возрастает и среднее время пребывания становится настолько меньше периода индукции, что движение прореагировавшей жидкости практически прекращается. Перепад давления при $\varkappa/\varkappa_* > 1$ связан с расходом и характеристиками течения на выходе из трубы соотношениями

$$\varkappa \approx \varkappa_* + \omega, \frac{\varkappa_*}{\varkappa} \approx \frac{1-R^4}{1+R^4}, \frac{\varkappa}{\varkappa_*} \approx \frac{1}{2}\left[\frac{\omega'}{\omega_*} + \frac{\omega_*}{\omega'}\right], \omega' < \omega_*,$$

а при $\varkappa/\varkappa_* < 1$

$$\frac{\varkappa}{\varkappa_*} \approx 2\frac{\omega}{\omega_*} - \frac{\omega^2}{\omega_*^2}.$$

Предположения, сделанные при решении гидродинамической задачи, не позволяют рассмотреть в данной работе критические явления, связанные с неоднозначным характером зависимости расхода жидкости от перепада давления [3].

Автор выражает благодарность В. Г. Абрамову, А. М. Столину и Н. Г. Самойленко за ценные советы и обсуждения.

Поступила 20 I 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. **Современное** состояние гидродинамики вязкой жидкости. Т. 1. Издатинлит, 1948.
2. **Лойцянский Л. Г.** Механика жидкости и газа. М., «Наука», 1970.
3. **Ваганов Д. А.** Критические явления, вызванные изменением вязкости с глубиной превращения.— ПМТФ, 1975, № 2, с. 168.

УДК 532.517.2 + 536.24

ВЯЗКОСТНО-ГРАВИТАЦИОННОЕ ТЕЧЕНИЕ В ТРУБАХ ПРИ МАЛОМ ВЛИЯНИИ ТЕРМОГРАВИТАЦИИ

А. Ф. Поляков

(*Москва*)

Имеется довольно много работ, посвященных исследованию вязкостно-гравитационного течения в трубах. Однако все имеющиеся в этих работах расчетные рекомендации относятся к случаю стабилизованного течения. В то же время практически во всех реальных объектах развитие процесса происходит в начальном участке, так как для наступления стабилизации требуются большие длины труб.

В данной работе проведено аналитическое исследование границ и характера начала влияния термогравитационных сил на поля скорости, температуры, сопротивление трения и теплоотдачу в любом сечении по длине произвольно расположенных в пространстве круглых труб при постоянной плотности теплового потока на стенке (q_w = const).

Воспользуемся уравнением движения, записанным для вихря,

$$d\boldsymbol{\omega}/d\tau = (\boldsymbol{\omega}\nabla)\mathbf{u} + \boldsymbol{\nu}\Delta\boldsymbol{\omega} + \mathrm{rot}\rho\mathbf{g}, \tag{1}$$

где $\boldsymbol{\omega} = \mathrm{rot}\mathbf{u}$, $\mathbf{u} = v\mathbf{e}_r + w\mathbf{e}_\varphi + u\mathbf{e}_x$; $\mathbf{g}$ — ускорение силы тяжести; $\boldsymbol{\nu}$ — кинематический коэффициент вязкости.

Задача решается при следующих предпосылках: 1) процесс стационарный; 2) физические свойства жидкости постоянны за исключением изменения плотности, учитываемого в члене массовых сил, зависимость плотности от температуры представляется в виде $\rho = \rho_{w,0}[1 - \beta(t - t_{w,0})]$, коэффициент объемного расширения β принимается постоянным; 3) в сечении, соответствующем началу обогрева, задается установившееся параболическое распределение скорости $u_l = 2\overline{u}(1 - R^2)$; 4) рассматривается вязкостно-гравитационное течение при слабом влиянии термогравитационных сил, т. е. ищется малое отклонение от величин, характерных для вязкостного течения; 5) изменение параметров вдоль течения существенно меньше, чем по радиусу; 6) задача решается при краевом условии второго рода $q_w = -\lambda \partial t/\partial r|_{r=d/2} = \mathrm{const}$.

