

УДК 551.466.66

СЕЙШЕВЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ КАНАЛЕ С РЕЗКИМ РАСШИРЕНИЕМ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

В. И. Букреев, И. В. Стурова, А. В. Чеботников

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск
E-mails: bukreev@hydro.nsc.ru, sturova@hydro.nsc.ru

Теоретически и экспериментально исследованы собственные частоты и формы сейшевых колебаний в замкнутом водоеме, состоящем из длинного узкого канала, соединенного с широким бассейном. В рамках линейной теории мелкой воды выполнены расчеты в двумерной и одномерной постановках. Экспериментально исследованы спектральные свойства колебаний уровня свободной поверхности в точках, лежащих на узловых линиях первых четырех мод сейшевых колебаний. Показано, что результаты, полученные по одномерной модели, удовлетворительно описывают частоты низших мод и несколько отличаются от результатов, полученных экспериментально и с использованием двумерной модели, по определению положения узловых точек сейшевых колебаний.

Ключевые слова: сейши, теория мелкой воды, собственные частоты и формы, лабораторный эксперимент, спектральный анализ.

Введение. Сейши представляют собой свободные колебания жидкости в замкнутых или полузамкнутых водоемах, например в озерах, портах и заливах [1–6]. При теоретическом анализе и численных расчетах сейш, как правило, используется линейная теория гравитационных волн [7–10]. При этом вычисляются частоты и амплитуды колебаний свободной поверхности, соответствующие различным собственным модам. Эти параметры сейшевых колебаний определяются формой и глубиной водоема. Число возбужденных собственных мод в водоеме и значения соответствующих амплитуд колебаний зависят от вида и интенсивности внесенного возмущения. Как правило, возмущения порождают сначала бегущие волны, а сейшевые колебания устанавливаются только в результате многократного отражения этих волн. Поэтому в реальных условиях в замкнутом водоеме характер колебаний в течение длительного времени определяется совместным влиянием сейши и бегущих волн.

В случае горизонтального прямоугольного канала постоянной ширины длины волн и частоты сейшевых колебаний определяются простыми формулами [7]. Результаты экспериментального исследования эволюции свободных волн в таком канале приведены в работе [11]. Для канала более сложной формы собственные моды сейшевых колебаний определяются численными расчетами [9, 10]. Некоторые характеристики сейш в реальных озерах получены в лабораторных экспериментах с использованием пространственной гидравлической модели [3]. Подробное описание таких экспериментов для оз. Байкал приведено в работе [12]. Основные свойства стоячих волн в узком канале прямоугольного сечения

Работа выполнена в рамках Интеграционного проекта СО РАН № 132 и программы Президиума РАН № 2.13.3.

постоянной ширины при наличии резкого локализованного возвышения дна определены теоретически и подтверждены лабораторным экспериментом в [13].

Цель настоящей работы — применить методы расчета [9, 10] свободных колебаний для замкнутого прямоугольного канала с резко меняющейся шириной поперечного сечения. Расчеты выполнены для двумерной (плановой) и одномерной постановок задачи. В двумерной постановке скорость жидкости осредняется по глубине, поэтому искомые величины являются функциями продольной и поперечной горизонтальных координат и времени. В одномерной постановке скорость дополнительно осредняется по поперечной координате, поэтому искомые величины являются функциями только продольной координаты и времени.

1. Математические модели. Жидкость полагается невязкой и несжимаемой. В рамках линейной теории мелкой воды уравнения движения в неподвижной прямоугольной системе координат имеют вид [8]

$$\frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} = 0; \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{\partial(hv)}{\partial y} = 0. \quad (1.2)$$

Здесь t — время; x, y — продольная и поперечная горизонтальные координаты; g — ускорение свободного падения; $\zeta(x, y, t)$ — отклонение уровня свободной поверхности от его положения в состоянии покоя; $u(x, y, t), v(x, y, t)$ — продольная и поперечная горизонтальные компоненты скорости; $h(x, y)$ — глубина невозмущенного слоя жидкости. Система уравнений (1.1), (1.2) дополняется граничным условием непротекания на границе водоема

$$n_x u + n_y v = 0 \quad (x, y \in \Gamma), \quad (1.3)$$

где n_x, n_y — направляющие косинусы нормали \mathbf{n} к береговой линии Γ .

Предполагается, что все характеристики течения изменяются во времени по гармоническому закону $\exp(i\omega t)$, где i — мнимая единица; ω — круговая частота колебаний. Например, для отклонения свободной поверхности имеет место представление

$$\zeta(x, y, t) = \operatorname{Re}(Z e^{i\omega t}),$$

где $Z(x, y)$ — амплитуда колебаний. После исключения компонент скорости из уравнений (1.1), (1.2) уравнение для амплитуды $Z(x, y)$ принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial Z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial Z}{\partial y} \right) + \frac{\omega^2 Z}{g} = 0. \quad (1.4)$$

С учетом (1.3) запишем граничное условие для этого уравнения:

$$\frac{\partial Z}{\partial n} = 0 \quad (x, y \in \Gamma). \quad (1.5)$$

Задача (1.4), (1.5) определения собственных значений является самосопряженной. Следовательно, все собственные значения $\lambda_p = \omega_p^2/g$ являются вещественными, а соответствующие им функции $Z_p(x, y)$ образуют полную ортогональную систему (индекс p , означающий номер собственной моды, принимает целочисленные значения от 1 до ∞ и соответствует числу узловых линий данной моды).

