

УДК 532.54,532.64

Движение ручейка жидкости в микроканале при спутном потоке газа*

Ю.О. Кабова¹, В.В. Кузнецов^{2,3}, О.А. Кабов^{1,3}

¹Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

²Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

³Новосибирский государственный университет

E-mail: kabov@itp.nsc.ru

Исследовано совместное установившееся движение ручейка несжимаемой жидкости и потока газа в микроканале с учетом действия сил гравитации, касательного напряжения на границе раздела газ–жидкость и сил Ван-дер-Ваальса. Для различных значений расходов жидкости и газа вычислены значения краевого угла. Показано, что для постоянного расхода жидкости увеличение скорости газа приводит к уменьшению высоты ручейка, поверхность ручейка при этом уплощается. Обнаружено существенное деформирующее влияние ручейкового течения на распределение скорости в газе.

Ключевые слова: двухфазные течения, ручейковые течения, микроканалы, численные исследования.

Введение

Ручейковые течения несжимаемой жидкости широко распространены в природе и технике. Быстрое развитие полупроводниковых технологий, уменьшение размеров деталей, увеличение плотности компоновки тепловыделяющих элементов и скорости коммутации привели к существенному усилению неоднородности нагрева микроэлектронного оборудования. Неоднородность нагрева выражается в появлении точек значительного локального нагрева поверхностей. В этих точках значения теплового потока достигают 1 кВт/см^2 . Исследования показывают, что ручейки жидкости, увлекаемые движущимся потоком пара или газа в узких каналах (100–300 мкм), позволяют обеспечивать существенную интенсивность теплоотдачи особенно в областях линий контакта жидкости и нагретой поверхности [1–4]. Тем самым использование ручейковых течений для управления тепловыми режимами при работе с современным полупроводниковым оборудованием с большой мощностью рассеивания является перспективным методом, в частности для космических приложений, где предусмотрено производство энергии, охлаждение оборудования, поддержание работы систем жизнеобеспечения и т.д. [5]. Исследование и понимание закономерностей движения ручейка жидкости в узком канале даст ключ к использованию такого вида течений. В последние годы достаточно большое количество работ было посвящено решению этого вопроса. В работе [6] предлагалась

* Исследование выполнено за счет гранта РФ (проект 14-19-01755).

модель стекающего по наклонной плоскости ручейка с поверхностью постоянной кривизны. В публикации [7] рассматривалось стекание ручья по наклонному цилиндру. Движение ручейка жидкости, увлекаемого потоком газа в микрочанале при различных значениях уровня гравитации, изучалось в работе [8]. Здесь рассматривалось стационарное движение изотермического ручейка жидкости с изначально заданным значением контактного угла. Было показано, что при пониженном уровне гравитации характер движения ручейка жидкости существенно изменяется. Кроме того, было обнаружено, что вид профиля ручейка зависит от расходов жидкости и газа, а также от уровня гравитации.

В настоящей работе решается задача определения полей скорости и положения межфазной границы ручейка несжимаемой жидкости при его установившемся движении по нижней стенке наклонного микроканала (с высотой 100–300 мкм) под действием гравитации и спутного потока газа, создающего касательное напряжение на границе раздела, а также сил Ван-дер-Ваальса. Считается, что температуры газа и жидкости равны одной и той же постоянной. Полагается, что толщина слоя жидкости мала по сравнению с поперечным размером микроканала, а ручеек является симметричным относительно продольной оси канала и его поверхность полая. Подложка считается идеально гладкой, поэтому прекурсионная пленка покрывает ее полностью.

1. Постановка задачи

Рассматривается канал прямоугольного сечения неограниченной протяженности высотой d и шириной l , по нижней стенке которого движется ограниченная по ширине пленка несжимаемой жидкости (ручеек) (рис. 1). Движение жидкости и газа считается ламинарным и установившимся. Угол наклона канала к горизонту β может быть произвольным. Пусть декартова система координат (x, y, z) выбрана таким образом, что ось x ориентирована по длине канала, а плоскость Oxy совпадает с его дном. Тогда жидкость будет занимать область $G = \{-\infty < x < \infty, -l/2 < y < l/2, 0 < z < H(y)\}$, а газ располагаться в области $\Omega = \{-\infty < x < \infty, -l/2 < y < l/2, H(y) < z < d\}$. Будем считать, что движение в жидкой и газовой фазах описывается системой уравнений Навье–Стокса, содержащей уравнение импульсов и уравнение неразрывности для несжимаемой среды. Таким образом, в области G

$$\rho(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \mu \Delta \mathbf{v}, \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (1)$$

