

ИССЛЕДОВАНИЕ КОСЫХ СОУДАРЕНИЙ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПЛАСТИН В УПРУГОЙ ПОСТАНОВКЕ

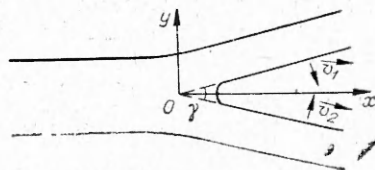
В. В. ЕФРЕМОВ

(Новосибирск)

В последнее время в связи с исследованием различных процессов обработки материалов взрывом [1] повысился интерес к исследованию соударений твердых тел, в частности металлов, со скоростями порядка нескольких сот метров в секунду. Новые физические явления, например волнообразование на контактных поверхностях, наблюдаются в случае косых соударений, когда точка контакта движется с определенной скоростью вдоль контактных поверхностей. Для теоретических исследований используются гидродинамические модели, обзор которых приведен в [1]. При этом металлы считаются идеальными жидкостями, подобно задачам о кумуляции [2]. Использование гидродинамических расчетных схем позволяет рассчитывать величину давления в окрестности точки контакта; полученные расчетные величины используются в различных задачах сварки взрывом [1]. В то же время исследования некоторых новых явлений показали недостаточность использования гидродинамической модели, в частности, имеются основания полагать, что в процессах, связанных с изменением свойств металла вблизи зоны соударения, существенную роль играют величины касательных напряжений и время их существования.

В данной работе предпринята попытка исследовать другой крайний случай по сравнению с гидродинамической моделью — рассмотреть задачу о косом соударении пластин в рамках линейной теории упругости. Единственной известной нам попыткой использовать этот подход к задачам сварки взрывом является работа [3], в которой решение задачи о соударении в упругой постановке используется для объяснения процесса волнообразования при сварке взрывом. При этом толщина сталкивающихся пластин считалась бесконечно большой, а скорость точки контакта предполагалась больше скорости распространения продольных волн в материале. В данной работе упругая задача будет рассмотрена в существенно более общей постановке.

1. Постановка задачи. Пусть две упругие пластины движутся навстречу друг другу: $\vec{v}_1$ — скорость верхней пластины, $\vec{v}_2$ — скорость нижней пластины, направления их перпендикулярны поверхностям пластин. В результате соударения пластины соединяются, как показано на фиг. 1. Для упрощения задачи пластины будем считать состоящими из одного и того же материала и имеющими равные толщины h , а соударение — симметричным. Далеко справа от зоны соударения (см. фиг. 1) пластины можно считать плоскими и имеющими постоянные скорости, равные скоростям метания $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ соответственно. Следует заметить, что в некоторых режимах соударения пластин возможно существование упругих волн, движущихся быстрее зоны контакта и не затухающих на больших расстояниях. Подобные волны, возникающие при движении нагрузки по поверхности упругой пластины конечной толщины, изучались в работе [4]. Однако в этом случае далеко от зоны контакта поверхности пластин можно пред-



Ф и г. 1

ставить колеблющимися около некоторых «главных поверхностей», которые движутся с постоянными скоростями метания $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$. Поэтому в дальнейшем, если не будет оговорено специально, под скоростью пластины на бесконечности будет пониматься скорость именно таких «главных поверхностей».

Продолжим внутренние поверхности пластин таким образом, как это показано на фиг. 1. В плоскости рисунка их пересечение дает точку 0, которую назовем точкой контакта. Угол γ , образовавшийся в результате пересечения плоскостей, назовем углом соударения. Величина скорости точки контакта V в том случае, когда скорости метания направлены по нормали к пластинам и равны по величине, будет определяться следующим выражением:

$$(1.1) \quad V = \frac{|\vec{v}_1|}{\sin \gamma/2} = \frac{|\vec{v}_2|}{\sin \gamma/2} = \frac{v_0}{\sin \gamma/2}.$$

Удобно анализировать процесс соударения в системе координат, связанной с точкой контакта. Начало координат поместим в точку контакта, а ось x направим вдоль биссектрисы угла соударения. Для исключения из задачи краевых эффектов будем считать пластины достаточно длинными, а сам процесс соударения — стационарным.

