также зависимости времени задержки воспламенения от радиуса частицы;

4) в этих работах не содержится исследований качественных свойств решений задач Коши для моделей первого типа, краевых задач для моделей второго типа, вопросов разрешимости трансцендентных уравнений для определения E, K и сопоставлений данных по динамике нарастания температуры по разным моделям.

В настоящей работе на основе методов элементарной теории катастроф и аналитических и численных методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений исследуются:

— строение многообразия катастроф и соответствие между критическими условиями Семенова в теории теплового взрыва и этим многообразием;

— условия разрешимости трансцендентных уравнений для определения кинетических констант E, K , показана неединственность определения E при заданном K , выделено единственное решение, когда обе величины неизвестны;

— типы поведения температурных профилей частиц магния;

— соответствие между временами задержки воспламенения магния по моделям первого и второго типов при различных значениях числа Нуссельта.

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА И ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧИ О ВОСПЛАМЕНЕНИИ

Две задачи теории воспламенения частицы металла. Рассмотрим мелкую частицу магния, находящуюся в атмосфере с температурой $\tilde{T}$. Уравнения сохранения энергии и кинетики роста окисной пленки, записанные для частицы радиуса r , покрытой окисной пленкой толщины $\delta \ll r$, в модели теплового взрыва Семенова [12, 13] имеют вид

$$mc_s \frac{dT}{dt} = -Sk(T - \tilde{T}) + Sq\rho_{ок} \frac{d\delta}{dt}, \quad \frac{d\delta}{dt} = Ke^{-E/RT}. \quad (1)$$

Здесь $m = (4/3)\pi r^3 \rho_s$ — масса частицы; $c_s = 1100$ Дж/кг·К — теплоемкость; $\rho_s = 1740$ кг/м³ — истинная плотность частицы; T — ее температура; $S = 4\pi r^2$ — площадь

поверхности частицы; k — коэффициент теплопередачи; $q = 4,9 \cdot 10^7$ Дж/кг — тепловой эффект реакции, отнесенный к массе окисла; R — универсальная газовая постоянная; t — время, λ — коэффициент теплопроводности, $\rho_{\text{ок}} = 3600$ кг/м³.

Уравнение (1) должно удовлетворять начальному условию

$$T(0) = T_0, \quad (2)$$

где T_0 — температура частицы в начальный момент времени. Таким образом, определение «тепловой истории» частицы, нагреваемой в газе с температурой $\tilde{T} > T_0$, свелось к решению задачи Коши (1), (2). Уравнение (1) представляет собой автономное обыкновенное дифференциальное уравнение. Достаточно проанализировать нулевую изоклину и на основе полученной информации определить типы решений этой задачи в зависимости от изменения некоторых бифуркационных параметров, например $E, K, \tilde{T}, \dots$. При этом возникают две задачи.

Первая относится к классу обратных задач математической физики и формулируется следующим образом: *найти решение задачи Коши (1), (2) и один (E) или два неизвестных параметра (E, K) так, чтобы выполнялись одно или два условия, связывающие параметры задачи.*

Вторая задача — прямая: *найти решение задачи Коши (1), (2), непрерывно дифференцируемое вместе со второй производной.*

Остановимся на изучении качественных свойств решения прямой задачи, используя методы элементарной теории катастроф.

Построение многообразия катастроф. Уравнение (1), описывающее процесс воспламенения частицы, запишем в безразмерном виде

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T_{\text{ок}}}{t_1} (-\alpha(T - \tilde{T}) + e^{-E/T}) \equiv g(T; \alpha, \tilde{T}),$$

где $T_{\text{ок}}, \alpha, t_1$ — некоторые константы.

Для исследования типов решений задачи Коши (1), (2) используем методы элементарной теории катастроф. При этом, следуя [19], рассмотрим нулевую изоклину уравнения (1) как поверхность в пространстве $(T; \alpha, \tilde{T})$.

Рассмотрим функцию $g(T; \alpha, \tilde{T})$, считая параметры $\alpha, \tilde{T}$ управляющими. Это позволяет построить многообразие катастроф или поверхность равновесия в пространстве $(T; \alpha, \tilde{T})$:

$$g(T; \alpha, \tilde{T}) = 0. \quad (3)$$

Критические значения функции $G = \int g(T; \alpha, \tilde{T}) dT$ определяются путем решения данного трансцендентного уравнения для нахождения критических точек и оценки в них G . Итак, уравнение (3) выполняется в критических точках. Добавим к нему условие

$$\frac{dg}{dT} = 0. \quad (4)$$

Тогда система (3), (4) позволяет найти дважды вырожденные критические точки. Если (3), (4) дополнить уравнением

$$\frac{d^2g}{dT^2} = 0 \quad (5)$$

и рассмотреть решение системы (3)–(5), то оно определяет трижды вырожденные критические точки.