и в области Ω

$$\rho_g(\mathbf{v}_g \cdot \nabla)\mathbf{v}_g = -\nabla p_g + \rho_g \mathbf{g} + \mu_g \Delta \mathbf{v}_g, \quad \nabla \cdot \mathbf{v}_g = 0, \quad (2)$$

здесь \mathbf{v}, \mathbf{v}_g — векторы скорости в жидкости и газе, p, p_g — распределения давлений в жидкости и газе, $\mathbf{g} = (|g| \sin \beta, 0, -|g| \cos \beta)$ — ускорение свободного падения, ρ, ρ_g — плотности жидкости и газа, μ, μ_g — коэффициенты динамической вязкости жидкости

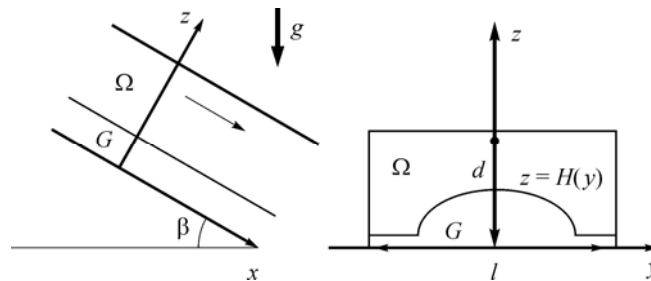


Рис. 1. Схема движения жидкости и газа в канале в сечениях вдоль и поперек потока.

и газа. Граничные условия для системы (1), (2) задаются следующим образом:
при $z = 0$ и $y = \pm l/2$, $z < H(\pm l/2)$

$$\mathbf{v} = 0, \quad (3)$$

при $z = d$ и $y = \pm l/2$, $z > H(\pm l/2)$

$$\mathbf{v}_g = 0, \quad (4)$$

при $z = H(y)$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_g, \quad (5)$$

$$(P - P_g)\mathbf{n} = 2\sigma K\mathbf{n} - \frac{A}{6\pi H^3}\mathbf{n}, \quad (6)$$

где σ — коэффициент поверхностного натяжения, K — средняя кривизна поверхности пленки $z = H(y)$, A — константа Гамакера, $\mathbf{n} = (0, -H'/\sqrt{1+H'^2}, 1/\sqrt{1+H'^2})$ и

$$P_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu(\partial v_i/\partial x_j + \partial v_j/\partial x_i), \quad P_{gij} = -p_g\delta_{ij} + \mu_g(\partial v_{gi}/\partial x_j + \partial v_{gj}/\partial x_i),$$

здесь δ_{ij} — символы Кронекера. Тем самым на твердых границах канала для обеих сред справедливо условие прилипания, а на границе раздела имеет место непрерывность скорости и выполняется динамическое условие. В соотношении (6) учтено расклинивающее давление, возникающее вследствие действия сил Ван-дер-Ваальса [9]. Следует отметить, что образующийся вследствие действия сил Ван-дер-Ваальса тонкий слой пленки жидкости (прекурсионная пленка) на дне канала вблизи ручейка по теоретическим представлениям может быть ограничен только дефектами поверхности. Если считать дно канала идеально гладким, то можно заключить, что пленка покрывает всю поверхность дна. На самом деле это не имеет существенного значения, так как постоянная Гамакера очень мала, а в прекурсионной пленке имеем $H^3 \sim A$, следовательно, очень мала и толщина прекурсионной пленки. Соответственно суммарное количество жидкости в прекурсионной пленке составляет пренебрежимо малую часть всей жидкости независимо от того, насколько далеко от ручейка эта пленка простирается, поэтому ее наличие или отсутствие в удалении от ручейка не влияет на полученные результаты.