Для решения задачи (1.4), (1.5) использован конечно-разностный метод, описанный в [9] и требующий вычисления собственных значений и собственных векторов квадратной матрицы, порядок которой равен числу ячеек сетки, принадлежащих водоему.

В случае длинного узкого водоема можно использовать простую одномерную модель Дефанта [10]. В данной модели в качестве оси x принимается средняя линия водоема и необходимо задать изменение его ширины $D(x)$ и площади живого сечения $\Omega(x)$ вдоль этой линии. Тогда уравнения движения (1.1), (1.2) сводятся к уравнению

$$D(x) \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} = -\frac{\partial [u\Omega(x)]}{\partial x},$$

где $\zeta_1(x, t)$ — отклонение свободной поверхности от начального положения в одномерной модели.

Вводя переменную $\xi(x, t)$, так чтобы выполнялось тождество $u(x, t) \equiv \partial \xi / \partial t$, получаем

$$\xi = -\frac{1}{\Omega(x)} \int_0^x \zeta_1(\alpha, t) D(\alpha) d\alpha. \quad (1.6)$$

В новых переменных первое уравнение (1.1) принимает вид

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -g \frac{\partial \zeta_1}{\partial x}. \quad (1.7)$$

В предположении, что искомые характеристики движения периодически зависят от времени:

$$\zeta_1(x, t) = Q(x) \cos(\omega t), \quad \xi(x, t) = U(x) \cos(\omega t),$$

уравнения (1.6), (1.7) запишем в виде

$$U(x) = -\frac{1}{\Omega(x)} \int_0^x Q(\alpha) D(\alpha) d\alpha, \quad \frac{dQ}{dx} = \frac{1}{\omega^2 g} U(x). \quad (1.8)$$

Для этих уравнений граничные условия задаются в виде $Q(0) = 1$, $U(0) = 0$. Необходимо определить значения ω_p , при которых $U(L_\Sigma) = 0$ (L_Σ — длина водоема вдоль его средней линии), и соответствующие этим значениям функции $Q_p(x)$ и $U_p(x)$. Алгоритм решения уравнений (1.6), (1.8) с использованием конечно-разностного метода представлен в [10].

2. Эксперимент и сравнение с теорией. Схема экспериментальной установки и используемая неподвижная прямоугольная система координат приведены на рис. 1. Узкий прямоугольный канал шириной $b = 0,2$ м и длиной $L_c = 5$ м, правый конец которого закрыт вертикальной стенкой, соединен с прямоугольным бассейном шириной $B = 1$ м и длиной $L_b = 3,3$ м. Левый конец бассейна также закрыт вертикальной стенкой. Дно бассейна выше дна канала на $\delta = 0,014$ м. На расстоянии l от закрытого конца канала расположен щит, создающий начальную разность глубин верхнего бьефа h_- и нижнего бьефа h_+ . В опытах параметры l , h_- , h_+ менялись. В момент времени $t = 0$ щит удалялся вертикально вверх. Размеры установки были достаточно большими, чтобы имели место подобие волновых процессов по критерию Фруда и автомодельность по критерию Рейнольдса. Это установлено в опытах, ранее выполненных на данной экспериментальной установке [14]. Косвенно наличие автомодельности по критерию Рейнольдса подтверждается приведенными ниже результатами сравнения данных эксперимента и теории, в которой вязкость жидкости не учитывается.

С помощью неподвижных волномеров, метрологические характеристики которых описаны в [11], измерялись колебания уровня свободной поверхности $\zeta(t)$ при различных значениях координат x, y . Сигналы волномеров регистрировались компьютером с частотой дискретизации 50 Гц в течение промежутка времени, на котором сигналы вырождались

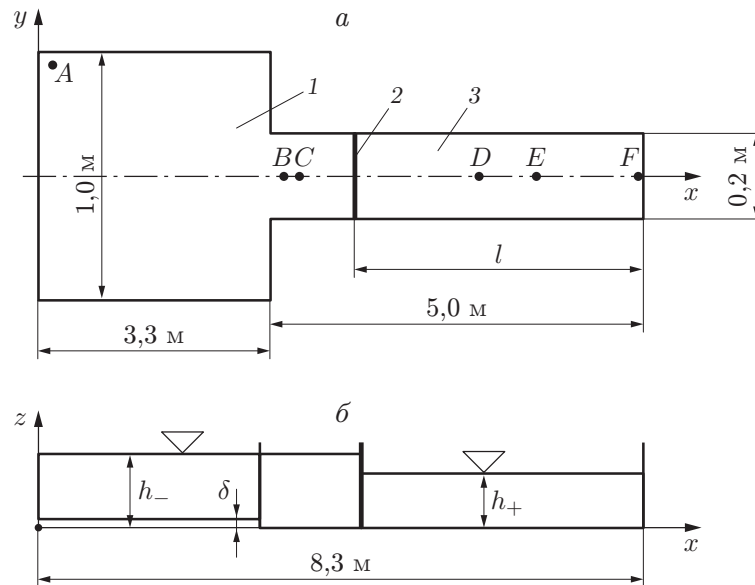


Рис. 1. Схема экспериментальной установки:

a — вид сверху, *б* — продольный разрез; 1 — бассейн, 2 — щит, 3 — канал; *A–F* — точки, в которых установлены волномеры

до электронных шумов измерительной системы. Среднеквадратичное значение интенсивности шумов в пересчете на колебания уровня свободной поверхности составляло 0,1 мм. Волномеры способны практически без искажений отслеживать частоты колебаний в диапазоне $0 \div 5$ Гц. Приведенные далее спектры колебаний уровня свободной поверхности расположены в существенно более узком диапазоне частот, поэтому частотными искажениями при измерениях можно пренебречь.