При решении задачи, кроме уравнения (1), используется записанное в безразмерной форме уравнение неразрывности

$$\frac{\partial}{\partial R}(RV) + \frac{\partial W}{\partial \varphi} = 0 \tag{2}$$

и линеаризованное уравнение для малого отклонения температуры

$$\frac{U'}{4}\frac{\partial \Theta_l}{\partial X} - \frac{\mathrm{Pe}}{2} V \frac{\partial T_l}{\partial R} = \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R} R \frac{\partial \vartheta}{\partial R} + \frac{1}{R^2}\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \varphi^2}, \tag{3}$$

где $R = 2r/d$; d — диаметр трубы; $V = v/\overline{u}$ — радиальная компонента скорости; $W = w/\overline{u}$ — тангенциальная компонента; $\overline{u}$ — средняя скорость; $\vartheta = (t - t_l)\lambda/q_w d = [(t_{w,l} - t_l)\lambda/q_w d] - [(t_{w,l} - t)\lambda/q_w d] = T_l - T$.

Для решения задачи необходимо знать поле температуры при вязкостном течении T_l по всей длине трубы. Результаты численного [1] и аналитического [2] решений при постоянных физических свойствах и $q_w = \mathrm{const}$ обобщены в интервале $5 \cdot 10^{-4} < X < \infty$ в виде следующих интерполяционных зависимостей:

при $R \geqslant R_m$

$$T_l = T_m\left(1 - \frac{4}{3}R_*^{2+\alpha} + \frac{1}{3}R_*^{4+2\alpha}\right), \tag{4}$$

где

$$T_m = (3/8)[1 - \exp(-78X)]; \quad R_* = (R - R_m)/(1 - R_m);$$

$$R_m = \exp(-14\sqrt{X}); \quad \alpha = 0{,}03X^{-2/3};$$

при $R \leqslant R_m$

$$T_l = T_m, \tag{5}$$

где $X = x/\mathrm{Pe}d$; $\mathrm{Pe} = \mathrm{Pr} \cdot \mathrm{Re}$ — число Пекле; $\mathrm{Re} = \overline{u}d/\nu$ — число Рейнольдса; Pr — число Прандтля; $U' = (U - U_l) = u'/\overline{u}$ — отклонение аксиальной компоненты скорости.

Безразмерная температура Θ_l описывается выражением

$$\Theta_l = \frac{t_b - t_+}{q_w d}\lambda + \frac{t_{w,l} - t_b}{q_w d}\lambda - \frac{t_{w,l} - t_l}{q_w d}\lambda - 4X + \frac{1}{\mathrm{Nu}_l} - T_l, \tag{6}$$

где t_b — среднемассовая температура жидкости в данном сечении; t_+ — температура жидкости во входном сечении; t_w — температура стенки; t_l — температура жидкости при ламинарном течении; $\mathrm{Nu} = q_w d/\lambda(t_w - t_b)$ — число Нуссельта.

В соответствии с предложениями, приведенными в [3], число Nu_l удовлетворительно описывается выражениями

$$1/\mathrm{Nu}_l = X^{1/3}/1{,}31(1+2X) \text{ при } X < 0{,}037, \tag{7}$$
$$\mathrm{Nu}_l = 4{,}36 \text{ при } X > 0{,}07,$$

где Nu_l — число Нуссельта при ламинарном течении.

Получить решение в общем виде с использованием зависимостей (4) — (7) не представляется возможным. Поэтому ищутся решения для шести значений приведенной длины $X = x/\mathrm{Pe}d$ ($X = 6{,}5\cdot 10^{-4}$; 10^{-3}; $1{,}84\cdot 10^{-3}$; $5{,}2\cdot 10^{-3}$; $1{,}47\cdot 10^{-2}$; $X > 0{,}07$), соответствующих значениям $\alpha = 4$; 3; 2; 1; 0,5; 0.