Решение задачи (1)–(6) будем искать в виде $\mathbf{v} = (v, 0, 0)$, $\mathbf{v}_g = (v_g, 0, 0)$, причем v, v_g являются функциями только координат y и z . Кроме того, полагаем, что $\rho_g \ll \rho$ и гравитация не оказывает существенного влияния на движение в газовой фазе, которое происходит за счет созданного внешними устройствами продольного градиента давления. Этот градиент будем считать постоянным. Уравнения неразрывности в системах (1) и (2) при заданном виде полей скорости превращаются в тождества, а уравнения импульсов принимают следующий вид:

— в области, занятой жидкостью:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = \frac{p_x - \rho g \sin \beta}{\mu}, \quad (7)$$

$$\partial p / \partial y = 0, \quad (8)$$

$$-\partial p / \partial z - \rho g \cos \beta = 0, \quad (9)$$

— в области, занятой газом:

$$\frac{\partial^2 v_g}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_g}{\partial z^2} = -\frac{\lambda}{\mu_g}, \quad (10)$$

$$p_g = p_0 - \lambda x, \quad p_0 = \text{const}, \quad (11)$$

здесь λ — постоянный продольный градиент давления в газовой фазе, p_0 — давление в газе при $x = 0$. Проекция динамического условия (6) на орт оси Ox дает соотношение

$$\mu \left(-H' \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \mu_g \left(-H' \frac{\partial v_g}{\partial y} + \frac{\partial v_g}{\partial z} \right), \quad (12)$$

а проекция этого условия на нормаль \mathbf{n} с учетом (11) дает

$$p - p_0 + \lambda x = 2\sigma K + A/6\pi H^3. \quad (13)$$

Так как для жидкости ищется решение с прямолинейными линиями тока и перемешивание отсутствует, то давление в жидкости становится гидростатическим:

$$p = p_1 - \lambda x - \rho g z \cos \beta, \quad p_1 = \text{const}. \quad (14)$$

Тогда из условия (13) и определения средней кривизны следует уравнение для функции $z = H(y)$ вида

$$\frac{H''}{(1 + H'^2)^{3/2}} - \frac{\rho g \cos \beta}{\sigma} H + C_1 = \frac{A}{6\pi H^3 \sigma} \quad (15)$$

с условием

$$H(0) = b, \quad (16)$$

где постоянная $C_1 = (p_1 - p_0)/\sigma$ подлежит определению, а b — искомая наибольшая высота ручейка. Здесь штрих означает дифференцирование по координате y . Следовательно, задача сводится к нахождению функции $z = H(y)$, задающей положение свободной границы, и распределений скорости в жидкой и газовой фазах $v(y, z)$, $v_g(y, z)$, а также постоянной C_1 . Определить требуемые величины можно из решения системы уравнений (7), (10), (15) с условиями (3)–(5), (12) и (16). Каждое из условий (3)–(5) в силу одномерности векторов \vec{v} , \vec{v}_g эквивалентно одному скалярному равенству, а распределение давления в жидкости и в газе задается явными формулами (11) и (14).

2. Численный алгоритм

Для решения сформулированной выше задачи необходимо знать наибольшую высоту ручейка b и значение продольного градиента давления λ . Если они известны, то после решения задачи и вычисления полей скорости можно определить расходы жидкости и газа Q , Q_g по формулам

$$Q = \iint_{G_0} v dy dz, \quad Q_g = \iint_{\Omega_0} v_g dy dz, \quad (17)$$

где G_0 , Ω_0 — сечения областей G , Ω плоскостью $x = \text{const}$.

Рассматриваемую задачу можно назвать «прямой». В более простой постановке такая задача решалась в работе [10]. В ней поле скоростей в газе не рассчитывалось, а воздействие газового потока на жидкость заменялось наличием на границе раздела заданного постоянного касательного напряжения, направленного по оси x . При интерпретации результатов опытов и разработке технологических устройств гораздо большее применение имеет «обратная» задача, в которой расходы жидкости и газа заданы, а постоянные b и λ нужно рассчитать такими, чтобы после решения прямой задачи величины расходов, вычисленные по формулам (17), совпали с изначально заданными. В настоящей работе проводятся расчеты по заданным расходам жидкости и газа,

т.е. решается обратная задача. Будем считать, что при фиксированных b, λ (из некоторой области значений этих параметров) можно получить решение прямой задачи, и тогда становятся определенными функции $Q_0(b, \lambda), Q_{0g}(b, \lambda)$, задающие значения расходов.