На рис. 1 места расположения волномеров в опыте, результаты которого далее используются для сравнения с результатами расчетов, показаны точками *A, B, C, D, E, F*, имеющими следующие координаты: *A* — $x = 5$ см, $y = 45$ см; *B* — $x = 3,49$ м, $y = 0$; *C* — $x = 3,64$ м, $y = 0$; *D* — $x = 5,20$ м, $y = 0$; *E* — $x = 6,33$ м, $y = 0$; *F* — $x = 8,25$ м, $y = 0$.

Результаты расчета функций $Z_p(x, 0)$, $Q_p(x)$ (амплитуд различных мод сейшевых колебаний) при $p = 1, 2, 3$ на основе двумерной и одномерной моделей приведены на рис. 2. Эти функции нормировались таким образом, чтобы их максимальное по абсолютной величине значение было равно единице. В рассматриваемом примере начальные глубины покоящейся воды равны: в бассейне $H_b = 0,125$ м, в канале $H_c = H_b + \delta = 0,139$ м. Функции $Z_p(x, 0)$, $Q_p(x)$ принимают нулевые значения в узловых точках соответствующих мод сейшевых колебаний. Волномер *B* расположен в узле первой моды сейшевых колебаний, волномер *C* — во втором узле третьей моды, волномер *E* — во втором узле второй моды. Координаты указанных узловых точек получены в расчетах на основе двумерной модели.

При конечно-разностном решении задачи (1.4), (1.5) использовалась квадратная сетка с шагом 5 см и числом ячеек, принадлежащих водоему, равным 1720. Рассматриваемый водоем можно считать узким, так как отношение его площади к квадрату полной длины, что соответствует отношению его средней ширины к длине, достаточно мало ($\approx 0,06$). При кусочно-постоянных значениях ширины и площади живого сечения вдоль средней линии уравнения (1.8) можно свести к одному обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка с постоянными коэффициентами для функции $Q(x)$. Решение этого уравнения ищем:

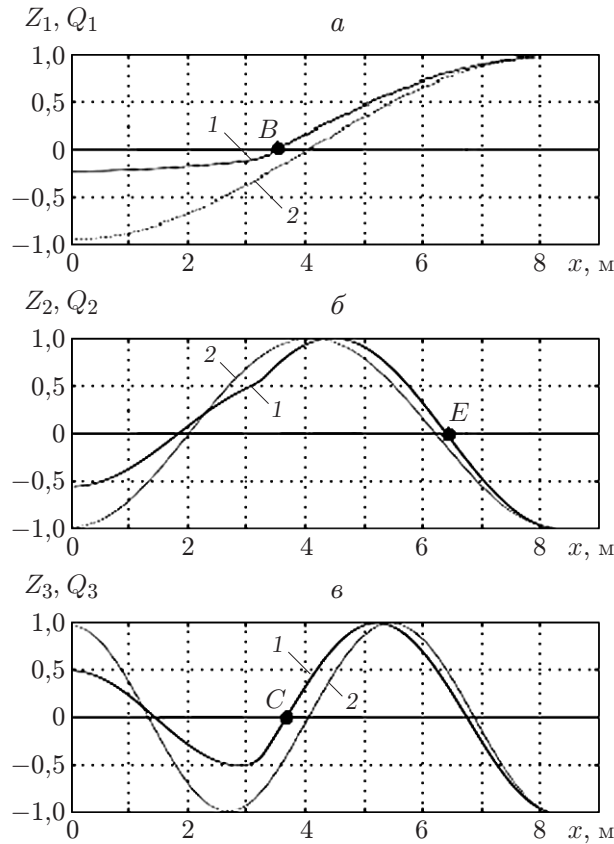


Рис. 2. Теоретические зависимости относительных амплитуд сейшевых колебаний от координаты x ($H_b = 0,125$ м, $H_c = 0,139$ м):

a — первая мода, $б$ — вторая мода, $в$ — третья мода; 1 — двумерная модель, 2 — одномерная модель

— для области бассейна — с учетом граничных условий при $x = 0$ в виде

$$Q_1(x) = \cos \frac{2\pi\omega}{\sqrt{gH_b}} x \quad (0 < x < L_b);$$

— для области канала в виде

$$Q_2(x) = C_1 \cos \frac{2\pi\omega}{\sqrt{gH_c}} (x - L_b) + C_2 \sin \frac{2\pi\omega}{\sqrt{gH_c}} (x - L_b) \quad (L_b < x < L_\Sigma), \quad L_\Sigma = L_b + L_c.$$