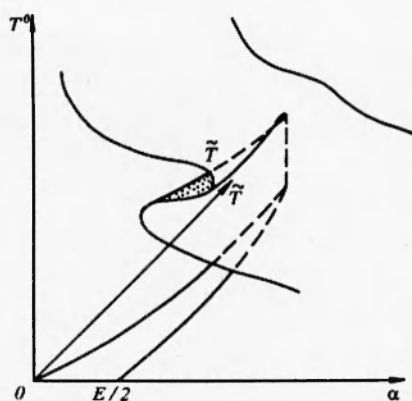


Рис. 1

Решение системы (3)–(5) определяется в явном виде

$$X(T; \alpha, \tilde{T}) = \left(\frac{E}{2}, \frac{4}{E} e^{-2}, \frac{E}{4} \right) \equiv (T_*, \alpha_*, \tilde{T}_*). \quad (6)$$

Множество дважды вырожденных критических точек образует кривые складок

$$\alpha = \alpha_{\pm}(\tilde{T}) = \frac{e^{-E/T_{\pm}}}{T_{\pm} - \tilde{T}}, \quad T_{\pm}(\tilde{T}) = \frac{E}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4\tilde{T}}{E}} \right) \quad (7)$$

на плоскости управляющих параметров $(\alpha, \tilde{T})$. Отметим, что при $\tilde{T} = E/4$ определяется точка сборки, где $\alpha = \alpha_*$, $T = T_{\pm} = T_*$. Сепаратриса пространства управляющих параметров $(\alpha, \tilde{T})$ состоит из точки сборки $(\alpha_*, \tilde{T}_*)$ и линий складок (7). Подытожим данный анализ.

Функция $T^0 = T^0(\alpha, \tilde{T}; E)$, являющаяся решением (3) при фиксированных $E, \tilde{T} < E/4$, обладает следующими свойствами:

- 1) $T^0 \rightarrow \infty$ при $\alpha \rightarrow 0$, $T^0 \rightarrow \tilde{T}$ при $\alpha \rightarrow \infty$,
- 2) T^0 однозначна при $\alpha < \alpha_-$, $\alpha > \alpha_+$, трехзначна при $\alpha \in (\alpha_-, \alpha_+)$,
- 3) кривые складки $\alpha_{\pm}(\tilde{T}) \rightarrow E/2$ при $\tilde{T} \rightarrow E/4$. Если же $\tilde{T} > E/4$, то $T^0(\alpha, \tilde{T}; E)$ — однозначная функция своих аргументов.

Отсюда многообразие катастроф имеет вид поверхности со сборкой, которая качественно показана на рис. 1.

З а м е ч а н и е. Дважды вырожденные критические точки (3), (4) на кривых складок (7) поверхности катастроф (3) являются решением уравнений, определяющих срыв теплового равновесия по Семенову. При этом кривые $\alpha = \alpha_-(\tilde{T}; E)$, $\alpha = \alpha_+(\tilde{T}; E)$ на плоскости $(\alpha, \tilde{T})$ соответствуют воспламенению и погасанию соответственно.

Для описания физического процесса воспламенения частицы, находящейся в начальный момент времени при некоторой начальной температуре, меньшей температуры окружающей среды, нужно решить задачу Коши (1), (2). Последующий анализ качественных особенностей поведения решения дает информацию о критерии воспламенения частицы, (см. также [20]). В частности, в литературе часто определяют момент воспламенения как время достижения экстремума $\dot{T}$ или соответственно $g(T)$.

