

более неустойчивой. Если  $|M| > |M|_*$ , то  $f_{kp}$  будет сначала расти, а потом, начиная с  $\mu_l^2 = |M|\gamma_0^2 l(l+1)$ , уменьшаться по модулю. Следовательно, увеличение поверхностных и объемных вязкостей в определенном смысле приводит к дестабилизации системы. Этот парадоксальный на первый взгляд вывод, вообще говоря, оказывается естественным для связанных колебательных систем и имеет аналогию, например, в теории Флаттера и в теории устойчивости течения Пуазейля. Причина такого эффекта состоит в том, что фазовые соотношения, возникающие между модами возмущений, таковы, что эти возмущения черпают энергию от внешнего источника. В нашем случае таким источником является поток вещества через межфазную границу. Увеличение вязкости может сделать эти соотношения более оптимальными с точки зрения отбора энергии от источника и, таким образом, усилить неустойчивость [10].

В заключение отметим, что на основе анализа уравнения (4.1) можно показать, что и для двух реагирующих веществ эффекты Марангони в зависимости от кинетики межфазных процессов могут дестабилизировать химически устойчивую и стабилизировать химически неустойчивую систему.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Scriven L. E., Sternling C. V. The Marangoni effects // Nature.— 1960.— V. 187.— P. 186.
2. Гидродинамика межфазных поверхностей/Под ред. Ю. А. Буевича, Л. М. Рабиновича.— М.: Мир, 1984.
3. Савистовский Г. Межфазные явления // Последние достижения в жидкостной экстракции.— М.: Химия, 1974.
4. Sorensen T. S., Hennenberg M. et al. Chemical and hydrodynamical analysis of stability of a spherical interface // J. Coll. Interface Sci.— 1976.— V. 56, N 2.
5. Sorensen T. S., Hennenberg M. Instability of spherical drop with surface chemical reactions and transfer of surfactants // Dynamics and instability of fluid interfaces.— Berlin: Springer-Verlag, 1979.
6. Nitsch W. The concept of interfacial reactions for mass transfer in liquid-liquid systems // Faraday Discuss. Chem. Soc.— 1984.— V. 77.— P. 85.
7. Ягодин Г. А., Тарасов В. В. и др. Некоторые кинетические эффекты при экстракции соляной кислоты третичными аминами // ДАН СССР.— 1979.— Т. 249, № 3.
8. Scriven L. E. Dynamics of fluid interface // Chem. Engng Sci.— 1960.— V. 12.— P. 98.
9. Справочник по специальным функциям/Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган.— М.: Наука, 1979.
10. Рабинович М. И., Трубецков Д. И. Введение в теорию колебаний и волн.— М.: Наука, 1984.

Поступила 30/VI 1987 г.

УДК 532.517.4

#### КАСКАДНЫЙ ПЕРЕНОС ЭНЕРГИИ, ЗАВИХРЕННОСТИ И ПАССИВНОЙ ПРИМЕСИ В ОДНОРОДНОЙ ИЗОТРОПНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ (трех- и двумерной)

A. Г. Бершадский

(Донецк)

Экспериментальное моделирование однородной турбулентности осуществляется в течениях за решеткой. К настоящему времени накоплен обширный экспериментальный материал. При его анализе возникает ряд вопросов. Прежде всего неясно, почему в различных экспериментах получают разные показатели  $n$  в степенных законах затухания пульсационной энергии  $\langle u^2 \rangle \sim t^{-n}$  (см., например, [1]). Предполагают, что эти различия связаны с «начальными» условиями (впрочем, авторы [2] считают, что здесь дело в обработке экспериментальных данных). Более тонкие спектральные

Характеристики поля скорости (и пассивной примеси) также отличаются в различных экспериментах [1, 3].

В последнее время экспериментально исследуется и квазидвумерная турбулентность, реализующаяся (как предполагают) в решеточных течениях хорошо проводящей жидкости в сильном поперечном магнитном поле [4—6]. Результаты экспериментов и в этом случае разнообразны.

Представляется, что первый вопрос (на который нужно найти адекватный ответ) о том, как связаны между собой спектральные характеристики (степенные асимптотики) и показатель  $n$  в степенном законе затухания пульсационной энергии  $\langle u^2 \rangle$ . Дело в том, что  $\langle u^2 \rangle$  — более грубая, чем спектры, экспериментальная характеристика. Поэтому ее измерения более надежны.