Постоянные C_1 , C_2 определяются из условий

$$Q_1 = Q_2, \quad \frac{dQ_1}{dx} = \frac{dQ_2}{dx} \quad (x = L_b)$$

и равны

$$C_1 = \cos \frac{2\pi\omega L_b}{\sqrt{gH_b}}, \quad C_2 = -\sqrt{\frac{H_c}{H_b}} \sin \frac{2\pi\omega L_b}{\sqrt{gH_b}}.$$

При частоте ω_p , соответствующей сейшевым колебаниям, должно выполняться условие

$$\frac{dQ_2}{dx} = 0 \quad (x = L_\Sigma),$$

что приводит к решению трансцендентного уравнения

$$\operatorname{tg} \frac{2\pi\omega L_c}{\sqrt{gH_c}} + \sqrt{\frac{H_c}{H_b}} \operatorname{tg} \frac{2\pi\omega L_b}{\sqrt{gH_b}} = 0.$$

На рис. 2 видно, что результаты, полученные с использованием двумерной и одномерной моделей, существенно различаются в области бассейна при $0 < x < L_b$ (это обусловлено осреднением по поперечной координате в одномерной модели) и достаточно близки в значительной части канала. Заметим, что изолинии функции $Z_p(x, y)$ представляют собой практически прямые линии, ортогональные оси x почти во всем водоеме, за исключением области, в которой его ширина резко изменяется ($x \approx L_b$).

В поперечном сечении, где канал соединяется с бассейном ($x = 3,3$ м), функции $Z_p(x, 0)$ имеют разрыв второго рода (излом на рис. 2), тогда как функции $Q_p(x)$ остаются гладкими. Амплитуды колебаний вблизи закрытого конца бассейна меньше амплитуд колебаний вблизи закрытого конца канала (по абсолютной величине). При использовании двумерной модели это различие значительнее, чем при использовании одномерной модели.

В рассматриваемой теории картина волн определяется лишь геометрическими параметрами системы и ускорением свободного падения. В натуральных условиях и в лабораторном эксперименте картина волн зависит также от вязкости жидкости и способа внесения возмущений. В проведенных опытах начальное возмущение имело кратковременный характер, и волновое движение представляло собой комбинацию многомодовой сейши и бегущих волн. До отражения от стенок бегущая волна представляла собой комбинацию волны понижения уровня и простой прерывной волны (движущегося гидравлического прыжка) [14]. Сейшевые колебания формировались в результате многократного отражения бегущих волн от закрытых концов системы. При отражении бегущие волны также менялись, в частности, их спектр со временем расширялся в направлении увеличения частоты, тогда как частоты сейшевых колебаний оставались неизменными.

Относительный вклад бегущих волн в суммарные колебания определяется параметрами h_- , h_+ , l , а также временем удаления щита. Если щит удалялся быстро (например, за 0,1 с) и начальный перепад уровня свободной поверхности на щите был достаточно большим, передний фронт прыжка обрушивался, и вклад бегущих волн в суммарные колебания был значительным. Это осложняло сравнение с теорией. Такие возмущения и соответствующие им колебания свободной поверхности будем называть сильными. В настоящей работе в основном рассматриваются начальные возмущения при таких значениях параметров h_- , h_+ , l и времени удаления щита (приблизительно за 3 с), когда волны были гладкими и сейшевые колебания преобладали над колебаниями, обусловленными бегущими волнами. Такие возмущения и колебания будем называть слабыми.

Пример синхронной записи слабых колебаний шестью волномерами, расположенными в точках $A-F$ (см. рис. 1), приведен на рис. 3, где величина $\zeta^0(t)$ — безразмерное отклонение уровня свободной поверхности от его асимптотического среднего значения. Наибольшее по абсолютной величине отклонение имело место в точке F вблизи закрытого конца канала. Эта величина, в рассматриваемом примере равная 0,0127 м, используется для нормировки колебаний уровня во всех других точках, поэтому масштаб рис. 3, $a-e$ одинаков.

В рассматриваемом эксперименте и в приведенном выше примере расчета начальные значения параметров B , b , L_b , L_c , δ одинаковы. В опытах начальные значения глубин в бассейне и канале отличаются от соответствующих значений глубин H_b и H_c , используемых в теории. Однако после двух-трех отражений от закрытых концов бассейна и канала в опытах глубины в бассейне H_b^{as} и канале $H_c^{as} = H_b^{as} + \delta$ принимают асимптотические