Свойства многообразия воспламенения. Изучим качественное поведение функции

$$\frac{dg}{dT} = \dot{g}(T; \alpha) = -\alpha + \frac{E}{T^2} e^{-E/T^2}$$

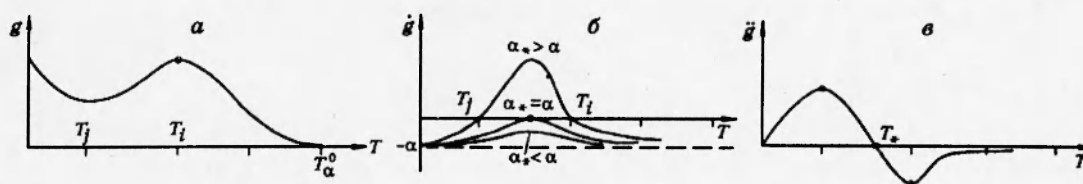


Рис. 2

со следующими свойствами:

- 1) $\lim_{T \rightarrow 0, \infty} \dot{g} = -\alpha$,
- 2) $\dot{g}_* = \dot{g}(T = T_*, \alpha) = \alpha_* - \alpha$, причем
- 3) $\dot{g}_* \geq 0$ при $\alpha_* \geq \alpha$, $\dot{g}_* < 0$ при $\alpha_* < \alpha$.

Для построения функции $\dot{g}(T; \alpha, E) = 0$ необходимо исследовать качественное поведение функции

$$\ddot{g}(T) = \frac{2E}{T^4}(T_* - T)e^{-E/T}$$

со свойствами:

- 1) $\lim_{T \rightarrow 0, \infty} \ddot{g}(T) = \pm 0$,
- 2) $\ddot{g}(T = T_*) = 0$,
- 3) $\ddot{g}(T) \geq 0$ при $T_* \geq T$, $\ddot{g}(T) \leq 0$ при $T_* \leq T$.

Вид функции $\ddot{g}(T)$ приведен на рис. 2, в, где видно, что функция $g_T = \dot{g}(T; \alpha)$ в зависимости от α будет иметь (см. рис. 2, б):

- 1) две нулевые точки T_j, T_i при $\alpha < \alpha_*$, причем T_j — точка минимума $g(\alpha, \tilde{T})$, а T_i — максимума,
- 2) одну нулевую точку при $\alpha = \alpha_*$,
- 3) ни одной нулевой точки при $\alpha > \alpha_*$.

Качественный вид многообразия воспламенения $T_{ign}(\alpha)$ приведен на рис. 3 в сечении $\tilde{T} = \text{const}$ при $\tilde{T} < E/4$. При его построении использовалась формула $\alpha = E/T^2 \cdot e^{-E/T}$ и свойства 1, 2 функции $\dot{g}(T; \alpha)$. При $\tilde{T} \rightarrow E/4$ имеем $T_{\pm} \rightarrow E/2$, $\alpha_{\pm} \rightarrow \alpha_*$, поэтому нулевая изоклина $g(T; \alpha) = 0$ имеет две точки пересечения с кривой воспламенения $\dot{g}(T; \alpha, E) = 0$. Кроме того, при построении графиков на рис. 3 использовался тот факт, что $\alpha_-(\tilde{T})$ — возрастающая функция своего аргумента и

$$\alpha_-(\tilde{T}) \leq \alpha_-(\tilde{T} = E/4), \quad \alpha_+(\tilde{T}) \leq \alpha_+(\tilde{T} = E/4) = \alpha_+.$$

На рис. 3 приведены также кривые $T_i(\alpha)$, $T_j(\alpha)$, на которых достигаются максимумы и минимумы функции $g(T; \alpha, \tilde{T})$. Кривая DC, обозначенная через I, представляет собой часть нулевой изоклины определяющего уравнения, которая ответственна за описание воспламенения. Кривая AF, обозначенная через II, соответствует нижнему стационарному тепловому состоянию частицы. Кривая DCAF есть нулевая изоклина (1), которую будем обозначать также $\tilde{T}^0(\alpha; \tilde{T}, E)$.

На основе вышеизложенного можно сформулировать

Утверждение. Решение задачи Коши при $\alpha < \alpha_-(\tilde{T}, E)$ стабилизируется на части I многообразия M и при $T_0 < T_j(\alpha)$ имеет две точки перегиба $T_j(\alpha)$ и $T_i(\alpha)$; $T_0 \in (T_j(\alpha), T_i(\alpha))$ имеет одну точку перегиба; при $T_0 > T_i(\alpha)$ точек перегиба нет.

Решение задачи Коши при $\alpha \geq \alpha_-$ стабилизируется на части II многообразия M при $T_0 < T^0(\alpha; \tilde{T}, E)$.