В соответствии с принятыми предположениями уравнение (1) в проекциях на оси цилиндрических координат в безразмерной форме запишется в виде

$$\frac{d^2}{dR^2}\Omega_\varphi + \frac{1}{R}\frac{d}{dR}\Omega_\varphi - \frac{\Omega_\varphi}{R^2} = \frac{\mathrm{Gr}}{4\,\mathrm{Re}}\frac{\partial T_l}{\partial R}\cos\psi; \tag{8}$$

$$\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}R\frac{\partial\Omega_x}{\partial R} + \frac{1}{R^2}\frac{\partial^2\Omega_x}{\partial\varphi^2} = \frac{\mathrm{Gr}}{4\,\mathrm{Re}}\frac{\partial(RT_l)}{R\partial R}\sin\varphi\cdot\sin\psi; \tag{9}$$

$$\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}R\frac{\partial\Omega_r}{\partial R} + \frac{\partial^2\Omega_r}{R^2\partial^2\varphi} = \frac{\mathrm{Re}}{2}\frac{dU_l}{RdR}\frac{\partial V}{\partial\varphi}, \text{ где} \tag{10}$$

$$\Omega_\varphi = \frac{\omega_\varphi d}{2u} = \Omega_{\varphi,l} + \Omega'_\varphi = -\partial U/\partial R,\ U = U_l + U'; \tag{11}$$

$$\Omega_x = \Omega'_x = \frac{1}{R}\left[\frac{\partial}{\partial R}(RW) - \frac{\partial V}{\partial\varphi}\right],\ W = W',\ V = V'; \tag{12}$$

$$\Omega_r = \Omega'_r = \frac{1}{R}\,\partial U'/\partial\varphi, \tag{13}$$

где φ — угол по окружности трубы, отсчитываемый от верхней образующей; ψ — угол между осью и вертикалью; $\mathrm{Gr} = g\beta q_w d^4/\lambda\nu^2$ — число Грасгофа.

Система уравнений (2), (3), (8) — (10) решается при следующих граничных условиях:
при $R = 0$ все значения конечны; при $R = 1$ $U = 0$, $V = 0$, $W = 0$, $\partial\vartheta/\partial R = 0$; при $R = R_m$ все функции и их производные равны соответственно («сшивка» решений для ядра и пристенной области);

при $\varphi = \pi/2$ $\int\limits_0^1 W dR = 0$;

при $\psi = 0$ и $R = 0$ $\partial U/\partial R = 0$, $\partial\vartheta/\partial R = 0$;

$$\int\limits_0^1 RU'dR = 0 \text{ или } 2\int\limits_0^1 RUdR = 1.$$

Решая уравнение (8) в соответствии с рекомендациями [4] и используя указанные выше граничные условия, из определения (11) получим выражение доли аксиальной компоненты скорости, обусловленной воздействием аксиальных сил,

$$U_a = U_l + U'_a = 2(1-R^2) + \frac{\mathrm{Gr}\,T_m}{12\,\mathrm{Re}}\Big\{0{,}75R_m^2(2-R_m^2)\times \tag{14}$$
$$\times(1-R^2) + 2(1-R^2)\int\limits_{R_m}^1 R^2\Gamma dR - \int\limits_{R_m}^1 \Gamma dR +$$

$$+\left[\begin{array}{ll}0{,}75R^2-0{,}75R_m^2(1-2\ln R_m) & \text{при } R\leqslant R_m\\ \left(1{,}5R_m^2\ln R+\int\limits_{R_m}^{R}\Gamma dR\right) & \text{при } R\geqslant R_m\end{array}\right]\cos\psi,$$

где $\Gamma = f(R,\ X)$.

Результаты численного расчета по уравнению (14) аппроксимированы для всех значений X и R интерполяционным уравнением

$$U_a = 2(1-R^2)+2{,}25\cdot 10^{-3}\frac{\mathrm{Gr}}{\mathrm{Re}}\,[1-\exp(-72\,X)^{3/2}\times \times\{1-[1{,}1(2-R)^{3/2}\sin^2 0{,}6\,\pi R^2+0{,}1\sin\pi R]\times \times[[1+[1-1{,}5\exp(-150\,X)](1-R^2)]]\}\cos\psi. \tag{15}$$

Компоненту вихря Ω_x будем искать из уравнения (9) в виде произведения

$$\Omega_x = A_x(R,\ X)\sin\psi\cdot\sin\varphi.$$

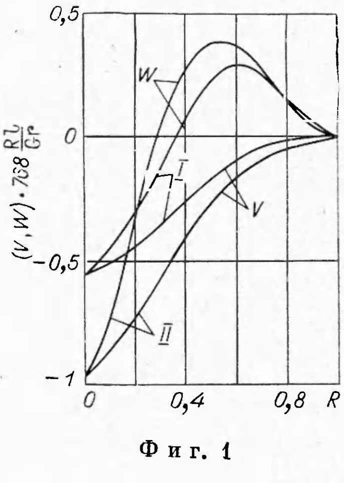
После подстановки этого выражения в уравнение (9) получим уравнение относительно A_x, аналогичное (8).