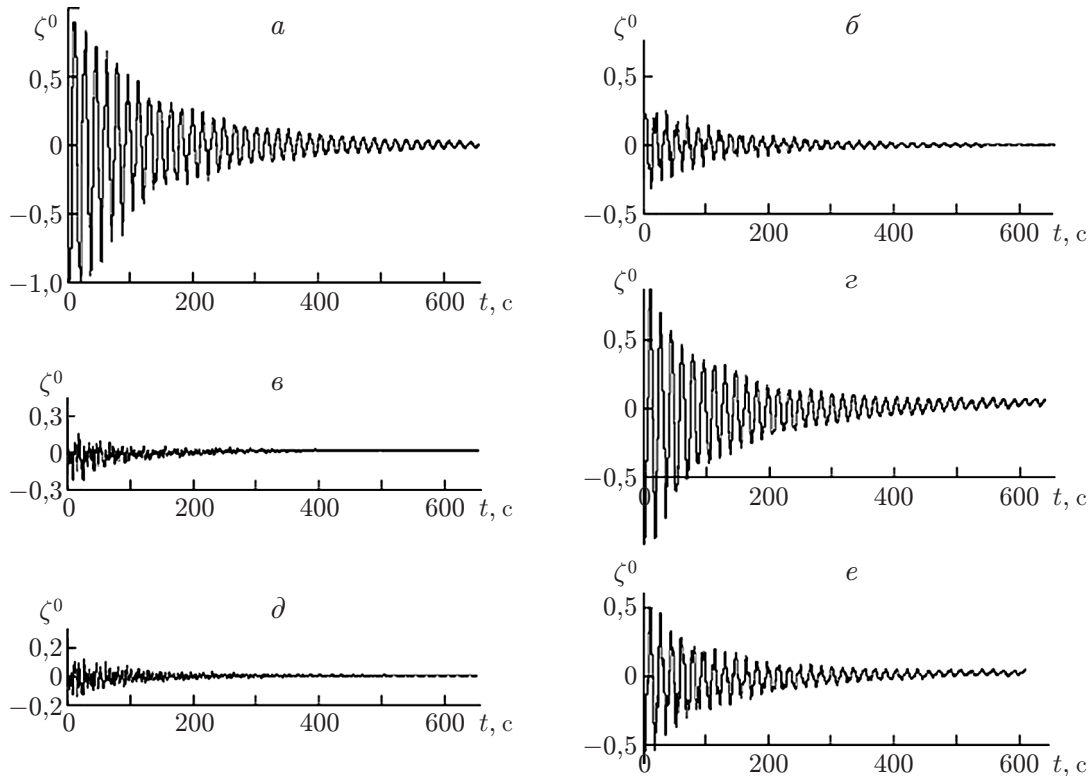
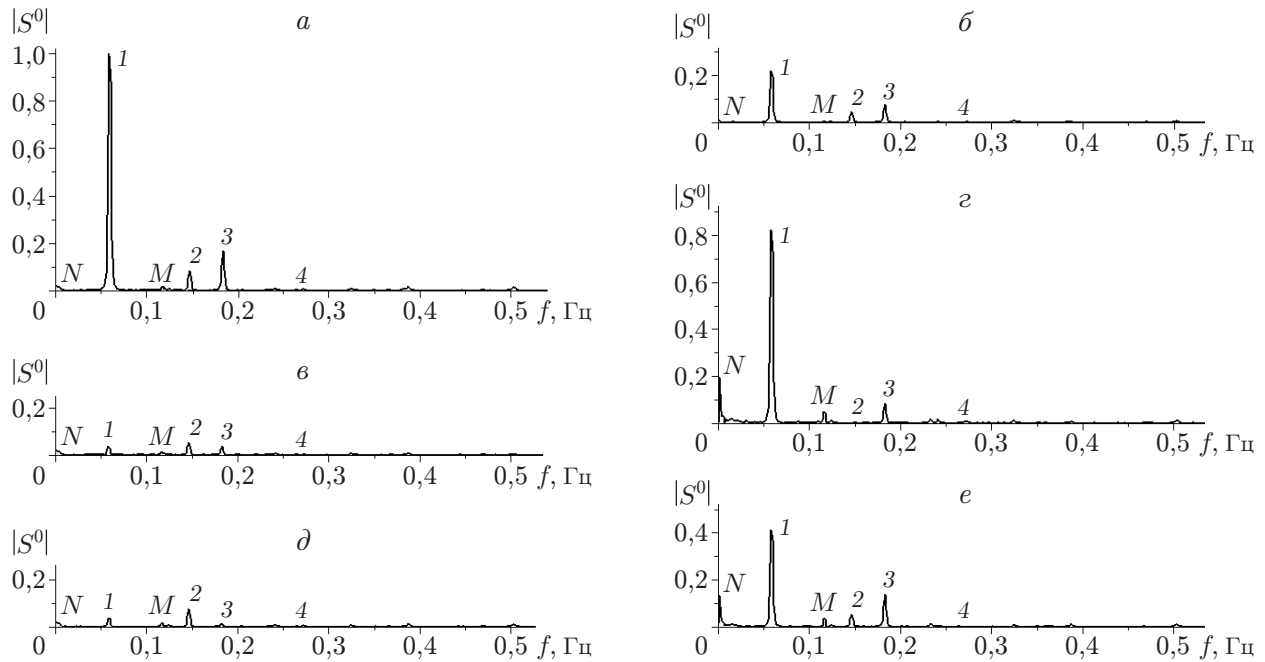


Рис. 3. Зависимость амплитуды колебаний уровня свободной поверхности от времени при $h_- = 0,142$ м, $h_+ = 0,125$ м, $H_b^{as} = 0,139$ м, $H_c^{as} = 0,125$ м, $l = 4,15$ м: *a* — вблизи закрытого конца канала, *б* — вблизи закрытого конца бассейна, *в* — в узле первой моды, *г* — в узле второй моды, *д* — в узле третьей моды, *е* — в узле четвертой моды

средние значения. Параметры h_- , h_+ , l (см. рис. 1) в опытах подбирались таким образом, чтобы выполнялись равенства $H_b^{as} = H_b$ и $H_c^{as} = H_c$. В рассматриваемом примере $h_- = 0,142$ м, $h_+ = 0,125$ м.