Для установления такой связи нужно выйти за рамки масштабно-инвариантного интервала, так как в интеграле  $\langle u^2 \rangle = \frac{2}{3} \int_0^\infty E(k) dk$  интервал значений  $k$ , для которого известны  $E(k)$ , должен быть достаточно широк, чтобы хорошо аппроксимировать весь интеграл [3]. Поэтому нужно знать дополнительные особенности процесса дробления (объединения) вихрей.

Вихрь определенного масштаба может распадаться на два, три и более мелких вихрей. Будем считать, что при каждом фиксированном масштабе (волновом числе  $k$ ) существует наиболее вероятная кратность распада  $\alpha_k$ . Причем исходный вихрь распадается на мелкие вихри приблизительно равных между собой размеров. Так как процесс распада (объединения) вихрей осуществляется благодаря инерционным эффектам, полагаем, что инерционное взаимодействие вихрей реализуется главным образом в процессе распада (объединения). В результате формализации этой физической гипотезы получим уравнение для спектральной функции поля скорости, учитывающее спектральные гипотезы Колмогорова — Обухова (для трехмерной турбулентности) и Крейчнана — Бэтчлера (для двумерной турбулентности). Исследованию решений этого уравнения и сравнению их свойств с известными решеточными экспериментами посвящена настоящая работа.

Аналогичным способом расширяется спектральная гипотеза Обухова — Коррсона для каскадного переноса пассивной примеси (в частности, температуры). Показано, что если степенные спектральные асимптотики поля скорости и пассивной примеси совпадают, то совпадают и законы затухания для  $\langle u^2 \rangle$  и  $\langle \Theta^2 \rangle$ . И здесь установлено соответствие с экспериментальными данными.

**1. Каскадное уравнение.** Уравнение для спектральной функции поля скорости  $F(k, t)$  можно формально записать в виде [3]

$$(1.1) \quad \partial F(k, t) / \partial t = \Gamma(k, t) - 2\eta k^2 F(k, t).$$

Обычно  $\Gamma(k, t)$  называют скоростью перераспределения энергии по спектру; она является функцией от  $k$  и  $t$ , функционалом от  $F$  и определяется инерционными процессами переноса. Если  $F$  достаточно мала, то разложим  $\Gamma$  в функциональный ряд по степеням  $F$ . Ввиду нелинейности инерционных процессов это будет ряд по дробным степеням  $F$  (разложение в окрестности точки ветвления):

$$\Gamma = \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} dk_1 \dots dk_n F^{1/m}(k_1) \dots F^{1/m}(k_n) G(k_1, \dots, k_n; k, t)$$

( $m$  — фиксированное целое число). Так как в модели Навье — Стокса инерционные эффекты квадратичны по скоростям, то лидирующую степень в этом разложении выберем из условия соответствия с моделью Навье — Стокса в форме

$$(1.2) \quad \Gamma = \int_0^{\infty} dk_1 dk_2 dk_3 G(k_1, k_2, k_3; k, t) F^{1/2}(k_1) F^{1/2}(k_2) F^{1/2}(k_3).$$

Функция  $G$  описывает инерционное воздействие вихрей с масштабами  $k_1^{-1}$ ,  $k_2^{-1}$ ,  $k_3^{-1}$  на вихри с масштабами  $k^{-1}$ .

Рассмотрим случай, когда это инерционное воздействие определяется главным образом процессами дробления (объединения) вихрей. Дробление (объединение) вихрей характеризуется прежде всего кратностью, т. е. средним числом вихрей, образующихся после распада одного вихря (для слияния, наоборот).