После того, как найдено распределение Ω_x для шести указанных выше значений X, распределение тангенциальной W и радиальной V компонент скорости ищутся из соотношения (12) и уравнения неразрывности (2). При этом для W использована аналогичная Ω_x подстановка и вновь решено уравнение вида (8), в правую часть которого входит функция Ω_x.

Рассчитанные распределения V аппроксимированы интерполяционным уравнением

$$V = -(\mathrm{Gr}/800\mathrm{Re})[1-\exp(-12{,}5\sqrt{X})](1-R^2)^4\cos\varphi\cdot\sin\psi.$$

На фиг. 1 показано распределение тангенциальной компоненты скорости в горизонтальной диаметральной плоскости и радиальной компоненты скорости в вертикальной диаметральной плоскости при $\psi=\pi/2$ и значениях $X = 5{,}2\cdot 10^{-3}$ (кривая *I*), $X > 0{,}07$ (кривая *II*) для случая обогреваемой стенки. Распределение компонент скорости показывает, что вторичные свободноконвективные токи образуют систему двух продольных вихрей с восходящим течением вблизи стенки и нисходящим вблизи оси. При одном и том же значении Gr/Re интенсивность вторичных токов при уменьшении X уменьшается. В случае охлаждения стенки направление вторичных токов противоположное.



Фиг. 1

Используя подстановку $\Omega_r = \gamma\sin\varphi\times\sin\psi$, уравнение (10) можно преобразовать относительно γ к виду, аналогичному (8). Из (13) найдем отклонение аксиальной компоненты скорости U_v', обусловленное вторичными течениями,

$$U_v' = \frac{\mathrm{Gr}}{800}\,[1-\exp(-12{,}5\sqrt{X})]\,R^2\times(-0{,}37+0{,}667R-0{,}532R^2+ +0{,}342R^5-0{,}128R^7+0{,}02R^9)\cos\varphi\cdot\sin\psi. \tag{16}$$

Поскольку задача рассматривается в пределах линейного приближения, полная деформация аксиальной компоненты скорости U' может быть представлена в виде суммы двух слагаемых, описываемых соотношениями (15), (16),

$$U = U_l + U' = U_l + U_a' + U_v'. \tag{17}$$

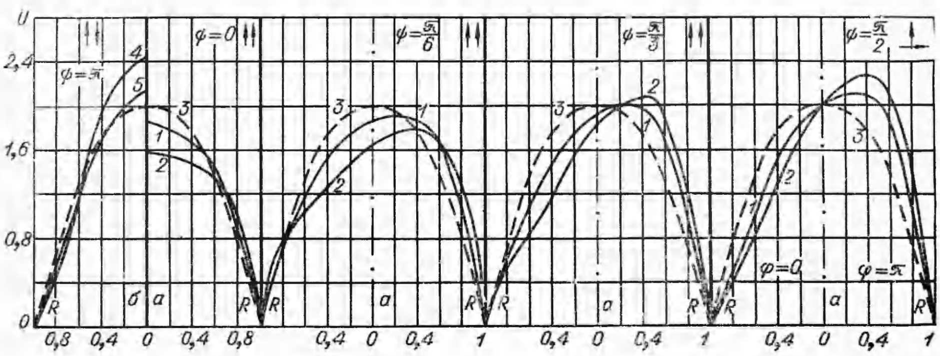
Отметим, что параметр, характеризующий влияние свободной конвекции на вынужденное течение, различен для различных компонент скорости и для различной ориентации трубы относительно поля силы тяжести. Так, при описании распределения тангенциальной и радиальной компонент скорости входит параметр Gr/Re, в то время как при описании аксиальной компоненты — параметры Gr/Re и Gr. Для двух крайних положений трубы деформация аксиальной компоненты скорости описывается различными параметрами: при вертикальном ($\psi = 0$) — Gr/Re, при горизонтальном ($\psi = \pi/2$)—Gr. На изменение параметров, описывающих вязкостно-гравитационное течение и теплообмен при различном положении трубы, указывалось в работе [5], где рассматривалась аналогичная задача для стабилизованных условий. На фиг. 2 показана рассчитанная по зависимостям (15) — (17) деформация аксиальной компоненты скорости в вертикальной диаметральной плоскости для четырех положений трубы, начиная от вертикального ($\psi = 0$) и кончая горизонтальным ($\psi = \pi/2$). Расчет выполнен для значений $\mathrm{Gr} = 2\cdot 10^4$ и $(\mathrm{Gr}/\mathrm{Re}) = 200$ при значениях приведенной длины $X = 5{,}2\cdot 10^{-3}$ (кривые *1*) и $X > 0{,}07$ (кривые *2*). Распределение скорости при вязкостно-гравитационном течении сравнивается с параболическим профилем при ламинарном течении (кривые *3*). На фиг. 2, *а*, *б* соответственно приведены случаи течения снизу вверх и сверху вниз в обогреваемой трубе.