Затем значения b, λ находятся из решения системы уравнений

$$Q_0(b, \lambda) = Q, \quad Q_{0g}(b, \lambda) = Q_g. \quad (18)$$

Системы (18) решались методом Ньютона, предназначенным для решения системы функциональных уравнений, а именно: выбиралось начальное приближение искомых величин b_0, λ_0 и затем решались прямые задачи со значениями параметров $b_0, \lambda_0; b_0 + \delta b, \lambda_0; b_0, \lambda_0 + \delta \lambda$. Здесь $\delta b, \delta \lambda$ — малые приращения соответствующих величин. Вычисленные затем по формулам (17) величины $Q_0(b_0, \lambda_0), Q_{0g}(b_0, \lambda_0), Q_0(b_0 + \delta b, \lambda_0), Q_{0g}(b_0 + \delta b, \lambda_0), Q_0(b_0, \lambda_0 + \delta \lambda)$ и $Q_{0g}(b_0, \lambda_0 + \delta \lambda)$ позволяют получить значения частных производных функций Q_0, Q_{0g} и построить приближение искомых величин b_1, λ_1 .

На каждом шаге итераций при решении прямой задачи сначала решалась задача определения поверхности раздела (15), (16), а затем система уравнений (7) и (10) для полей скорости v, v_g с граничными условиями (3)–(5) и (12). Последняя задача решалась методом конечных разностей с использованием метода дробных шагов по введенному для вычислений фиктивному времени [11]. При этом уравнения (7) и (10) заменялись параболическими уравнениями следующего вида:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \frac{p_x - \rho g \sin \beta}{\mu}, \quad (19)$$

$$\frac{\partial v_g}{\partial t} = \frac{\partial^2 v_g}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_g}{\partial z^2} + \frac{\lambda}{\mu_g}. \quad (20)$$

В качестве начального задавалось нулевое распределение скоростей. После нахождения положения границы раздела газ–жидкость, функция $H(y)$, задающая это положение, заменялась ступенчатой функцией. При этом точки с рассчитанным значением $H(y)$ лежат точно на узлах расчетной сетки для поля скоростей. Уравнения (19) и (20) заменялись разностными аналогами с дробными по времени шагами:

— по направлению y :

$$\frac{v_{ij}^{k+1/2} - v_{ij}^k}{\tau/2} = A_{11}^{k+1/2} v_{ij} + A_{22}^k v_{ij} - \frac{p_x - \rho g \sin \beta}{\mu}, \quad (21)$$

$$\frac{v_{gij}^{k+1/2} - v_{gij}^k}{\tau/2} = A_{11}^{k+1/2} v_{gij} + A_{22}^k v_{gij} + \frac{\lambda}{\mu_g}, \quad (22)$$

— по направлению z :

$$\frac{v_{ij}^{k+1} - v_{ij}^{k+1/2}}{\tau/2} = A_{11}^{k+1/2} v_{ij} + A_{22}^{k+1} v_{ij} - \frac{p_x - \rho g \sin \beta}{\mu}, \quad (23)$$

$$\frac{v_{gij}^{k+1} - v_{gij}^{k+1/2}}{\tau/2} = A_{11}^{k+1/2} v_{gij} + A_{22}^{k+1} v_{gij} + \frac{\lambda}{\mu_g}, \quad (24)$$

здесь A_{11}, A_{22} — операторы центральной разности, аппроксимирующие вторые производные вычисляемых функций, при этом $i = 2, 3, \dots, n-1; j = 2, 3, \dots, n_1-1; k = 1, 2, \dots,$

где n и n_1 — число разбиений по направлениям y и z соответственно. Разностные уравнения (21)–(24) для расчета сеточных функций $v_{i,j}$ и $v_{g,i,j}$ определены во всех узлах сетки (каждое в своей области), кроме граничных узлов. В силу граничного условия (5) скорость непрерывна на границе раздела газ–жидкость. Следовательно, скорости в жидкости и в газе можно искать методом сквозного счета, рассчитывая сеточную функцию $v_{i,j}$, которая в газовой фазе понимается как $v_{g,i,j}$. При таком расчете каждой узловой точке (i, j) , лежащей на границе раздела, должно соответствовать уравнение. Таковыми уравнениями являются разностные аналоги условия (12). Для точек, лежащих в левой половине области расчетов, это условие дает соотношение

$$\mu \left(-H'_l \frac{v_{i+1,j} - v_{i,j}}{h_y} + \frac{v_{i,j} - v_{i,j-1}}{h_z} \right) = \mu_g \left(-H'_l \frac{v_{i,j} - v_{i-1,j}}{h_y} + \frac{v_{i,j+1} - v_{i,j}}{h_z} \right), \quad (25)$$

здесь h_y, h_z — шаги сетки по осям y и z . Если граничная точка лежит в правой половине расчетной области, то это соотношение записывается аналогично.