Если вихрь распадается на  $N$  вихрей, то кратность распада  $\alpha = 1/N$  (для слияния  $N$  вихрей в один  $\alpha = N$ ). Будем считать, что при фик-

цированном значении  $k$  существует наиболее вероятное значение  $\alpha_k$ . Если на достаточно широком интервале волновых чисел инерционное взаимодействие вихрей определяется главным образом процессами дробления (объединения) вихрей, то функцию  $G(k_1, k_2, k_3; k, t)$  можно аппроксимировать сингулярной обобщенной функцией с носителем в точке  $k_1 = k_2 = k_3 = \alpha k$ . Из известной теоремы о структуре таких функций [7] следует, что  $G(k_1, k_2, k_3; k, t)$  единственным образом представляется в виде

$$G(k_1, k_2, k_3; k, t) = \sum_{|p| \leq N} g_p(k, t) D^p \delta(\alpha_k k - k_1) \delta(\alpha_k k - k_2) \delta(\alpha_k k - k_3),$$

где  $g_p(k, t)$  — функции от  $k$  и  $t$ ;  $N$  — порядок функции  $G$ ;  $\delta(x)$  — дельта-функция Дирака;  $D^p f(x) = \partial^{|p|} f(x) / \partial x_1^{p_1} \partial x_2^{p_2} \partial x_3^{p_3}$ ,  $|p| = p_1 + p_2 + p_3$ . Порядок функции  $G$  определяется дифференциальными свойствами функции  $F$  [7, с. 22]. Подставляя это представление в (1.2), получаем

$$(1.3) \quad \Gamma = \sum_{m=0}^N f_m(k, t) (-1)^m \alpha^{-m} \partial^m F^{3/2}(\alpha k, t) / \partial k^m$$

( $f_m$  — функции от  $k$  и  $t$ ). Порядок функции  $G$  может быть определен с помощью анализа Бэтчелора — Праудмена из [8]. Не останавливаясь подробно на этом вопросе, отметим, что для трехмерной изотропной турбулентности  $N \geq 2$ , а для двумерной  $N = 2$ .

Что касается коэффициентных функций  $f_m(k, t)$ , то для существования масштабно-инвариантных асимптотик у  $F(k, t)$  будем аппроксимировать  $f_m(k, t)$  степенным образом:  $f_m(k, t) = -c_m t^\gamma k^\delta$  ( $c_m$ ,  $\gamma$  и  $\delta$  — вещественные параметры). Члены в сумме (1.3) с порядком  $m > 0$  существенны только для крупномасштабных пульсаций. Поэтому приближенно запишем вместо (1.3)

$$(1.4) \quad \Gamma = -c_0 t^\gamma k^\delta F^{3/2}(\alpha k, t).$$

Очевидно, что представление (1.4) справедливо только на некотором интервале волновых чисел, так как оно является чисто стоковым.

Таким образом, имеем

$$(1.5) \quad \partial F(k, t) / \partial t = -c_0 t^\gamma k^\delta F^{3/2}(\alpha k, t) - 2\alpha k^2 F(k, t).$$

Основой для получения этого уравнения служит «замыкающая» гипотеза (1.4), отражающая представление о каскаде как о физическом процессе дробления вихрей.

**2. Каскад энергии в трехмерном случае и начальные условия.** Что выбрать в качестве начального условия для уравнения (1.5)? Наиболее простым будет условие  $F_0(k) = \text{const}$ , т. е. равнораспределение плотности кинетической энергии по пространству волновых векторов [3, с. 649]. Так как выбор начального условия, вообще говоря, должен определяться конкретной физической ситуацией, то адекватность выбранного при расчете начального условия должна проверяться сопоставлением следствий решения с соответствующим экспериментом.

Если пренебречь непосредственным действием вязкости на исследуемом интервале волновых чисел, то (1.5) запишется как

$$(2.1) \quad \partial F(k, t) / \partial t = -c_0 t^\gamma k^\delta F^{3/2}(\alpha k, t).$$

На интервале волновых чисел, на котором  $\alpha_k$  можно считать приблизительно постоянным, сделаем замену переменной:

$$(2.2) \quad \tau = c_0 t^{\gamma+1} k^\delta.$$

Тогда

$$(2.3) \quad \partial F(k, \tau) / \partial \tau = -F^{3/2}(\alpha k, \alpha^\delta \tau).$$

В автомодельном случае

$$(2.4) \quad dF(\tau) / d\tau = -F^{3/2}(\alpha^\delta \tau),$$

т. е.  $F(k, t)$  зависит от  $k$  и  $t$  только через комплекс  $\tau$  (2.2).