Рассмотрим наиболее характерный для большинства режимов сварки взрывом случай, когда две пластины соударяются под малым углом [1]. В предположении малости углов соударения можно решать задачу о столкновении, не принимая во внимание изменение формы границы пластин. Будем считать, что верхняя граница представляет собой прямую $y=h$, нижняя — прямую $y=-h$, а угол соударения представляется разрезом, проходящим по оси x от начала координат до бесконечности. Подобная идеализация рассматриваемой задачи в схеме идеальной жидкости рассмотрена в работе [1].

Граничные условия и условия на бесконечности записываются следующим образом:

$$(1.2) \quad \begin{aligned} \sigma_{22} = \sigma_{12} = 0, & \quad (y=h, \quad -\infty < x < \infty), \\ \sigma_{22} = \sigma_{12} = 0, & \quad (y=0, \quad 0 < x < \infty), \\ \sigma_{22} = \sigma_{12} = 0, & \quad (y=-h, \quad -\infty < x < \infty), \end{aligned}$$

$$(1.3) \quad \begin{aligned} u = 0, \quad v = 0, & \quad (x = -\infty), \\ u = 0, \quad v = -v_0 \cos \gamma/2, & \quad (x = \infty, \quad y > 0), \\ u = 0, \quad v = v_0 \cos \gamma/2, & \quad (x = \infty, \quad y < 0). \end{aligned}$$

Здесь σ_{ik} — компоненты тензора напряжений; u, v — компоненты вектора скорости смещения по оси x и y соответственно. В точке контакта предполагается существование интегрируемой особенности как для σ_{ik} , так и для u и v .

Чтобы получить выражения компонент тензора напряжений σ_{ik} и вектора скорости смещения u, v , воспользуемся скалярным ϕ и векторным ψ потенциалами. Эти потенциалы удовлетворяют уравнениям

$$(1.4) \quad \begin{aligned} \left(1 - \frac{\rho V^2}{K + \frac{4}{3}\mu}\right) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} &= 0, \\ \left(1 - \frac{\rho V^2}{\mu}\right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} &= 0, \end{aligned}$$

где K и μ — модули всестороннего сжатия и сдвига; ρ — плотность материала.

Из вида уравнений (1.4) следует, что картина соударения существенно зависит от величины скорости точки контакта V . Если последняя превышает

скорость продольных волн $c_1 = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}\mu}{\rho}}$, возникает ситуация,

которую естественно называть сверхзвуковым течением. В этом случае система уравнений (1.4) является гиперболической и допускает отыскание решений методом характеристик. Другой случай — межзвуковое движение возникает, когда скорость V меньше скорости продольных волн c_1 и больше скорости поперечных волн $c_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$. При этом условии первое уравнение (1.4) является эллиптическим, а второе — гиперболическим. Наконец, последний случай — дозвуковое движение осуществляется, если скорость точки контакта V меньше скорости поперечных волн c_2 . В этом режиме соударения система уравнений (1.4) является эллиптической.

2. Соударение пластин в дозвуковом режиме. Решение поставленной выше задачи в случае дозвукового соударения будем искать методом Фурье в сочетании с методом Винера-Хопфа. Обозначим через $f_1(k, y)$, $f_2(k, y)$ фурье-образы потенциалов φ и ψ соответственно, через σ_{22}^0 — напряжение, действующее на границе раздела материалов. Кроме того, введем обозначения

$$(2.1) \quad p(k) = \frac{V}{2\mu} \int_{-\infty}^0 \sigma_{22}^0(x) e^{ikx} dx;$$

$$(2.2) \quad b(k) = 2 \int_0^{\infty} v(x, 0) e^{ikx} dx;$$

$$\lambda_1 = \sqrt{1 - \frac{\rho V^2}{\mu}}; \quad \lambda_2 = \sqrt{1 - \frac{\rho V^2}{K + \frac{4}{3}\mu}}; \quad \delta = 1 - \frac{\rho V^2}{2\mu}.$$