Нетрудно видеть, что соотношение (25) имеет такой же трехточечный формат аппроксимации, что и соотношения (21) – (24). Таким образом, рассчитываемое поле скоростей будет удовлетворять всем граничным условиям. Вычисления ведутся при возрастании фиктивного времени до тех пор, пока решение не становится установившимся, т.е. когда суммарное относительное изменение скорости во всех точках оказывается меньше 10^{-8} . Стоит отметить, что фактически при численном решении задачи постоянная C_1 не рассчитывалась. Численно решалось уравнение, полученное после дифференцирования уравнения (15):

$$\left(\frac{H''}{(1+H'^2)^{3/2}} \right)' - \frac{\rho g \cos \beta}{\sigma} H' = -\frac{AH'}{2\pi H^4 \sigma}. \quad (26)$$

Уравнение (26) является нелинейным обыкновенным дифференциальным уравнением 3-го порядка. Решение этого уравнения проводилось конечно-разностным методом, при котором производные заменяются их разностными аналогами. Разностная задача решалась методом итераций, и значения искомых функций для нелинейных членов задавались с предыдущего шага итераций. Начальное значение аппроксимировалось так, чтобы при заданных высоте ручейка и средней скорости движения жидкости его ширина (вне слоя тонкой пленки) обеспечивала заданный расход. Разностный аналог уравнения (26) на каждом шаге итераций имеет вид

$$a_i h_{i-2} + b_i h_{i-1} + c_i h_i + d_i h_{i+1} + e_i h_{i+2} = f_i, \quad i = 3, 4, \dots, n-2, \quad (27)$$

граничные условия определялись как

$$h_1 = b, \quad h_2 - h_1 = 0, \quad h_n - h_{n-1} = 0, \quad h_{n-2} - 2h_{n-1} + h_n = 0. \quad (28)$$

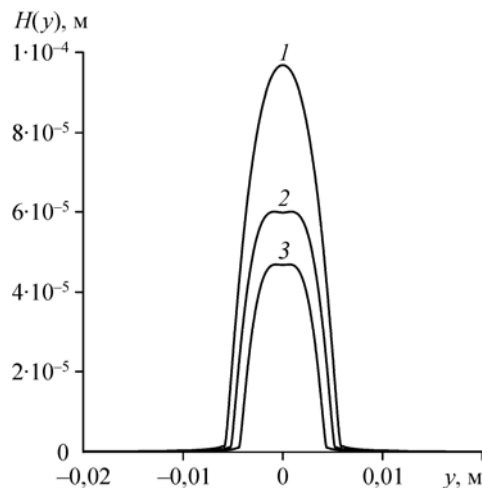
Первое из условий (28) задает высоту ручейка жидкости, второе представляет собой условие симметрии относительно продольной оси канала, третье и четвертое условия означают, что на контактной линии, лежащей на боковой стенке канала, контактный угол равен 90° . Фактически этот угол неизвестен, но если задавать другие углы, не равные 90° , то это приведет к незначительным отклонениям, локализованным вблизи боковых стенок канала, и не повлияет на полученные результаты. Поскольку в уравнение (26) входят разнопорядковые члены, то численный расчет выполнялся с повышенной точностью. А именно: каждое вещественное число с плавающей запятой занимало 16 байт,

что гарантировало достаточную точность расчетов при операциях с величинами разных порядков. Это позволило провести сквозной расчет толщины ручейка. При расчетах ширина канала делилась на $n-1$ равных частей. После проведения расчетов число разбиений удваивалось. Если результат не изменялся, то число разбиений считалось достаточным. Приведенные результаты численного исследования соответствуют значению $n = 1601$. Задача нахождения функции $H(y)$ на каждом шаге итераций решалась в интервале $(0, 1/2)$, а затем положение поверхности ручейка достраивалось симметрично в интервале $(-1/2, 0)$.