Найдем зависимость  $\langle u^2 \rangle$  от  $t$ . Для этого в интеграле  $\langle u^2 \rangle \sim \int_0^{\infty} E(k) dk$  сделаем замену переменной  $k$  на  $\tau$  (2.2). Тогда

$$(2.5) \quad \langle u^2 \rangle \sim t^{-n}, \quad n = 3(1 + \gamma)/\delta.$$

Постоянные  $\gamma$  и  $\delta$  определим из спектральной гипотезы Колмогорова — Обухова. Решение уравнения (2.4) имеет степенную асимптотику ( $\tau > 0$ )

$$(2.6) \quad F(\tau) \sim \tau^{-2},$$

откуда спектральная плотность энергии

$$(2.7) \quad E(k, t) \sim t^{-2(1+\gamma)} k^{-2(\delta-1)}.$$

Гипотеза Колмогорова — Обухова дает на инерционном интервале [3]

$$(2.8) \quad E \sim \varepsilon^{2/3}(t) k^{-5/3},$$

где

$$(2.9) \quad \varepsilon = d \langle u^2 \rangle / dt.$$

Из (2.5) — (2.9) получаем

$$(2.10) \quad \delta = 11/6, \quad \gamma = -4/15.$$

Подставляя (2.10) в (2.5), находим

$$(2.11) \quad \langle u^2 \rangle \sim t^{-1.2}.$$

Таким образом, инерционной гипотезе Колмогорова — Обухова (2.8) соответствует затухание пульсационной энергии вида (2.11), если в качестве начального условия взять  $F_0(k) = \text{const}$ .

Уберио, по-видимому, впервые наблюдал в эксперименте за решеткой зависимость вида (2.11) [10]. На рис. 1 нанесены значения показателя  $n$ ,

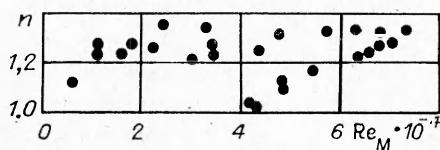


Рис. 1

полученные в различных экспериментах за решетками (данные взяты из [1]). Видно, что, хотя большинство значений для  $n$  не сильно отличаются от 1,2, это значение нельзя считать выделенным. Таким образом, прямого экспериментального подтверждения результата настоящего пункта сейчас нет (Саффмен, полу-

чивший аналогичный результат другим методом, однако, считает, что решеточные эксперименты свидетельствуют в пользу связи закона  $-5/3$  и  $n = 1,2$ ).

**3. Каскад энстрофии в двумерной турбулентности.** В отличие от трехмерной турбулентности в двумерной однородной турбулентности определяющим является не каскад энергии, а каскад энстрофии (см., например, [10, 11]). В этом случае гипотеза Крейчнана — Бэтчелора [10, 11] заменяет инерционную гипотезу Колмогорова — Обухова:

$$(3.1) \quad E(k, t) \sim \varepsilon_{\omega}^{2/3} k^{-3},$$

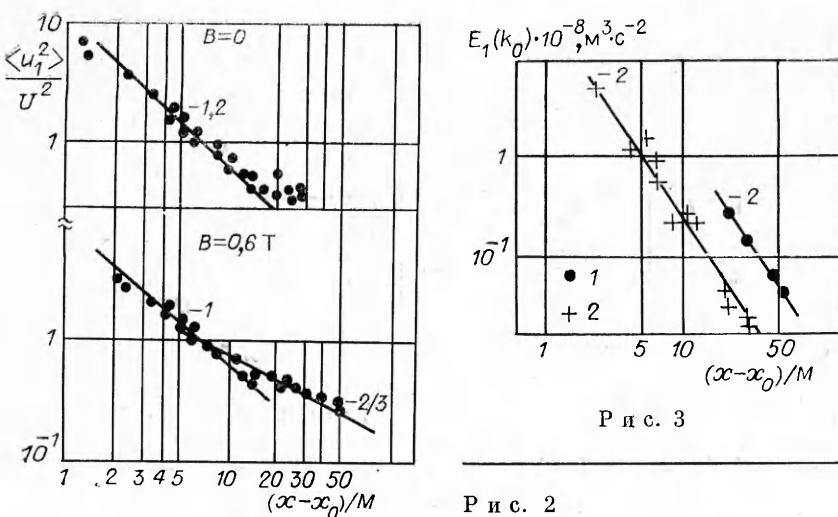
где  $\varepsilon_{\omega} \sim d\Omega/dt$ ;  $\Omega = \langle \omega^2 \rangle / 2$  — средний квадрат вихря (энстрофия). Если теперь воспользоваться подходом п. 2, то для начального условия  $F_0(k) = \text{const}$  (равнораспределение энергии в пространстве волновых векторов) получаем, что степенной спектральной асимптотике (3.1) отвечает закон затухания пульсационной энергии  $\langle u^2 \rangle \sim t^{-1}$ , а для начального условия  $E_0(k) = \text{const}$  (равнораспределение по масштабам) — закон  $\langle u^2 \rangle \sim t^{-2/3}$ .

