О ЧАСТНЫХ РЕШЕНИЯХ УРАВНЕНИЙ ГИДРОДИНАМИКИ РАЗРЕЖЕННОЙ ПЛАЗМЫ ДЛЯ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ДВИЖЕНИЙ

В. П. Коробейников (*Москва*)

Уравнения нестационарного движения разреженной плазмы в случаях цилиндрической симметрии возьмем в виде

$$-\rho\frac{dv}{dt}=\frac{\partial}{\partial r}(p_\perp+h)-\left(\frac{p_\parallel-p_\perp}{h}-2\right)\frac{h_\varphi}{r}, \qquad -\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt}=\frac{\partial v}{\partial r}+\frac{v}{r}$$

$$\frac{d}{dt}\frac{h_\varphi}{r^2\rho^2}=0, \qquad \frac{d}{dt}\frac{h_z}{\rho^2}=0, \qquad \frac{d}{dt}\frac{p_\perp}{h^{1/2}\rho}=0, \qquad \frac{d}{dt}\frac{p_\parallel h}{\rho^3}=0 \tag{1}$$

$$\left(\frac{d}{dt}=\frac{\partial}{\partial t}+v\frac{\partial}{\partial r}, \; h=h_\varphi+h_z, \; h_\varphi=\frac{H_\varphi^2}{8\pi}, \; h_z=\frac{H_z^2}{8\pi}\right)$$

Здесь $p_\perp$ и $p_\parallel$ — компоненты тензора напряжений в ортогональной системе координат, одна из осей которой направлена по магнитной силовой линии, r — расстояние от оси симметрии, v — радиальная скорость, H_φ — азимутальная оставляющая магнитного поля, H_z — компонента магнитного поля в направлении оси z. Величины $p_\perp$ и $p_\parallel$ часто называют поперечным и продольным давлениями.

Система (1) соответствует уравнениям, полученным в работе Чу, Гольдбергера и Лоу [1] для гидродинамической модели разреженной плазмы.

В случае $h_z=0$ система (1) имеет частное решение следующего вида:

$$v=\xi d\mu/dt, \quad p_\perp=r^{-1}(AP+D)\mu^{-2}, \quad h_\varphi=r^{-2}[B(\xi P-P_1)+M] \quad (P_1'=P)$$

$$\rho=r^{-2}P', \quad p_\parallel=CP'\mu^{-4}, \quad \xi=r\mu^{-1}, \quad (d\mu/dt)^2=2A\mu^{-1}-2B\ln\mu-C\mu^{-2}+G \tag{2}$$

Здесь $P(\xi)$ — произвольная функция, A, B, C, D, M, G — произвольные постоянные. Имеющийся в решении (2) произвол можно использовать для удовлетворения начальных и граничных условий в конкретных задачах. Для случая обычной магнитной гидродинамики решение типа (2) было получено А. Г. Куликовским [2].

Отметим, что при $C>0$, $B>0$ $\mu(t)$ не может обратиться в нуль и принимать бесконечно большие значения. Это означает, что в процессе движения частица плазмы, находящаяся в начальный момент времени на конечном расстоянии от оси симметрии, не может уйти в бесконечность и все частицы не могут сжаться в бесконечно тонкий шнур. При $h_z\neq0$, $h_\varphi\neq0$ система (1) допускает решение

$$v=\xi\frac{d\mu}{dt}, \quad p_\perp=C\frac{k}{B}\xi^\delta\mu^{-4}\sqrt{\frac{k+\mu^2}{k+1}} \quad \left(\xi=\frac{r}{\mu}\right), \quad p_\parallel=E\frac{\delta k}{B}C_1\xi^\delta\frac{\mu^{-2}}{k+\mu^2}$$

$$h_\varphi=C_1\xi^\delta\mu^{-2}, \quad h_z=kC_1\xi^\delta\mu^{-4}, \quad \rho=\frac{k}{B}\delta C_1\mu^{-2}\xi^{\delta-2} \quad \left(\delta=\frac{2B}{kA-B}\right) \tag{3}$$

$$\left(\frac{d\mu}{dt}\right)^2=-2A\ln\mu+B\mu^{-2}+C\mu^{-2}\sqrt{\frac{k+\mu^2}{k+1}}-$$

$$-\frac{C(2+\delta)}{2\delta(k^2+k)^{1/2}}\ln\frac{2k+\mu^2-2\sqrt{k(k+\mu^2)}}{\mu^2}-E(k+\mu^2)^{-1}+G$$

Здесь A, B, C, C_1, E, G, k — произвольные постоянные. Решения (2), (3) обобщаются на случай, когда частицы плазмы имеют вращательную скорость

$$v_\varphi=\mu^{-2}\xi^2\Phi(\xi)$$

где $\Phi(\xi)$ — произвольная функция. Для магнитной гидродинамики с изотропным давлением это обобщение указано Ю. П. Ладиковым [3]. При $h_z=0$ имеем

$$p_\parallel=[C-\Phi(\xi)]P'\mu^{-4}$$

зависимость остальных искомых функций от r, t дается формулами (2). Аналогично обобщается решение (3), при этом лишь изменится зависимость h_z от ξ.

Поступила 25 X 1961

ЛИТЕРАТУРА

1. Chew G. F. Goldberger M. L., Low F. E. The Boltzmann equation and the one-fluid hydromagnetic equations in the absence of particle collisions. Proc. Roy. Soc. A., 1956, vol. 236, p. 112.
2. Куликовский А. Г. К вопросу о пульсации плазменного шнура, ДАН СССР, 1957, т. 114, № 5.
3. Ладиков Ю. П. Некоторые точные решения уравнений неустановившихся движений в магнитной гидродинамике. ДАН СССР, 1961, т. 137, № 2.