Решая уравнения (1.4) с граничными условиями (1.2), получим для фурье-образов потенциалов выражения

$$(2.3) \quad \begin{aligned} f_1(k, y) &= -\frac{p(k)}{V k^2 I(k)} [\delta^3 \operatorname{sh}(k\lambda_1 h) \operatorname{sh}(k\lambda_2(h-y)) - \\ &\quad - \lambda_1 \lambda_2 \delta \operatorname{ch}(k\lambda_1 h) \operatorname{ch}(k\lambda_2(h-y)) + \lambda_1 \lambda_2 \delta \operatorname{ch}(k\lambda_2 y)]; \\ f_2(k, y) &= \frac{i p(k)}{\lambda_1 V k^2 I(k)} [1 - \lambda_1^2 \lambda_2^2 \operatorname{sh}(k\lambda_2 h) \operatorname{ch}(k\lambda_1(h-y)) + \\ &\quad + \delta^2 \lambda_1 \lambda_2 \operatorname{ch}(k\lambda_2 h) \operatorname{sh}(k\lambda_1(h-y)) + \delta^2 \lambda_1 \lambda_2 \operatorname{sh}(k\lambda_1 y)]; \\ I(k) &= (\delta^4 + \lambda_1^2 \lambda_2^2) \operatorname{sh}(k\lambda_1 h) \operatorname{sh}(k\lambda_2 h) + 2\delta^2 \lambda_1 \lambda_2 - \\ &\quad - 2\delta^2 \lambda_1 \lambda_2 \operatorname{ch}(k\lambda_1 h) \operatorname{ch}(k\lambda_2 h). \end{aligned}$$

Учитывая неразрывность напряжений и скоростей на границе раздела материалов, получим уравнение Винера-Хопфа

$$(2.4) \quad \begin{aligned} b(k) &= \frac{2i\lambda_2(\delta-1)p(k)}{I(k)} [\lambda_1 \lambda_2 \operatorname{sh}(k\lambda_2 h) \operatorname{ch}(k\lambda_1 h) - \\ &\quad - \delta^2 \operatorname{ch}(k\lambda_2 h) \operatorname{sh}(k\lambda_1 h)]. \end{aligned}$$

Обратимся теперь к исследованию аналитических свойств функций $p(k)$ и $b(k)$, определенных интегралами (2.1) и (2.2), с целью обосновать возможность решения уравнения (2.4) для двух неизвестных функций $p(k)$ и $b(k)$ методом Винера-Хопфа.

Из теории нестационарных упругих волн [4] известно, что нагрузка, движущаяся по поверхности упругой пластины, может излучать незатухающую упругую волну с фазовой скоростью, равной скорости нагрузки. При этом, если скорость нагрузки меньше скорости релеевских волн в материале, то групповая скорость излученной упругой волны будет больше фазовой, в противном случае — наоборот. В стационарной постановке задачи это означает, что в режиме, когда скорость точки контакта V меньше скорости релеевских волн c_R , далеко впереди точки контакта напряжения в полосе ограничены и имеют осциллирующий вид, в то же время далеко позади точки контакта напряжения затухают экспоненциально по мере удаления от начала координат, причем показатель экспоненты зависит от толщины пластины. В режиме, при котором $V > c_R$, ситуация меняется на обратную: позади точки контакта имеется незатухающая упругая волна, а впереди — напряжения экспоненциально затухают.

Из сказанного выше следует, что интеграл (2.1) в случае $V < c_R$ определяет функцию $p(k)$ в полуплоскости $\text{Im}(k) < \eta$, где $\eta > 0$, и зависит от скорости затухания напряжений на бесконечности. Интеграл (3.2) в свою очередь определяет функцию $b(k)$ в полуплоскости $\text{Im}(k) \geq 0$ за исключением нескольких точек на действительной оси. Следовательно, уравнение Винера-Хопфа (2.4) справедливо в некоторой полосе плоскости k . Несмотря на то, что эта полоса не охватывает полностью действительную ось комплексной плоскости k , уравнение (2.4) можно решить методом Винера-Хопфа, так как в случае мероморфных функций удастся исключить особые точки из желаемой полосы регулярности путем переопределения функций. В режиме соударения, когда $c_R < V < c_2$, обоснование возможности решения уравнения проводится аналогичным образом.