При этом оказывается, что

$$(3.2) \quad E(k, t) \sim t^{-2} k^{-3}$$

как в том, так и в другом случае.

Предполагают, что при малых значениях магнитного числа Рейнольдса квазидвумерная турбулентность реализуется в течениях хорошо про-



Р и с. 2

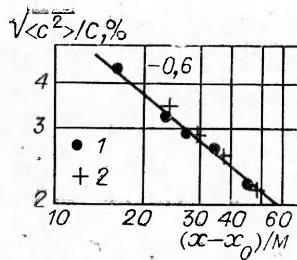
Р и с. 3

водящей жидкости, помещенной в сильное поперечное магнитное поле [4–6, 10, 11]. При этом роль магнитного поля сводится к созданию и поддержанию двумерной турбулентности в плоскости, нормальной к вектору индукции, а самой двумерной турбулентностью поле не взаимодействует [11], что очень удобно для экспериментального исследования двумерной турбулентности, так как магнитное поле на ее свойства в данном случае не влияет. На рис. 2 приведены экспериментальные данные [4], полученные в течении ртути за решеткой при  $B = 0$  и  $0,68\text{ Т}$  (т. е. без магнитного поля и в сильном магнитном поле). При этом в эксперименте при  $B = 0$  наблюдалась отчетливо выраженная степенная асимптотика  $E_1(k) \sim k^{-5/3}$ , а при  $B = 0,68\text{ Т}$  столь же отчетливая степенная асимптотика  $E_1 \sim k^{-3}$ . Кроме того, на рис. 3 [4] показана экспериментально наблюдаемая зависимость  $E_1$  от  $t$  (ср. с формулой (3.2),  $t = x/U$ ,  $U$  — средняя скорость потока за решеткой,  $M$  — шаг решетки). Надо отметить, что по сравнению с п. 2 здесь совпадение эксперимента и расчетов значительно лучшее (точки 1, 2 —  $k_0 = 1240$  и  $2530 \text{ м}^{-1}$ ). Аналогичные экспериментальные результаты ( $n = 1,2$  и  $E_1 \sim k^{-5/3}$  при  $B = 0$ ,  $n = 2/3$  и  $E_1 \sim k^{-3}$  при  $B = 0,8\text{ Т}$ ) получены в экспериментах такого же типа (ртуть за решеткой в поперечном магнитном поле), описанных в [5] (по-видимому, впервые) и в [6]. Непонятна причина того, что в них совпадение расчета с экспериментальными данными весьма хорошее, а в большинстве экспериментов п. 2 не очень. Пожалуй, единственное отличие экспериментов п. 3 от экспериментов п. 2 — это жидкость (ртуть). Нужно подчеркнуть, что в двумерном случае реализуются оба начальных условия  $F_0 = \text{const}$  и  $E_0 = \text{const}$  (т. е.  $n = 1$  и  $2/3$ , см. рис. 2). Это подтверждают и данные эксперимента, описанные в [12], где на решеточном течении ртути в поперечном магнитном поле в зависимости от начальных условий получены для  $n$  два значения:  $n = 1$  и  $2/3$ .