При вертикальном положении трубы деформация профиля скорости описывается параметром Gr/Re. С увеличением угла ψ между вертикалью и осью трубы начинают развиваться вторичные течения и деформация профиля скорости U описывается как параметром Gr/Re, так и Gr. В случае горизонтального положения деформацию U определяют вторичные течения, и она характеризуется только значением числа Gr. Вторичные течения приводят к увеличению скорости в нижней части трубы ($\varphi = \pi$).

Используя соотношения

$$\Omega_\varphi|_{R=1} = -\left.\frac{dU}{dR}\right|_{R=1} = \frac{\tau_w}{\mu}\frac{d}{2\bar{u}}, \quad \langle\tau_w\rangle = 2\int_0^\pi \tau_w d\varphi,$$

получим выражение, определяющее изменение среднего по окружности напряжения трения на стенке $\langle\tau_w\rangle$, а следовательно, и коэффициента



Фиг. 2

сопротивления трения ξ

$$\frac{\langle\tau_w\rangle}{\tau_{w,l}} = \frac{\xi}{\xi_l} = 1 \pm \frac{\operatorname{Gr} T_m}{48 \operatorname{Re}}\Big[-\Gamma|_{R=1} + 1{,}5R_m^2(1-R_m^2) + $$
$$+ 4\int\limits_{R_m}^{1} R^2\Gamma dR\Big]\cos\psi = 1 \pm \frac{\operatorname{Gr}}{\operatorname{Re}}\lambda(X)\cos\psi.$$

Значения $\lambda(X)$ рассчитаны для шести указанных ранее значений X и аппроксимированы интерполяционным уравнением

$$\lambda(X) = 2\cdot 10^{-3}\,[1 - \exp(-126X)]^{3/2}.$$

Отклонение температуры ϑ получим из уравнения (3) в виде

(18) $$\vartheta = \omega_1 \cos\varphi\cdot\sin\psi + \omega_2\cos\psi.$$

После подстановки (18) в уравнение (3) решения двух независимых дифференциальных уравнений относительно ω_1 и ω_2 и аппроксимации соответствующих решений в интервале $5\cdot 10^{-4} < X < \infty$ получены следующие выражения для ω_1 и ω_2:

$$\omega_1 = 9{,}1\cdot 10^{-6}\operatorname{Ra}[1 - \exp(-100X)]^3\begin{Bmatrix} k_1 R \text{ при } R \leqslant \dfrac{1+k_2}{k_1+k_2} \\ 1 + k_2(1-R) \text{ при } R \geqslant \dfrac{1+k_2}{k_1+k_2}\end{Bmatrix},$$

где

$$k_1 = 1 + 2{,}7[1 - \exp(-48X)];$$
$$k_2 = 0{,}38[1 - \exp(-10\sqrt{X})];$$
$$\omega_2 = 5{,}5\cdot 10^{-4}\frac{\operatorname{Gr}}{\operatorname{Re}}\begin{Bmatrix}(a_0 - a_2R^2 + a_4R^4 - 0{,}4R^6 + 0{,}025R^8) \text{ при } R \geqslant R_m \\ (b_0 - b_2R^2 + b_4R^4) \text{ при } R \leqslant R_m\end{Bmatrix},$$