3. Результаты исследования

При проведении расчетов свойства жидкостей в газовой фазе соответствовали азоту, а в жидкой фазе — фторуглеродной жидкости FC-72. Значения параметров были следующими: $\mu = 0,735 \cdot 10^{-3}$ кг/мс, $\mu_g = 17,75 \cdot 10^{-6}$ кг/мс, $\rho = 1687,8$ кг/м³, $\rho_g = 1,2505$ кг/м³, $\sigma = 12,57 \cdot 10^{-3}$ Н/м; угол наклона канала к горизонту $\beta = 0$, то есть движение жидкости обуславливалось только действием потока газа; высота канала $d = 250$ мкм, ширина канала $l = 4$ см, свойства жидкостей соответствовали температуре $T = 20$ °С, константа Гамакера $A = 10^{-20}$ м²кг/с², числа Рейнольдса определялись как $Re = Q\rho/l\mu_0$, $Re_g = Q_g\rho_g/l\mu_{0g}$, где Q, Q_g — расходы потоков жидкости и газа. Результаты расчетов представлены на рис. 2–6 в размерной форме, значение производной $H'(y)$ на рис. 4 безразмерно. В работе также численно было исследовано влияние скорости газа на вид профиля ручейка жидкости в микроканале. Показано, что для постоянного значения $Re = 8$ величина расхода жидкости $Q = 0,3 \cdot 10^{-7}$ м³/с, увеличение расхода газа приводит к уменьшению высоты ручейка жидкости, при этом верхняя граница ручейка уплощается, так как касательное напряжение на свободной поверхности существенно возрастает (рис. 2). Изменение значений расхода газа Q_g , средней скорости жидкости u и газа u_g , а также высоты ручейка жидкости b с ростом числа Рейнольдса газа Re_g представлено в таблице.

Рис. 2. Профили ручейка жидкости в сечении, перпендикулярном потоку, при различных скоростях газа.
 $Re = 8$; 1 — $Re_g = 5$ ($Q = 0,3 \cdot 10^{-7}$ м³/с, $Q_g = 0,283 \cdot 10^{-5}$ м³/с, $u = 3,59$ см/с, $u_g = 0,284$ м/с, $b = 96,751$ мкм);
 2 — $Re_g = 25$ ($Q = 0,3 \cdot 10^{-7}$ м³/с, $Q_g = 0,14 \cdot 10^{-4}$ м³/с, $u = 5,82$ см/с, $u_g = 1,419$ м/с, $b = 59,797$ мкм);
 3 — $Re_g = 50$ ($Q = 0,3 \cdot 10^{-7}$ м³/с, $Q_g = 0,283 \cdot 10^{-4}$ м³/с, $u = 7,438$ см/с, $u_g = 2,839$ м/с, $b = 46,818$ мкм).



Таблица

Изменение значений расхода газа Q_g , средней скорости жидкости u и газа u_g , а также высоты ручейка жидкости b с ростом числа Рейнольдса газа Re_g

| Re_g | $Q_g, \text{ м}^3/\text{с}$ | $u, \text{ см/с}$ | $u_g, \text{ м/с}$ | $b, \text{ мкм}$ |
|--------|-----------------------------|-------------------|--------------------|------------------|
| 5 | $0,283 \cdot 10^{-5}$ | 3,59 | 0,284 | 96,751 |
| 25 | $0,14 \cdot 10^{-4}$ | 5,82 | 1,419 | 59,797 |
| 50 | $0,283 \cdot 10^{-4}$ | 7,438 | 2,839 | 46,818 |

На рис. 2 на кривых 2 и 3 на вершине ручейка заметно формирование участка плоской поверхности, а на кривой 3 это выражено совершенно отчетливо. Формирование таких участков происходит при росте числа Re_g , который приводит к уменьшению высоты ручейка. Наличие подобных участков плоской поверхности отмечалось в работе [8]. На рис. 3 видно, что хотя по условию задачи ручеек вместе с тонкой пленкой жидкости покрывает все дно микроканала, фактически существует его ярко выраженная граница: виден кажущийся излом свободной поверхности (кажущийся, так как функция $H(y)$ имеет непрерывные производные до третьего порядка). Будем считать угол наклона поверхности жидкости в области излома краевым углом. Однако, поскольку шаг разбиения мал, то не очевидно в какой точке поверхности значение производной функции $H(y)$ по y задает значение краевого угла. Похожим образом значение контактного угла рассчитывалось в работе [12], где пленка стекала по наклонной подложке, образуя движущуюся переднюю кромку. Здесь также учитывалось наличие перкуссионного слоя и полагалось, что при удалении от движущейся кромки поверхность жидкости становится плоской. На рис. 3 видно, что угол сглаживается, и выбор расчетной точки при подсчете угла наклона не может быть произвольным. Следует также отметить, что $H = H_0 = \text{const}$ при исчезающе малых числах Re_g являются асимптотическим решением уравнения (15). Установлено (см. рис. 4), что в области кажущегося излома существует участок практически постоянного значения производной функции $H(y)$ по y . Очевидно, что это значение и должно быть использовано для расчета контактного угла. На рис. 4 изображены значения $H'(y)$ вблизи кажущихся изломов для профилей ручейков, представленных на рис. 2. Участок с практически постоянным значением производной функции $H(y)$ по y существует при всех трех значениях расхода. Для этих случаев значения рассчитанных контактных углов φ при $Re_g = 5, 25, 50$ составят соответственно $1,81^\circ, 1,48^\circ, 1,46^\circ$. Обнаружено существенное деформирующее влияние ручейка на распределение скорости в микроканале. На рис. 5 представлено поле скоростей в поперечном сечении микроканала, а также профиль ручейка жидкости. Видно, что скорость жидкости много меньше скорости газа. Из результатов расчетов можно заключить, что наличие даже микромасштабного ручейкового течения на нижней стенке канала существенно изменяет поле скоростей в газе, разделяя область течения газа на три части. На рис. 6 показаны профили скорости жидкости и газа в сечениях при $y = -1,25$ см, что соответствует области вне ручейка жидкости,