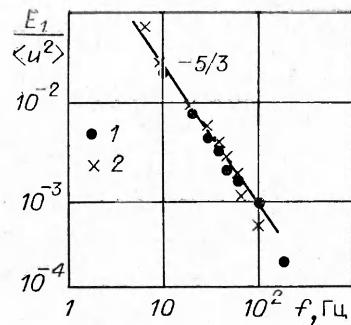
**4. Каскадный процесс переноса скалярной примеси.** Дробление вихрей приводит к дроблению неоднородностей скалярной примеси (в частности, температуры [3, 13]). В [13, 14] развит подход к каскаду в поле скалярной примеси, аналогичный подходу Колмогорова — Обухова к каскаду в поле скорости. Распространяя идею настоящей работы на скалярную примесь, получаем для трехмерного спектра поля примеси  $\Theta$  уравнение, аналогичное (2.1):

$$(4.1) \quad \partial F_\Theta(k, t) / \partial t = -c_0 t^\gamma k^\delta F^{1/2}(\alpha k, t) F_\Theta(\alpha k, t).$$

Если параметры  $\gamma$  и  $\delta$  в (4.1) такие же, как и в (2.1), то, используя гипотезу Обухова — Корсина для инерционно-конвективного интервала [3]  $E_\Theta \sim N e^{-1/3} k^{-5/3}$ , так же как в п. 2, из (2.1) и (4.1) получаем (при на-



Р и с. 4



Р и с. 5

чальных условиях  $F_0(k) = \text{const}$ ,  $F_\Theta(k, 0) = \text{const}$   $\langle u^2 \rangle \sim t^{-1,2}$ ,  $\langle \Theta^2 \rangle \sim t^{-1,2}$ .

На рис. 4 (взят из [15]) представлены экспериментальные данные по эволюции пульсаций скалярной примеси (солености) за решеткой. Там же нанесены экспериментальные результаты из [16] по эволюции пульсаций температуры (как скалярной примеси) за решеткой (точки 1 —  $\sqrt{\langle c^2 \rangle / C}$ , 2 —  $\sqrt{\langle \Theta^2 \rangle / \Delta T_0}$ ). Кинетическая энергия пульсаций убывала по тому же закону, что и средний квадрат примеси. На рис. 5 (взят из [15]) представлены экспериментальные данные по одномерным продольным пульсационным спектрам скорости и концентрации (точки 1 —  $G(k_1)/\langle c^2 \rangle$ , 2 —  $E_1(k_1)/\langle u^2 \rangle$ ).

Следует отметить, что затухание пульсаций пассивной примеси за решетками весьма чувствительно к «начальным» условиям, что существенно осложняет проблему анализа результатов, получаемых в различных экспериментах (см., например, [17, 18]).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Gad-el-Hak M., Corrsin S. Measurements of the nearly isotropic turbulence behind a jet grid // J. Fluid Mech.— 1974.— V. 62, N 1.
2. Бекрицкая С. И., Павельев А. А. К вопросу о степенном законе вырождения решеточной турбулентности // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1983.— № 4.
3. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика.— М.: Наука, 1967.— Ч. 2.
4. Sommeria J. Two-dimensional behaviour of MHD turbulence // J. de Méc.— 1983.— N 2.
5. Колесников Ю. Б. Реализация с помощью магнитного поля двумерных турбулентных течений: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук.— Рига, 1973.
6. Платниек И. А., Селюто С. Ф. Формирование и развитие структуры турбулентности в магнитном поле // XI рижское совещание по МГД.— Рига: Зиннатне, 1984.— Ч. 1.
7. Владимиров В. С. Обобщенные функции в математической физике.— М.: Наука, 1979.
8. Batchelor G. K., Proudman J. The large-scale structure of homogeneous turbulence // Phil. Trans. Roy. Soc.— 1956.— V. A 248, N 949.
9. Uberoi M. S. Energy transfer in isotropic turbulence // Phys. Fluids.— 1963.— V. 6, N 8.
10. Kraichnan R. H., Montgomery D. Two-dimensional turbulence // Repts Progr. Phys.— 1980.— V. 43, N 5.
11. Sommeria J., Moreau R. Why, how and when, MHD turbulence becomes two-dimensional // J. Fluid Mech.— 1982.— V. 118.— P. 597.
12. Клюкин А. А., Колесников Ю. Б. Экспериментальное исследование вырождения турбулентности за объемными решетками в магнитном поле // XII рижское совещание по МГД.— Саласпилс, 1987.— Ч. 1.
13. Обухов А. М. Структура температурного поля в турбулентном потоке // Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз.— 1949.— Т. 13, № 1.
14. Corrsin S. On the spectrum of isotropic temperature fluctuation in an isotropic turbulence // J. Appl. Phys.— 1951.— V. 22.— P. 469.
15. Bennani A., Alcaraz E., Mathje J. Evolution, en aval d'une grille de turbulence, et spectres unidimensionnels, de la variance des fluctuations de concentration d'un scalaire passif // C. r. Acad. Sci.— 1981.— Sér. 2.— V. 293, N 9.
16. Yeh T. T., Van Atta C. W. Spectral transfer of scalar and velocity field in heated-grid turbulence // J. Fluid Mech.— 1973.— V. 58, N 2.