где

$$a_0 = 0{,}086[1 - \exp(-40X)];\ a_2 = [1 - 0{,}65\exp(-40X)];$$
$$a_4 = 1{,}05[1 - 0{,}31\exp(-40X)];\ b_0 = 0{,}086[1 - \exp(-30X)];$$
$$b_2 = [1 - \exp(-65X)];\ b_4 = 0{,}25[1 - \exp(-65X)].$$

Соотношения (18) показывают, что деформация поля температуры определяется параметрами Ra и Gr/Re. При этом в случае вертикального положения трубы определяющим параметром так же, как и для профиля скорости, является Gr/Re. В случае же горизонтального положения деформация поля температуры определяется числом Ra = Pr Gr, в то время как деформация распределения аксиальной компоненты скорости — числом Gr. Таким образом, в зависимости от значения числа Pr при горизонтальном (а также наклонном, хотя и в меньшей степени) положении трубы более существенным будет изменение профиля скорости или профиля температуры.

В работе [6] на основании экспериментальных данных, полученных при вязкостно-гравитационном течении в горизонтальной трубе жидкости с числом $\Pr \approx 80$, показано, что при одном и том же значении числа Gr деформация профиля температуры значительно более сильная, чем деформация профиля скорости. Опытные данные [7] по профилям скорости и температуры при вязкостно-гравитационном течении воздуха (Pr = 0,7) показывают, что степень деформации профилей скорости и температуры приблизительно одинакова. Эти результаты качественно соответствуют полученным в данной работе результатам. Количественное сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными, к сожалению, привести невозможно, так как опытные данные получены при сильном влиянии термогравитации. Отсюда следует вывод, что по профилю температуры нельзя судить о степени влияния термогравитации в потоке жидкого металла при $\mathrm{Pr} \ll 1$.

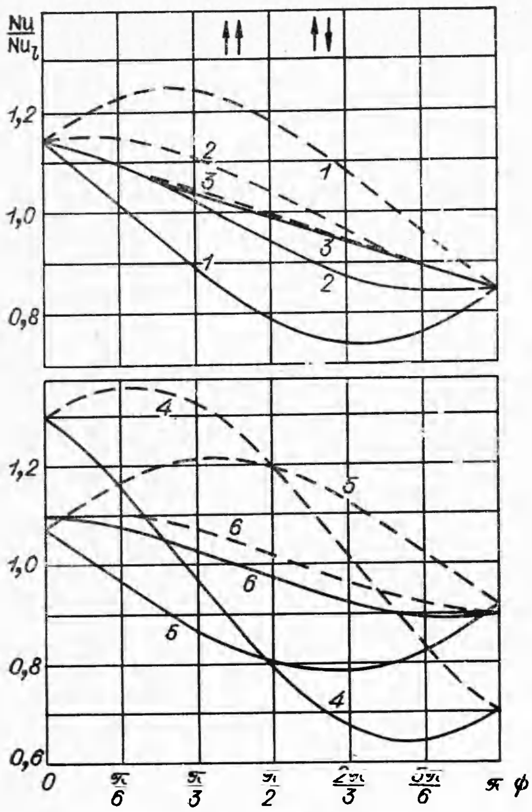
Значение ϑ на стенке определяет приращение безразмерной температуры стенки (следовательно, и числа Nu), т. е.

$$\vartheta|_{R=1} = \vartheta_w = (t_w - t_{w,l})\lambda/q_w d = 1/\mathrm{Nu} - 1/\mathrm{Nu}_l = \omega_{1w}\cos\varphi\cdot\sin\psi + \omega_{2w}\cos\psi. \tag{19}$$