Запишем (8) в двух точках: при $r_1 = 7,5$ мкм, $T_1 = 1053$ К и при $r_2 = 35$ мкм, $T_2 = 912$ К. Тогда для определения E, K' получим систему двух уравнений, позволяющую найти

$$E = \frac{\ln[(\tilde{T}_1/\tilde{T}_2)^2 r_2/r_1]}{\tilde{T}_2^{-1} - \tilde{T}_1^{-1}} = E(r_i, \tilde{T}_i), \quad K = \frac{K' T_0 \lambda}{e \rho_{\text{ок}} q}, \quad K' = \frac{e^{E/\tilde{T}_1} \tilde{T}_1^2}{E r_1}. \quad (9)$$

Легко видеть, что E и K единственны и положительны ($E \approx 4,3 \cdot 10^6$ Дж/кг, $K' \approx 5,2 \cdot 10^9$ 1/м, $K = 0,103$ м/с). При этом в промежуточных точках $r \in (10, 35)$ уравнение (8) выполняется для $r = 10, 15, 20, 25$ и 30 мкм с точностью 3, 2, 1,68, 4 и 9 % соответственно.

Определим E, K для больших значений r (экспериментальные данные приведены в [18]) в виде $E = 100$, $K = 4,08 \cdot 10^{16}$ 1/м [14, 15]. Оказалось, что с этими константами определяющее уравнение $\tilde{T}(r)$, записанное для радиуса $r = 300, 400, 500, 600, 700$ мкм, выполняется с точностью до 0,02, 4, 10, 8 и 4 % соответственно.

Заметим, что если в [9] пренебречь зависимостью коэффициента теплопроводности от температуры, то на основе предложенного в [9] способа определения E можно получить формулу (9).

ОБСУЖДЕНИЕ ЧИСЛЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

После нахождения кинетических констант в эмпирическом уравнении для толщины окисной пленки математическая модель полностью определена, так что возможно проведение прямых расчетов по определению тепловой истории частицы. В соответствии с вышеизложенными свойствами решения задачи Коши в случае $\alpha < \alpha_-$ температура частицы возрастает от начальной до некоторого значения, являющегося корнем уравнения, определяющего нулевую изоклину (верхняя ветвь I данной изоклины (см. рис. 3)). Скорость изменения температуры во времени является немонотонной функцией своего аргумента, имеет минимум в точке $T = T_j(\alpha)$ и максимум в точке $T = T_i(\alpha)$ при $t \rightarrow \infty, \tilde{T} \rightarrow 0$. Соответственно $\tilde{T}$ при $T < T_j, T > T_i$ отрицательна, при $T \in (T_j, T_i)$ положительна. Временем воспламенения, как принято, назовем момент, при котором $\tilde{T}$ обращается в нуль во второй раз. При расчетах этот момент определялся двояко. Во-первых, как момент резкого (на порядок) изменения температуры частицы. Во-вторых, как второй момент обращения в нуль второй производной от температуры по времени. Как правило, эти времена близки в реализованных нами вариантах расчетов. Типичные кривые зависимости температуры от времени приведены на рис. 4,а для случая $r = 17$ мкм, $\tilde{T} = 1538$ К; первая и вторая производные от температуры по времени приведены на рис. 4,б (температура 300 К). Отметим, что при $t = 2,6$ мс величина $\tilde{T} \sim 10$, поэтому она не видна на рисунке. При больших t производная вновь становится конечной и медленно стремится к нулю. Изменение $\tilde{T}$ приведено для $Nu = 20$ и 5 полностью и соответствует доказанным свойствам.

Исследовалась зависимость $t_{ign} = t_{ign}(\tilde{T}, Nu)$ при фиксированном радиусе частицы. Приведенные в табл. 1 данные расчетов показывают качественное соответствие результатов расчетов по модели приведенной пленки [8] и по модели теплового взрыва при $Nu = 2$. Однако с ростом числа Нуссельта (см. первую строку табл. 1) воспламенение может и не наступить.

С увеличением Nu и $\tilde{T}$ значения t_{ign} в модели [8] и исследуемой здесь модели сближаются (см. табл. 1).

Остановимся более подробно на влиянии числа Нуссельта. В табл. 2 приведены значе-

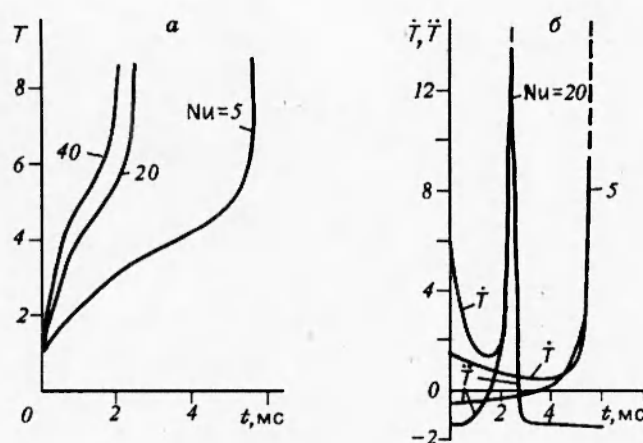


Рис. 4

Таблица 1
Зависимость времени
задержки воспламенения
от $\tilde{T}$ и Nu ($r = 22$ мкм)