На рис. 3 видно, что суммарная амплитуда колебаний вблизи закрытого конца канала (см. рис. 3, *a*) значительно больше, чем в точке *A* (см. рис. 3, *б*). Точка *A* расположена в углу бассейна, где влияние поперечных колебаний наиболее существенно. Измерения выполнялись также в других точках вблизи торцевой стенки бассейна (при $x = 5$ см и различных значениях y). Анализ результатов этих измерений показал, что поперечными колебаниями, в том числе в точке *A*, можно пренебречь. Это качественно согласуется с результатами расчетов (см. рис. 2, *a*), в которых поперечные колебания не учитывались. В узловой точке первой собственной моды суммарные колебания уровня свободной поверхности очень слабые (см. рис. 3, *в*). Такие же слабые суммарные колебания имели место в узле третьей моды (см. рис. 3, *д*). В узле второй моды (см. рис. 3, *г*) амплитуда суммарных колебаний сравнима по величине с амплитудой колебаний вблизи закрытого конца канала (см. рис. 3, *a*). Однако спектральный анализ показал, что вклад колебаний с частотой, соответствующей второй моде, в суммарную амплитуду (см. рис. 3, *г*) пренебрежимо мал. Это подтверждают также результаты расчета. Аналогичное замечание справедливо для суммарных колебаний в узле четвертой моды (см. рис. 3, *е*).

Результаты спектрального анализа функций $\zeta^0(t)$, показанных на рис. 3, приведены на рис. 4 (f — частота колебаний, Гц; $|S^0|$ — безразмерные модули комплексных спектров). Для нормировки всех функций $|S^0|$ используется величина $|S_{\max}(f_1)|$, а именно максимум

Рис. 4. Модули спектров функций $\zeta^0(t)$:

1–4 — максимумы модулей, соответствующие различным модам (остальные обозначения те же, что на рис. 3)

модуля спектра в точке F (вблизи закрытого конца канала) на частоте f_1 , соответствующей первой собственной моде. Поэтому масштаб рис. 4, *a–e* одинаков.

Цифрами 1–4 на рис. 4 отмечены максимумы модулей экспериментальных спектров на частотах, близких к теоретическим частотам первых четырех мод сейшевых колебаний. Возникновение максимума N обусловлено тем, что асимптотические значения средних глубин устанавливались только после первых двух-трех отражений бегущей волны от закрытых концов экспериментальной установки. В расчетах этот фактор не учитывается, и в спектре соответствующий максимум отсутствует. Возникновение максимума M (см. рис. 4) обусловлено отражением волн от того поперечного сечения установки, где канал соединяется с бассейном и площадь поперечного сечения резко изменяется. В теории соответствующий максимум отсутствует, однако, как указано выше, в этом сечении функции $Z_p(x, 0)$ имеют разрыв второго рода. Наличие слабых максимумов (на рис. 4 не отмечены) обусловлено бегущими волнами. В экспериментальном спектре имеются также максимумы на частотах, соответствующих пятой и более высоким теоретическим модам сейшевых колебаний (на рис. 4 эти максимумы не видны).

Вблизи закрытых концов установки (см. рис. 4, *a, б*) основной вклад в суммарные колебания вносят первые три собственные моды. Максимум в узле первой моды, отмеченный цифрой 1 на рис. 4, *в*, на порядок меньше аналогичного максимума на рис. 4, *а*. Согласно теории в узле первой моды соответствующий максимум должен отсутствовать. Небольшое расхождение с теорией обусловлено влиянием бегущих волн. В соответствии с теорией максимумы 2 на рис. 4, *г*, 3 на рис. 4, *д* и 4 на рис. 4, *е* должны отсутствовать. В эксперименте они практически не различимы. Суммарные колебания в узлах второй и четвертой мод (см. рис. 3, *г, е*) значительно больше, чем в узлах первой и третьей мод (см. рис. 3, *в, д*). Однако на рис. 4, *г, е* видно, что эти суммарные колебания обусловлены наличием более низких мод.

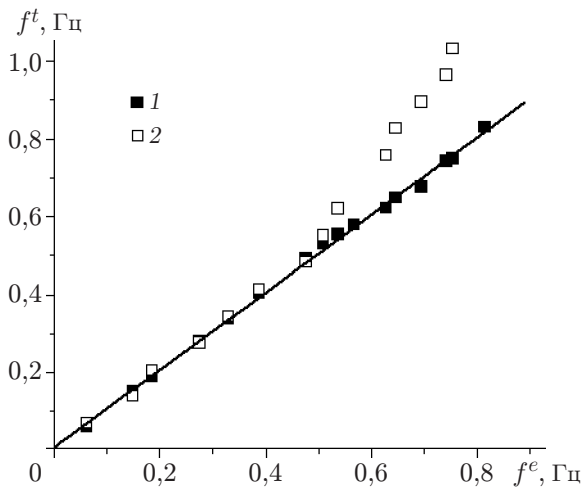


Рис. 5

Рис. 5. Результаты сравнения теоретически и экспериментально полученных собственных частот при $h_- = 0,142$ м, $h_+ = 0,126$ м, $H_c^{as} = H_c = 0,140$ м, $H_b^{as} = H_b = 0,126$ м, $l = 4,15$ м:

1 — f_p^t по двумерной модели, 2 — f_p^t по одномерной модели

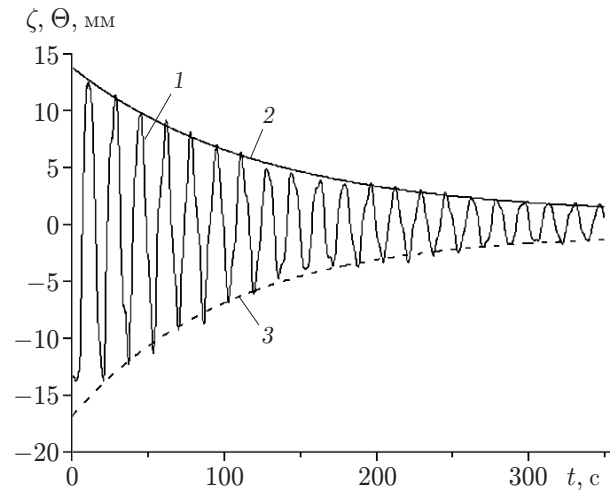


Рис. 6

Рис. 6. Зависимость амплитуды колебаний уровня свободной поверхности от времени в точке F при $h_- = 0,142$ м, $h_+ = 0,126$ м, $H_c^{as} = H_c = 0,140$ м, $H_b^{as} = H_b = 0,126$ м, $l = 4,15$ м:

1 — ζ , 2 — верхняя огибающая, 3 — нижняя огибающая

На рис. 5 приведены результаты анализа корреляции экспериментальных f^e и теоретических f^t собственных частот сейшевых колебаний. Координаты дискретных точек на плоскости (f^e, f^t) определены по частотам f_p^e , соответствующим максимумам в экспериментальном спектре, и по теоретическим частотам f_p^t различных мод. Исходные данные получены для точки F (см. рис. 1). В случае идеальной корреляции дискретные точки должны располагаться на биссектрисе координатного угла, показанной прямой линией. На рис. 5 видно, что результаты, полученные с использованием двумерной математической модели, хорошо подтверждаются результатами экспериментов для всех мод с первой по шестнадцатую. В случае одномерной модели достаточно хорошая корреляция экспериментальных и теоретических частот в рассматриваемом примере имела место только с первой по седьмую моду.

Как отмечено выше, в эксперименте, в отличие от теории, колебания затухают. На рис. 6 приведены в размерном виде огибающие $\Theta(t)$ функции $\zeta(t)$, полученные вблизи закрытого конца канала (в точке F). Показаны верхняя и нижняя огибающие $\Theta(t)$, которые хорошо описываются формулами вида

$$\Theta(t) = \Theta_0 + \Theta_1 \exp(-(t - t_0)/\tau),$$

где Θ_0 , Θ_1 , t_0 , τ — не зависящие от времени параметры. В теории колебаний величина $\alpha = 1/\tau$ называется коэффициентом затухания. Параметры верхней и нижней огибающих различаются. В рассматриваемом примере для верхней огибающей $\Theta_0 = 0$, $t_0 = 0$, $\Theta_1 = 12,98$ мм, $\tau = 123,42$ с ($\alpha = 0,00840$ с $^{-1}$); для нижней огибающей $\Theta_0 = 0$, $t_0 = 19,90$ с, $\Theta_1 = -13,25$ мм, $\tau = 103,70$ с ($\alpha = 0,00904$ с $^{-1}$). Даже в случае слабого возмущения коэффициент затухания $\alpha = 1/\tau$ был достаточно большим. Тем не менее двумерная модель, не учитывающая затухание, хорошо описывает длины волн и частоты сейшевых колебаний.