Обозначим теперь через z_m, z_j, k_n соответственно корни уравнений

$$(2.5) \quad A(k) = \lambda_1 \lambda_2 \text{sh}(k \lambda_2 h) \cdot \text{ch}(k \lambda_1 h) - \delta^2 \text{ch}(k \lambda_2 h) \text{sh}(k \lambda_1 h) = 0;$$

$$(2.6) \quad B(k) = \lambda_1 \lambda_2 \text{ch}(k \lambda_2 h) \text{sh}(k \lambda_1 h) - \delta^2 \text{sh}(k \lambda_2 h) \cdot \text{ch}(k \lambda_1 h) = 0;$$

$$(2.7) \quad I(k) = 4 \cdot A\left(\frac{k}{2}\right) \cdot B\left(\frac{k}{2}\right) = 0,$$

лежащие в верхней полуплоскости комплексной переменной k , не включающей действительной оси. Через z_0, z_n, k_0 обозначим корни соответствующих уравнений (2.5), (2.6), (2.7), лежащие на действительной оси. Тогда из уравнения (2.4), учитывая сказанное выше об особых точках на действительной оси, получим соотношения

$$(2.8) \quad p(k) \frac{\prod_{m=1}^{\infty} \left(1 - \frac{k}{z_m}\right) e^{\frac{k}{z_m}}}{\prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{k}{k_n}\right) e^{\frac{k}{k_n}}} = -b(k) \frac{\prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{k}{k_n}\right) e^{-\frac{k}{k_n}}}{\prod_{m=1}^{\infty} \left(1 + \frac{k}{z_m}\right) e^{-\frac{k}{z_m}}} \times \\ \times \frac{i h (\lambda_1^2 - \delta^2) k}{2(\delta - 1)} \left(1 - \frac{k^2}{k_0^2}\right) = p_1(k), \text{ если } \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\delta^2} > 1;$$

$$p(k) \frac{\left(1 - \frac{k^2}{k_0^2}\right) \prod_{m=1}^{\infty} \left(1 - \frac{k}{z_m}\right) e^{\frac{k}{z_m}}}{\left(1 - \frac{k^2}{k_0^2}\right) \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{k}{k_n}\right) e^{\frac{k}{k_n}}} = -b(k) \frac{\prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{k}{k_n}\right) e^{-\frac{k}{k_n}}}{\prod_{m=1}^{\infty} \left(1 + \frac{k}{z_m}\right) e^{-\frac{k}{z_m}}} \times \\ \times \frac{ih(\lambda_1^2 - \delta^2)k}{2(\delta - 1)} = p_1(k), \text{ если } \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\delta^2} < 1.$$

Здесь $p_1(k)$ — неизвестная целая функция; знак $\prod_{n=1}^{\infty}$ обозначает бесконечное

произведение, вычисленное по всем соответствующим корням z_m, k_n .

В силу предположения о существовании интегрируемой особенности в точке контакта функции $p(k)$ и $b(k)$ должны убывать к нулю при $|k| \rightarrow \infty$ в области их определения. В то же время отношение бесконечных произведений в (2.8) будет возрастать не быстрее экспоненты при больших $|k|$. Рассматривая асимптотику произведения функций $p(k)b(-k)$ в области их определения при $|k| \rightarrow \infty$, можно получить, что

$$(2.9) \quad p(k) \rightarrow (i-1) \frac{C_1 k_0}{V k} \sqrt{\frac{\lambda_1 \lambda_2 - \delta^2}{2h\lambda_2(\delta^2 - \lambda_1^2)}}, \\ b(k) \rightarrow (1+i) \frac{2(\delta-1)C_1 k_0}{h(\lambda_1^2 - \delta^2) V k} \sqrt{\frac{h\lambda_2(\delta^2 - \lambda_1^2)}{2(\lambda_1 \lambda_2 - \delta^2)}},$$

как это следует из (2.8). Тогда, воспользовавшись теоремой Лиувилля, можно доказать, что функция $p_1(k)$ имеет вид

$$(2.10) \quad p_1(k) = (C_1 k + C_2) e^{C_3 k} \text{ для } \lambda_1 \lambda_2 > \delta^2; \\ p_1(k) = C_4 e^{C_3 k} \text{ для } \lambda_1 \lambda_2 < \delta^2.$$

Чтобы определить постоянные C_3 и C_5 , надо исследовать асимптотику бесконечных произведений, входящих в выражение (2.8), а затем выбрать такие значения для C_3 и C_5 , чтобы асимптотика $p(k)$ не имела осциллирующих членов и убывала при $|k| \rightarrow \infty$. Значения постоянных C_2 и C_4 можно определить из условия, что скорости пластин далеко впереди точки контакта равны скоростям метания:

$$(2.11) \quad C_2 = C_4 = - \frac{v_0 \cos(\gamma/2) h (\lambda_1^2 - \delta^2)}{\delta - 1}.$$