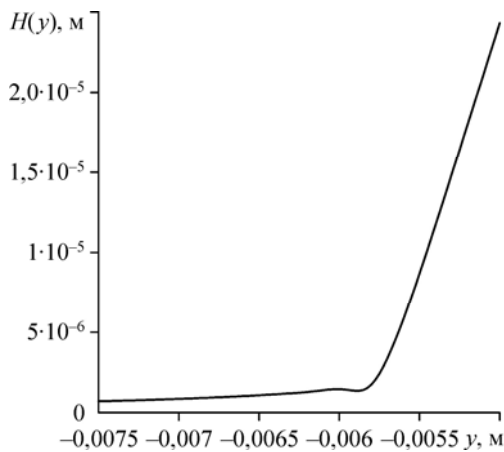


Рис. 3. Положение границы раздела газ-жидкость в области линии контакта. $Re = 8, Re_g = 5$.

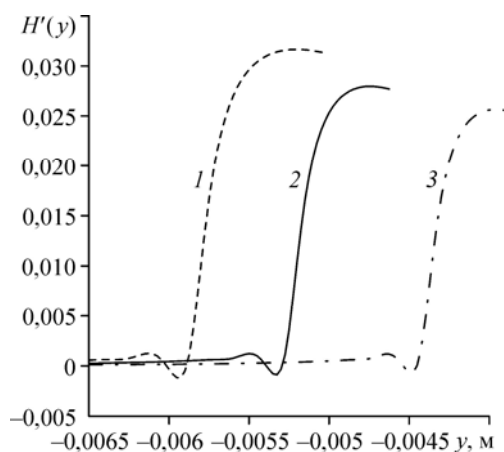


Рис. 4. Значения производной $H'(y)$ вблизи края ручейка при $Re = 8$. $Re_g = 5$ (1), 25 (2) и 50 (3).

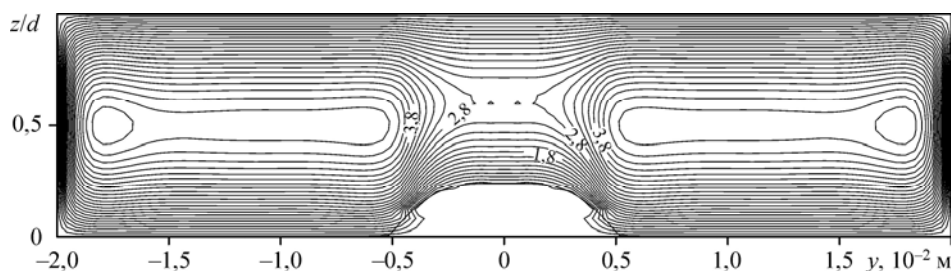
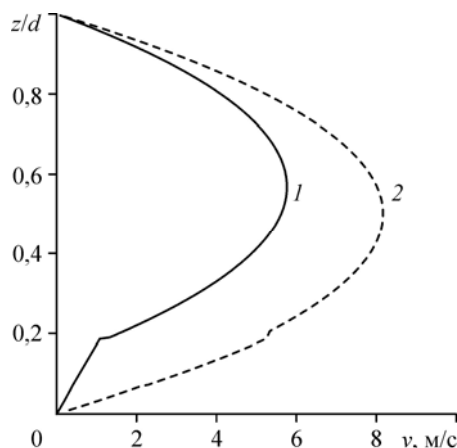


Рис. 5. Изолинии поля скорости (м/с) и профиль поверхности ручейка в поперечном сечении микроканала при $Re = 8$ и $Re_g = 25$.