$\tilde{T}$, К	t_{ign} , мс		
	[8]	$Nu = 2$	$Nu = 5$
1023	27	67	Нет воспл.
1083	21	46	41
1143	17	36	24
1203	14	30	18
1263	13	26	14
1323	11	23	12

Таблица 2
Зависимость $t_{ign}(Nu)$ для $r = 17$ мкм,
 $\tilde{T} = 1538$, $\alpha_- \cdot 10^5 = 114$

Nu	t_{ign} , мс	$T_{cp}/300$	$\alpha_- \cdot 10^5$
5	5,8	4,57	7,64
20	2,6	7,42	30,5
40	2,0	8,56	61,15
60	2,6	31,4	91,7
70	4,0	6,83	107,0
72	6,0	84,5	110
200	Нет воспл.		305

ния t_{ign} , T_{cp} (некоторая условная характеристика разогрева частицы, равная температуре перед ее увеличением на порядки) и значение бифуркационного параметра как функции от числа Nu . Отметим, что в экспериментах [7] по воспламенению в ударных волнах при тех же значениях $r = 17$ мкм, $\tilde{T} = 1538$ К, $t_{ign} = 0,1$ мс. Как видно, время воспламенения при фиксированных кинетических постоянных и увеличении числа Nu немонотонное: имеется некоторое минимальное значение t_{ign} (в данном случае $t_{ign} = 2$ при $Nu = 40$), а при $Nu \gtrsim 75$ воспламенения нет. Последнее связано с нарушением условия теплового взрыва. Действительно, при фиксированных $\tilde{T}$, E величина $\alpha_- = \text{const}$. В то же время $\alpha \sim Nu$ и поэтому растет с увеличением Nu и может стать больше α_- . Отсюда режим с воспламенением при $\alpha < \alpha_-$ меняется на режим регулярного нагрева. В данном случае частица прогревается до температуры $T = T_\alpha^0 \in \Pi$, $\Pi = \{T_\alpha^0 : T_\alpha^0 \in (T_-, \tilde{T})\}$ (см. рис. 3).

Таким образом, быстрый теплообмен приводит к высокотемпературному равновесию с окружающей средой. Время воспламенения при этом более чем в два раза отличается от данных [7].

Интересно проследить влияние числа Нуссельта на время задержки воспламенения в области небольших значений Nu . В табл. 3 приведено сравнение расчетных данных по модели теплового взрыва настоящей работы (первые четыре строки) с данными [9] по времени задержки воспламенения (последняя строка). Они подтверждают высказанные

Таблица 3
Зависимость $t_{ign}(Nu)$
для $r = 22$ мкм, $T = 1323$,
 $\alpha_- \cdot 10^5 = 421$

Nu	t_{ign} , мс	$\alpha_- \cdot 10^5$
2	23	2,36
3	17	3,54
4	14	4,72
5	12	5,9
2,1 [8]	10	—

Таблица 4
Зависимость $t_{ign}(r)$ для крупных частиц
($Nu = 2$, $\tilde{T} = 1538$ К, $\alpha_- = 3,1684 \cdot 10^{-8}$, $T_- = 5,422$)

r , мкм	t_{ign} , с	$T_{cp}/300$	$t_{ign}/(r/r_0)^2$	t_{ign} , с (10)
300	2,2	3,75	0,244	2,16
400	3,8	3,68	0,237	3,84
500	6,0	3,92	0,24	6,0
600	8,5	3,86	0,236	8,64

выше утверждения о том, что при больших $\tilde{T}$ и увеличении числа Nu времена t_{ign} по обоим моделям сближаются (ср. две последние строки табл. 3).

Были также рассчитаны значения t_{ign} для частиц магния с радиусом $r = 300 \div 600$ мкм (табл. 4). Результаты табл. 4 по порядку величин коррелируют со значениями t_{ign} для частиц магния в водяном паре [14, 15]. Кроме того, интересно отметить, что для времени задержки воспламенения справедлива приближенная формула

$$t_{ign} = a(r/r_0)^2, \quad (10)$$

где $a = 0,24$ с, $r_0 = 10^{-6}$ м. Данные табл. 4 показывают, что погрешность этой формулы для крупных частиц магния невелика.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93-013-16405).