Заметим, что, если интегралы (2.1) и (2.2) имеют асимптотический вид типа (2.9), то напряжения σ_{22}^0 вблизи точки контакта на продолжении разреза определяются соотношением

$$(2.12) \quad \sigma_{22}^0 = \frac{2i\mu C_1 k_0}{V \sqrt{-x}} \sqrt{\frac{\lambda_1 \lambda_2 - \delta^2}{\pi h \lambda_2 (\delta^2 - \lambda_1^2)}},$$

а упругие смещения берегов разреза вблизи начала координат равны

$$Y(x) = - \frac{2i(\delta-1)C_1 k_0}{hV(\lambda_1^2 - \delta^2)} \sqrt{\frac{h\lambda_2(\delta^2 - \lambda_1^2)}{\pi(\lambda_1 \lambda_2 - \delta^2)}} \sqrt{x}.$$

Пусть в некоторый момент времени к берегам разреза прикладываются равные по величине и противоположные по направлению напряжения

$$\sigma_{xx} = \frac{2i\mu C_1 k_0}{V \sqrt{\pi(\Delta l - x)}} \sqrt{\frac{\lambda_1 \lambda_2 - \delta^2}{h \lambda_2 (\delta^2 - \lambda_1^2)}},$$

действующие на конечном отрезке длиной Δl . В результате такой нагрузки берега разреза сходятся вместе и соединяются таким образом, словно точка контакта переместилась на расстояние Δl от своего прежнего положения. При этом приложенные нагрузки совершают работу, отличную от нуля и равную

$$(2.13) \quad A' = 2 \cdot \frac{1}{2} \int_0^{\Delta l} \frac{4(\delta - 1) C_1^2 k_0^2 \mu}{\pi h V^2 (\lambda_1^2 - \delta^2)} \sqrt{\frac{x}{\Delta l - x}} dx - \frac{\rho C_1^2 k_0^2 \Delta l}{h (\lambda_1^2 - \delta^2)}.$$

Таким образом показано, что решение уравнения (2.4), содержащее отличную от нуля постоянную C_1 , соответствует решению задачи о соударении упругих пластин с поглощением энергии, происходящим в точке контакта. В действительном процессе сварки взрывом таким «поглотителем энергии» могут служить небольшая пластическая зона, примыкающая к точке контакта, процессы, связанные с поверхностным трением и т. д. Для определения величины энергии U , которая теряется при сваривании единицы длины пластин, необходимы дополнительные исследования. После определения величины U постоянную C_1 можно вычислить с помощью соотношения

$$(2.14) \quad U = -\frac{\rho C_1^2 k_0^2}{h (\lambda_1^2 - \delta^2)}.$$

Подобный прием нахождения постоянной использовался в работе [7] для определения коэффициента интенсивности напряжений вблизи вершины стационарной трещины в бесконечном материале.

Пользоваться выражениями (2.8), содержащими бесконечные произведения, весьма затруднительно, однако трудности значительно уменьшаются, если считать отношение λ_1/λ_2 рациональным числом n/l , где n и l — произвольные положительные нечетные числа. Тогда корни уравнений (2.5)–(2.7) имеют периодическую структуру, и бесконечные произведения удастся представить гамма-функциями, а именно: если $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_{\frac{l+n-4}{2}}, \left(-\frac{\pi i}{2} + \beta\right)$ — корни уравнения $A\left(\frac{\eta_n}{\lambda_1 h}\right) = 0$, расположенные в полосе $0 > \text{Im } \eta \geq -\frac{\pi}{2}$, и β — действительное число, то выражения для $p(k)$ будут иметь вид

$$(2.15) \quad p(k) = \frac{\rho v_0 V^2 h \beta \cos(\gamma/2)}{\pi^{3/2} \mu} \sqrt{\frac{\lambda_1 \lambda_2 - \delta^2}{l (\delta^2 - \lambda_1^2)}} 2^{-\frac{ih(\lambda_1 + \lambda_2)}{\pi}} \cdot \Phi(k) \times \\ \times \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} - \frac{ik\lambda_1 h}{n\pi}\right)}{\Gamma\left(1 - \frac{ik\lambda_1 h}{n\pi}\right)} \prod_{j=1}^{\frac{l+n-4}{2}} \frac{\Gamma\left(\frac{i\eta_j}{\pi} - \frac{ik\lambda_1 h}{n\pi}\right) \Gamma\left(1 - \frac{i\eta_j}{\pi} - \frac{ik\lambda_1 h}{n\pi}\right)}{\Gamma\left(\frac{2i\eta_j}{\pi} - \frac{ik\lambda_1 h}{n\pi}\right) \Gamma\left(1 - \frac{2i\eta_j}{\pi} - \frac{ik\lambda_1 h}{n\pi}\right)};$$