Из соотношений (18), (19) получим

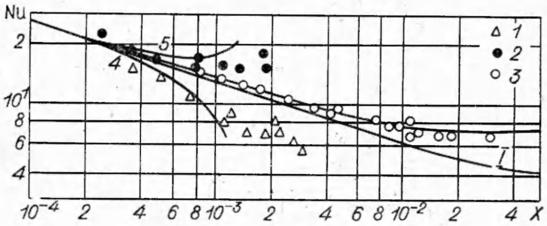
$$\mathrm{Nu}/\mathrm{Nu}_l = 1 + \mathrm{Nu}_l\{1{,}32\cdot10^{-4}(\mathrm{Gr}/\mathrm{Re})[1 - \exp(-40X)]\cos\psi - 9{,}1\cdot10^{-6}\,\mathrm{Ra}[1 - \exp(-100X)]^3\cos\varphi\cdot\sin\psi. \tag{20}$$

На фиг. 3 показано рассчитанное по зависимости (20) изменение относительного значения числа Нуссельта на верхней ($\varphi = 0$, сплошные кривые) и нижней ($\varphi = \pi$, штриховые кривые) образующих обогреваемой трубы в зависимости от угла ψ между вертикалью и осью трубы. В пределах значения угла $0 \leqslant \psi < \pi/2$ имеет место течение снизу вверх, а при $\pi/2 < \psi \leqslant \pi$ — течение сверху вниз. Кривые *1*—*5* относятся к случаю наибольшего проявления влияния термогравитации по длине, т. е. к значениям $X > 0{,}07$. При уменьшении X влияние термогравитации уменьшается, как это следует из всех приведенных зависимостей. Кривые *1* получены при значениях $(\mathrm{Gr}/\mathrm{Re}) = 250$, $\mathrm{Ra} = 5\cdot10^3$. При всех значениях угла ψ, за исключением непосредственной близости от вертикального положения в пределах, не превышающих 10°, наблюдается существенная разность в теплоотдаче на верхней и нижней образующих. При этом теплоотдача на нижней образующей принимает максимальное значение (или максимальное значение на верхней образующей) где-то в среднем положении трубы между вертикальным и горизонтальным. При уменьшении числа Прандтля (фактически уменьшении Ra) разность в теплоотдаче на верхней и нижней образующих уменьшается. Кривые *1*—*3* относятся к одному и тому же значению Gr/Re, но разным значениям Ra. Значение Ra для кривых *2* в 4 раза меньше, чем для кривых *1*, а для кривых *3* число $\mathrm{Ra} < 10^2$. Кривые *3* фактически соответствуют вязкостно-гравитаци-



Фиг. 3

онному течению жидких металлов. Для данного сочетания параметров местная теплоотдача жидких металлов в горизонтальных трубах нечувствительна к влиянию термогравитации, тогда как в вертикальных трубах оно будет существенным. Следует помнить, что при этом имеет место сильная деформация профилей скорости в горизонтальных и наклонных трубах, как показано на фиг. 1, 2. Кривые *4* и *5* показывают изменение теплоотдачи при тех же значениях Gr и Pr, что и для кривых *1*, но при других значениях Re. Изменение числа Re сказывается на теплоотдачу в вертикальных трубах. Кривые *4* построены для значения (Gr/Re) = 500, а кривые *5* — (Gr/Re) = 125. Влияние приведенной длины проиллюстрировано кривыми *6*, которые построены для $X = 5{,}2 \cdot 10^{-3}$ и других параметров, соответствующих кривым *4*. Видно, что теплоотдача в наклонных трубах изменяется весьма специфическим образом. В частности, при некоторых наклонах возможны ситуации, когда теплоотдача вдоль одной образующей практически не изменяется, тогда как вдоль другой образующей изменяется очень существенно.



Фиг. 4

На фиг. 4 показано сравнение расчетов местной теплоотдачи по зависимости (20) с опытными данными, полученными при вязкостно-гравитационном течении воды в горизонтальной [8] и вертикальной [9] трубах. Линия *I* относится к случаю ламинарного течения. Опытные данные *1* по теплоотдаче на верхней и данные *2* по теплоотдаче на нижней образующей горизонтальной трубы получены при $\mathrm{Ra} = 7 \cdot 10^6$. Соответствующие кривые *4*, *5* рассчитаны для того же значения Ra. Опытные данные *3*, полученные в вертикальной трубе, и расчетная кривая *6* относятся к значению $(\mathrm{Gr/Re}) = 1{,}2 \cdot 10^3$. На основании проведенного сопоставления с экспериментальными данными можно сделать вывод о правильности расчета в пределах справедливости предположения о малом.