17. Warhaft Z., Lumley J. L. An experimental study of the decay of temperature fluctuations in grid-generated turbulence // J. Fluid Mech.— 1978.— V. 88, N 4.  
 18. Sreenivasan K. R., Tavoularis S. et al. Temperature fluctuations and scales in grid-generated turbulence // J. Fluid Mech.— 1980.— V. 100, N 3.

Поступила 5/V 1987 г.

УДК 534.2 : 532.529

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗВУКА В ПОЛИДИСПЕРСНЫХ ГАЗОВЗВЕСЯХ

*H. A. Гумеров, A. И. Ивандаев*

*(Тюмень)*

Большинство работ по акустике газовзвесей посвящено изучению распространения линейных и слабонелинейных волн в монодисперсных смесях [1—5]. Влияние полидисперсности на распространение линейных монохроматических волн впервые исследовано в [6]. Однако рассмотрен лишь наиболее простой случай малого массового содержания взвешенной фазы, когда вклад частиц определенного размера в дисперсию и диссипацию звука фактически пропорционален их массовой доле в смеси.

В данной работе впервые изучены особенности распространения звуковых волн в полидисперсных газо- и паровзвесях при произвольных (не обязательно малых) массовых содержаниях взвешенных частиц или капель. Некоторые результаты ранее отражены в [7].

**1. Общие соображения.** Реальные газовзвеси как естественного, так и искусственного происхождения обычно не являются монодисперсными. В них присутствуют частицы самых разных размеров, зачастую сильно отличающихся друг от друга. Дисперсный состав таких смесей в каждой точке пространства характеризуется функцией распределения частиц по размерам  $N(a, \mathbf{r}, t)$ , а также их минимальным  $a_{\min}(\mathbf{r}, t)$  и максимальным  $a_{\max}(\mathbf{r}, t)$  радиусами. Имеем

$$dn(a, \mathbf{r}, t) = N(a, \mathbf{r}, t) da, \quad n(\mathbf{r}, t) = \int_{a_{\min}}^{a_{\max}} N(a, \mathbf{r}, t) da.$$

Здесь  $a$  — радиус частиц;  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор точки;  $t$  — время;  $dn$  — число частиц в единице объема, имеющих радиус от  $a$  до  $a + da$ ;  $n$  — суммарное число частиц всех размеров в единице объема смеси в пространственно-временной точке  $(\mathbf{r}, t)$ .

Рассмотрим достаточно общий случай смеси с фазовыми переходами на границах раздела фаз. В процессе движения такой смеси начальная функция распределения частиц (капель) по размерам будет меняться не только в силу движения капель разных размеров относительно друг друга, но и в результате непосредственного изменения размеров отдельных капель из-за испарения (конденсации). Минимальный и максимальный радиус частиц также не будут оставаться постоянными.

Далее ограничимся рассмотрением первоначально однородных взвесей, т. е. предположим, что начальное невозмущенное состояние однородно по пространству и характеризуется некоторой начальной функцией распределения частиц по размерам  $N_0(a_0)$  (индексом 0 внизу обозначены невозмущенные значения функций и параметров). Предположим также, что число частиц с радиусом от  $a$  до  $a + da$  в единице объема смеси велико и движение этой совокупности (фракции) частиц может быть описано методами механики гетерогенных сред [8] как движение монодисперсного континуума с характерным радиусом частиц  $a$ . Полидисперсной фазой назовем совокупность всех монодисперсных фракций в смеси \*. Эти фракции будем считать априори заданными и индивидуализировать их по

\* Полидисперсная «фаза» не является фазой в обычном понимании этого слова, поскольку для нее не вводятся понятия средней скорости и температуры фазы.