если $\lambda_1 \lambda_2 < \delta^2$, то

$$\Phi(k) = \left(\frac{2C_1 \mu k}{\rho v_0 V^2 h \cos(\gamma/2)} - 1\right) e^{C_3 k} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} - \frac{i\beta}{\pi} - \frac{ik\lambda_1 h}{n\pi}\right)}{\Gamma\left(1 - \frac{2i\beta}{\pi} - \frac{ik\lambda_1 h}{n\pi}\right)} \times$$

$$\times \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} + \frac{i\beta}{\pi} - \frac{ik\lambda_1 h}{n\pi}\right)}{\Gamma\left(1 + \frac{2i\beta}{\pi} - \frac{ik\lambda_1 h}{n\pi}\right)};$$

если $\lambda_1 \lambda_2 < \delta^2$, то

$$\Phi(k) = \frac{\pi}{4i\beta} e^{C_3 k} \frac{\Gamma\left(-\frac{i\beta}{\pi} - \frac{ik\lambda_1 h}{n\pi}\right) \Gamma\left(\frac{i\beta}{\pi} - \frac{ik\lambda_1 h}{n\pi}\right)}{\Gamma\left(-\frac{2i\beta}{\pi} - \frac{ik\lambda_1 h}{n\pi}\right) \Gamma\left(\frac{2i\beta}{\pi} - \frac{ik\lambda_1 h}{n\pi}\right)}.$$

Исследуя асимптотическое поведение функций (2.1) при больших $|k|$, можно заметить, что функция $p(k)$ имеет асимптотику степенного вида только в том случае, если

$$C_3 = C_5 = \frac{i(\lambda_1 + \lambda_2) \ln 2}{\pi}.$$

Таким образом, мы не только привели формулы, определяющие $p(k)$, к более удобному виду, но и вычислили значения постоянных C_3 и C_5 .

3. Исследование решений в случае дозвукового соударения. Восстановление потенциалов φ , ψ из их фурье-образов (2.3) можно сделать только численным обращением преобразования Фурье. Однако качественная картина течения и анализ упругих напряжений в окрестности точки контакта могут быть получены непосредственно из формул (2.3) и (2.1).

Одно из наиболее существенных качественных отличий соударения пластин в упругой постановке от гидродинамической модели, приведенной в работе [1], заключается в том, что напряжения и смещения в упругой задаче имеют на бесконечности колебательный характер по оси x . Это связано с резонансным явлением, в котором нагрузка, движущаяся со скоростью V по поверхности упругой полосы толщиной h , порождает в данной пластине собственную упругую волну с фазовой скоростью, равной скорости нагрузки. Наличие упругих стоячих волн приводит к тому, что на некотором расстоянии от точки контакта появляются растягивающие напряжения. При сварке взрывом в том случае, когда величина разрывающих напряжений в лаве будет достаточно велика, может произойти разрыв сформировавшегося соединения. По-видимому, это явление можно связать с существованием «верхней границы» области сварки [9].

Обратимся теперь к исследованию поля упругих напряжений в окрестности точки контакта. Воспользовавшись соображением, что в задаче имеется только одна точка, где напряжения и скорости смещений могут иметь особенность, можно исследовать характер этой особенности, используя только высокочастотные гармоники преобразования Фурье. В результате для компонент тензора напряжений σ_{ij} , давления $p = -\frac{\sigma_{ii}}{3}$ и смещений берегов разреза $y(r)$ в окрестности точки контакта получим в полярных координатах следующие выражения:

$$\sigma_{11} = -\frac{2\mu a}{V} \operatorname{Re} \left\{ \frac{i\lambda_1 \lambda_2}{V \cos \varphi + i\lambda_1 \sin \varphi} - \frac{i\delta(2 - \delta + \lambda_2^2)}{V \cos \varphi + i\lambda_2 \sin \varphi} \right\};$$