Координата z отнесена к высоте канала d .

Рис. 6. Профили скорости $v(z)$ для жидкости и для газа в сечениях при $y = 0$ (1) (осевое сечение ручейка) и $y = -1,25 \cdot 10^{-2}$ м (2) (соответствует области вне ручейка жидкости). $Re = 8$, $Re_g = 25$.



и $y = 0$, что соответствует осевому сечению ручейка. Видно, что вне ручейка профиль скорости имеет параболический вид. Небольшие возмущения (или отличия от случая одномерного течения) обусловлены наличием боковых стенок и влиянием ручейка. В плоскости сечения $y = 0$ профиль скорости состоит из двух участков парабол. Причем участок, соответствующий скорости в жидкости, является практически прямолинейным, что хорошо согласуется с результатами, представленными в работе [13].

Выводы

Построена математическая модель установившегося совместного движения ручейка несжимаемой жидкости и потока газа в микроканале с учетом действия сил гравитации, касательного напряжения на границе раздела газ–жидкость, а также сил Ван-дер-Ваальса. Рассчитаны скорость в жидкости и газе, а также положение границы раздела газ–жидкость. Для различных значений расходов жидкости и газа вычислены значения контактного угла. Показано, что при постоянном расходе жидкости увеличение скорости газа приводит к уменьшению высоты ручейка жидкости, при этом его верхняя граница уплощается. Обнаружено существенное деформирующее влияние ручейкового течения на распределение скорости в газовой фазе.

Список литературы

1. Stephan P., Brandt C. Advanced capillary structures for high performance heat pipes / ed. S.G. Kandlikar // Proc. I Int. Conf. on Microchannels and Minichannels, Rochester, NY, 24–25 April. 2003. P. 69–75.
2. Rednikov A.Ye., Colinet P. Truncated versus extended microfilms at a vapor-liquid contact line on a heated substrate // Langmuir. 2011. Vol. 27, No. 5. P. 1758–1769.
3. Ajaev V.S., Gatapova E.Ya., Kabov O.A. Stability and break-up of thin liquid films on patterned and structured surfaces // Advances in Colloid and Interface Sci. 2016. Vol. 228. P. 92–104.

4. **Karchevsky A.L., Marchuk I.V., Kabov O.A.** Calculation of the heat flux near the liquid-gas-solid contact line // Applied Mathematical Modeling. 2016. Vol. 40. P. 1029–1037.
5. **Cheverda V.V., Glushchuk A., Queeckers P., Chikov S.B., Kabov O.A.** Liquid rivulets moved by shear stress of gas flow at altered levels of gravity // Microgravity Sci. and Technol. 2013. Vol. 25, No. 1. P. 73–81.
6. **Towell G.D., Rothfeld L.B.** Hydrodynamics of rivulet flow // AIChE J. 1966. Vol. 12, No. 5. P. 972–980.
7. **Алексеев С.В., Гешев П.И., Куйбин П.А.** Течение жидкости со свободной границей по наклонному цилиндру // Докл. РАН. 1997. Т. 354, № 1. С. 47–50.
8. **Барташевич М.В., Кузнецов В.В., Кабов О.А.** Динамика ограниченной по ширине пленки жидкости при спутном потоке газа в микроканале // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2010. № 6. С. 110–116.
9. **Дерягин Б.В., Чураев Н.В., Муллер В.М.** Поверхностные силы. М: Наука, 1985. 398 с.
10. **Myers T.G., Liang H.X., Wetton B.** The stability and flow of a rivulet driven by interfacial shear and gravity // Int. J. Non-Linear Mech. 2004. Vol. 39. P. 1239–1249.
11. **Самарский А.А.** Введение в теорию разностных схем. М.: Наука, 1971. 553 с.
12. **Ajaev V.S., Gambaryan-Roisman T., Stephan P.** Static and dynamic contact angles of evaporating liquids on heated surfaces // J. of Colloid and Interface Sci. 2010. Vol. 342. P. 550–558.
13. **Kabova Yu., Kuznetsov V.V., Kabov O., Gambaryan-Roisman T., Stephan P.** Evaporation of a thin viscous liquid film sheared by gas in a microchannel // Int. J. Heat and Mass Transfer. 2014. Vol. 68. P. 527–541.

*Статья поступила в редакцию 15 мая 2017 г.,
после доработки — 2 июля 2018 г.*