Поступила 27 I 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. **Виленский В. Д., Петухов Б. С., Харин Б. Е.** Теплообмен и сопротивление в круглой трубе при ламинарном течении газа с переменными физическими свойствами. III. Результаты расчета при постоянной плотности теплового потока на стенке трубы.— ТВТ, 1971, т. 9, № 3.
2. **Siegel R., Sparrow E. M., Hallman T. M.** Steady laminar heat transfer in a circular tube with prescribed wall heat flux.— «Appl. Scient Res. Sect. A», 1958, vol. 7, N 5.
3. **Петухов Б. С.** Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах. М., «Энергия», 1967.
4. **Камке Э.** Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М., «Наука», 1970.
5. **Igbal, Stachiewicz J. W.** Influence of tube orientation on combined free and forced laminar convection heat transfer.— «Trans. ASME. Ser. C, J. of Heat Transfer», 1966, vol. 88, N 1. Рус. пер. «Теплопередача», 1966, № 1.
6. **Siegwarth D. P., Hanratty T. J.** Computational and experimental study of the effect of secondary flow on the temperature field and primary flow in a heated horizontal tube.— «Int. J. Heat Mass Transfer», 1970, vol. 13, p. 27—42.
7. **Mori Y., Futagami K., Tokuda S., Nakamura M.** Forced convection heat transfer in uniformly heated horizontal tubes (1 st report-experimental study on the effect of buoyancy).— «Int. J. Heat Mass Transfer», 1966, vol. 9, N 5.

8. **Петухов Б. С., Поляков А. Ф.** Экспериментальное исследование теплообмена при вязкостно-гравитационном течении жидкости в горизонтальной трубе.— ТВТ, 1967, т. 5, № 1.
9. **Петухов Б. С., Поляков А. Ф., Стригин Б. К.** Исследование теплообмена в трубах при вязкостно-гравитационном течении.— В кн.: Тепло- и массоперенос. Т. 1. М., «Энергия», 1968, с. 607.

УДК 532.529.2

ОБ ОДНОМ СЛУЧАЕ СМЕШАННОЙ КОНВЕКЦИИ

В. В. Попов

(*Ленинград*)

Пусть в горизонтальном слое под влиянием неравномерного нагрева сверху происходит конвекция и одновременно существует течение вдоль слоя, вызванное другими причинами (внешний поток). Предположим, что скорость этого потока находится в той же плоскости, что и скорости конвективных потоков, так что конвекция будет либо помогать частице двигаться вдоль слоя, либо препятствовать этому. Рассмотрим случай малоинтенсивной конвекции, который описывается линеаризованными уравнениями. При этом течение считается ползущим, а обратное влияние конвекции на температурное поле несущественным. Такой режим течения будет при малых числах Грасгофа и малых скоростях внешнего потока.

Уравнения в приближении Буссинеска, описывающие конвекцию при таких предположениях, в плоском стационарном случае в безразмерных переменных имеют вид

$$\Delta^2\psi = \mathrm{Gr}\,\partial T/\partial x,\ \Delta T = 0,$$

где ψ — функция тока; T — температура; Gr — число Грасгофа. За единицу длины принята высота слоя H, температуры — разность между максимальным и минимальным значениями температуры на границе, функции тока — ν (значение кинематического коэффициента вязкости).

Примем следующие граничные условия. Пусть сверху задано распределение температуры в виде

$T(x,\ 1) = \sin kx.$

Снизу слой теплоизолирован

$$\partial T/\partial y = 0. \qquad (1)$$

Верхнюю границу слоя предположим свободной, причем деформацией границы, вызванной конвекцией, пренебрежем, а нижнюю будем считать твердой. Обозначив объем жидкости, протекающей в направлении оси x за единицу времени, через $\psi_1(\psi_1 \geqslant 0)$, имеем следующие граничные условия для функции тока:

$$\psi(x,\ 0) = (\partial\psi/\partial y)(x,\ 0) = 0;$$

$$\psi(x,\ 1) = \psi_1,\ (\partial^2\psi/\partial y^2)(x,\ 1) = 0. \qquad (2)$$