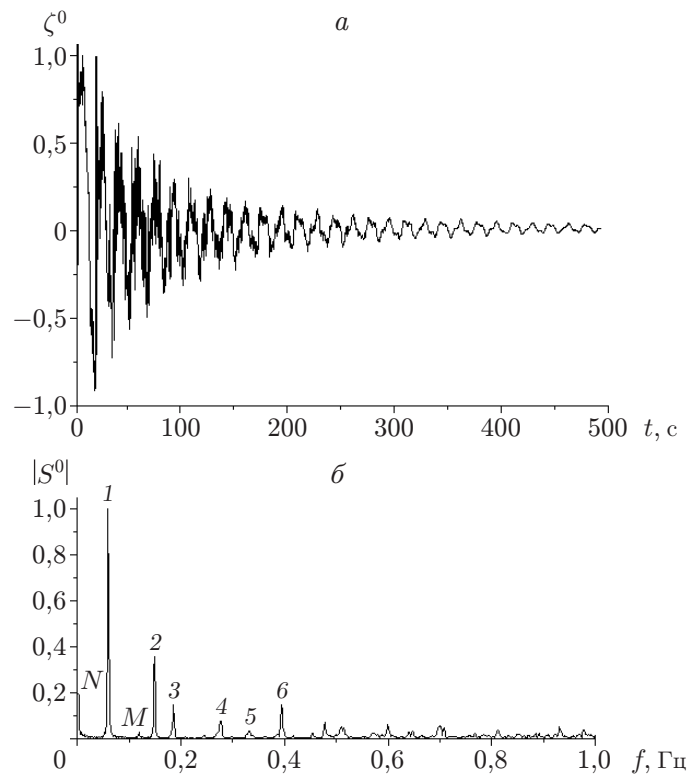


Рис. 7. Зависимость колебаний уровня свободной поверхности в точке F (a) и модуль спектра этих колебаний (b) в случае сильного возмущения при $h_- = 0,165$ м, $h_+ = 0,038$ м, $H_b^{as} = 0,126$ м, $H_c^{as} = 0,140$ м, $l = 4,15$ м:
1–6 — максимумы модулей

На рис. 7 приведены пример сильных колебаний уровня свободной поверхности вблизи закрытого конца канала (точка F на рис. 1) и модуль спектра этих колебаний. Колебания нормированы на максимальное отклонение от асимптотического значения уровня свободной поверхности (в рассматриваемом случае на 45,6 мм). Модуль спектра нормирован на его значение при частоте, соответствующей первой моде сейшевых колебаний. Анализ показал, что коэффициент затухания колебаний, представленных на рис. 7, a , увеличился приблизительно в два раза по сравнению с коэффициентом затухания колебаний, представленных на рис. 6. В случае сильного возмущения спектр колебаний более широкий, чем в случае слабого возмущения. В частности, в рассматриваемом примере существенный вклад в суммарные колебания вносят четвертая, пятая и шестая моды. Вклад бегущих волн также больше, чем в случае слабых колебаний.

Заключение. Результаты расчета длин волн, собственных частот и форм сейшевых колебаний на основе двумерной математической модели подтверждены выполненными опытами. При этом наблюдаемое в реальных условиях затухание колебаний не привело к расхождению с теорией, в которой затухание не учитывается. Одномерная модель позволяет удовлетворительно описать частоты сейшевых колебаний, однако данные о положении узловых точек сейшевых колебаний, полученные с ее использованием, отличаются от данных, полученных с использованием двумерной модели, и экспериментальных данных. Имеется также существенное различие зависимостей амплитуд колебаний от продольной координаты, полученных по одномерной и двумерной моделям.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Арсеньева Н. М.** Сейши на озерах СССР / Н. М. Арсеньева, Л. К. Давыдов, Л. Н. Дубровина, Н. Г. Конкина. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1963.
2. **Csanady G. T.** Hydrodynamics of large lakes // *Ann. Rev. Fluid Mech.* 1975. V. 7. P. 357–386.
3. **Судольский А. С.** Динамические явления в водоемах. Л.: Гидрометеоздат, 1981.
4. **Imberger J., Hamblin P. F.** Dynamics of lakes, reservoirs, and cooling ponds // *Ann. Rev. Fluid Mech.* 1982. V. 14. P. 153–187.
5. **Rabinovich A. B.** Seiches and harbor oscillations // *Handbook of coastal and ocean engineering*. Chap. 9 / Ed. by Y. C. Kim. Singapore: World Sci. Publ., 2009. P. 193–236.
6. **de Jong M. P. C., Holthuijsen L. H., Battjes J. A.** Generation of seiches by cold fronts over the southern North Sea // *J. Geophys. Res.* 2003. V. 108. P. 3118–3132.
7. **Кочин Н. Е.** Теоретическая гидромеханика / Н. Е. Кочин, И. А. Кибель, Н. В. Розе. М.: Физматгиз, 1963. Ч. 1.
8. **Сретенский Л. Н.** Динамическая теория приливов. М.: Наука, 1987.
9. **Rao D. V., Schwab D. J.** Two dimensional normal modes in arbitrary enclosed basins on a rotating Earth: Application to lakes Ontario and Superior // *Philos. Trans. Roy. Soc. London.* 1976. V. 281. P. 63–96.
10. **Prigo R. V., Manley T. O., Connell B. S. H.** Linear, one-dimensional models of the surface and internal standing waves for a long and narrow lake // *Amer. J. Phys.* 1996. V. 64, N 3. P. 288–300.
11. **Букреев В. И.** Распад начального разрыва глубины воды в канале ограниченной длины. Эксперимент // *ПМТФ.* 2011. Т. 52, № 5. С. 17–26.
12. **Судольский А. С.** Лабораторные исследования и расчеты сейш Байкала // *Тр. гос. гидрол. ин-та.* 1968. Вып. 155. С. 160–179.
13. **Акуленко Л. Д., Калиниченко В. А., Нестеров С. В.** Сейши в канале с резким изменением рельефа дна // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа.* 2012. № 3. С. 113–121.
14. **Букреев В. И., Гусев А. В., Малышева А. А., Малышева И. А.** Экспериментальная проверка газогидравлической аналогии на примере задачи о разрушении плотины // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа.* 2004. № 5. С. 143–152.

*Поступила в редакцию 27/VIII 2012 г.,
в окончательном варианте — 30/XI 2012 г.*