ЛИТЕРАТУРА

1. Медведев А. Е., Федоров А. В., Фомин В. М. Математическое моделирование воспламенения частиц металла в высокотемпературном потоке за ударной волной // Физика горения и взрыва. 1982. Т. 18, № 3. С. 5–9.
2. Медведев А. Е., Федоров А. В., Фомин В. М. и др. Математическое моделирование процесса воспламенения аэродисперсных систем // Докл. 3 Междунар. шк. пром. взрывов пыли. Turava, Польша. 1982. С. 65–79.
3. Boiko V. M., Fedorov A. V., Fomin V. M., et al. Ignition of small solid particles behind shock waves // Progress in Astronautics and Aeronautics / Eds. J. R. Bowen, N. M. Manson, A. K. Oppenheim, R. I. Soloukhin. 1983. V. 87. P. 71–87.
4. Kazakov Yu. V., Medvedev A. E., Fedorov A. V., et al. Mathematical modelling of ignition in dusty gases // Arch. Combust. 1987. V. 7, N 1–2. P. 7–17.
5. Федоров А. В., Тетенев Е. В., Вессьер Б. Воспламенение газовзвеси частиц металлов при реальном взрыве. I. Постановка задачи и решение в автомодельном приближении. II. Одномерное нестационарное приближение // Физика горения и взрыва. 1991. Т. 27, № 5. С. 16–28.
6. Петухова Е. В., Федоров А. В. Воспламенение частиц магния вблизи торца ударной трубы // Физика горения и взрыва. 1991. Т. 27, № 6. С. 139–142.
7. Fox T. W., Rackett C. W., Nicholls J. A. Shock wave ignition of magnesium powders // Proc. 11-th Int. Shock Tubes and Waves Simp., Seattle. 1978. P. 262–268.

8. Гуревич М. А., Степанов А. М. Воспламенение металлической частицы // Физика горения и взрыва. 1968. Т. 4, № 3. С. 334–342.
9. Cassel H. V., Liebman I. The cooperative mechanism in the ignition of dust dispersions // Combust. and Flame. 1959. V. 3, N 4. P. 467.
10. Cassel H. V., Liebman I. Combustion of magnesium particles. II. Ignition temperatures and thermal conductivities of ambient atmospheres // Combust. and Flame. 1963. V. 7, N 1.
11. Гуревич М. А., Степанов А. М. Предельные условия воспламенения металлической частицы // Физика горения и взрыва. 1968. Т. 4, № 2. С. 189–195.
12. Хайкин Б. И., Блошенко В. Н., Мержанов А. Г. О воспламенении частиц металлов // Физика горения и взрыва. 1970. Т. 6, № 4. С. 474–488.
13. Блошенко В. Н., Мержанов А. Г., Хайкин Б. И. К вопросу об определении кинетических параметров высокотемпературного окисления магния // Физика горения и взрыва. 1976. Т. 12, № 5. С. 682–688.
14. Ежовский Г. К., Мочалова А. С., Озеров Е. С. и др. Воспламенение и горение частицы магния // Горение и взрыв. М.: Недра, 1972. С. 234–240.
15. Ежовский Г. К., Озеров Е. С. Воспламенение порошкообразного магния // Физика горения и взрыва. 1977. Т. 13, № 6. С. 845–851.
16. Деревяга М. В., Стесик Л. Н., Федорин Э. А. Экспериментальное исследование критических условий воспламенения магния // Физика горения и взрыва. 1978. Т. 14, № 6. С. 44–49.
17. Фурсов В. П., Шевцов В. И., Гусаченко Е. И., Стесик Л. Н. Роль процесса испарения легколетучих металлов в механизме их высокотемпературного окисления и воспламенения // Физика горения и взрыва. 1980. Т. 16, № 3. С. 3–12.
18. Федоров А. В. Физико-математическое моделирование воспламенения мелких частиц магния. Новосибирск, 1994. (Препр./ РАН. Сиб. отд-ние. Ин-т теорет. и прикл. механики; № 12–94)
19. Гилмор Р. Прикладная теория катастроф. М.: Мир, 1984.
20. J. C. Lermant, Yip S. A generalized Semenov model for thermal ignition in nonuniform temperature systems // Combust. and Flame. 1963. V. 7, N 1.

Поступила в редакцию 25/IV 1995 г.