$$\sigma_{22} = \frac{2\mu a}{V} \operatorname{Re} \left\{ \frac{i\lambda_1 \lambda_2}{V \cos \varphi + i\lambda_1 \sin \varphi} - \frac{i\delta^2}{V \cos \varphi + i\lambda_2 \sin \varphi} \right\};$$

$$\sigma_{12} = -\frac{2\mu a}{V} \operatorname{Im} \left\{ \frac{i\delta\lambda_2}{\sqrt{\cos\varphi + i\lambda_1 \sin\varphi}} - \frac{i\delta\lambda_2}{\sqrt{\cos\varphi + i\lambda_2 \sin\varphi}} \right\};$$

$$p = -\rho Va \left(1 - \frac{4}{3} \frac{c_2^2}{c_1^2} \right) \operatorname{Re} \frac{i}{\sqrt{\cos\varphi + i\lambda_2 \sin\varphi}};$$

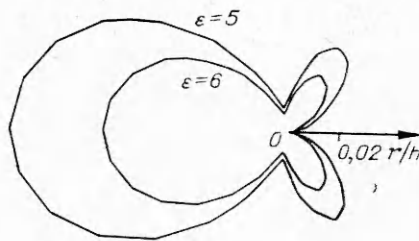
$$y(r) = \frac{\lambda_2(1-\delta)ra}{V};$$

$$a = \sqrt{\frac{\bar{U}}{\rho h}} \frac{\sqrt{h|\lambda_1\lambda_2 - \delta^2|}}{(\delta^2 - \lambda_1\lambda_2) \sqrt{\pi\lambda_2 r}}, \text{ если } \lambda_1\lambda_2 > \delta^2;$$

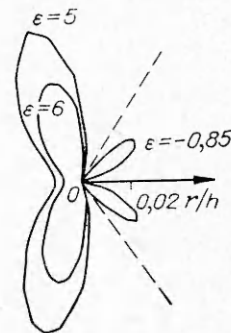
$$a = \frac{v_0 \cos(\gamma/2) \sqrt{h|\lambda_1\lambda_2 - \delta^2|}}{2(\delta^2 - \lambda_1\lambda_2) \sqrt{\pi\lambda_2 r}}, \text{ если } \lambda_1\lambda_2 < \delta^2.$$

Кривые постоянных безразмерных напряжений σ_{11} , σ_{22} , σ_{12} , давления p ($\varepsilon = \frac{\sigma_{ij}}{\sqrt{\frac{\rho V^2 \bar{U}}{h}}}$) приведены на фиг. 2—5 соответственно.

Заметим, что при скорости точки контакта, меньшей скорости релеевских волн в материале, смещение $y(r)$ отрицательно. Это означает, что берега разреза перекрываются между собой. Следовательно, точка

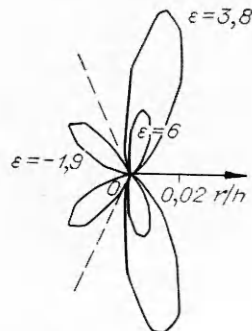


Ф и г. 2

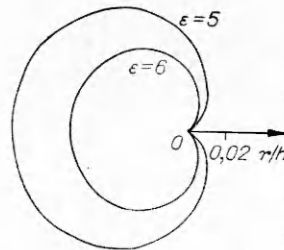


Ф и г. 3

контакта не может двигаться с постоянной скоростью, меньшей скорости релеевских волн. По-видимому, скорость точки контакта будет совершать некоторые колебания около среднего значения, равного V .



Ф и г. 4



Ф и г. 5

Количественное сравнение упругой модели с ее гидродинамическим аналогом [1] можно получить, сопоставив коэффициенты интенсивностей давлений:

$$\frac{p_{\text{гидр}}}{p_{\text{упр}}} = \frac{\sqrt{\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\delta^2} - 1}}{1 - \frac{4}{3} \frac{c_2^2}{c_1^2}}.$$

Автор благодарит А. А. Дерибаса, С. К. Годунова за руководство работой, Л. И. Слепяна за ценные советы и обсуждение.

Поступила 21 III 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Дерибас А. А. Физика упрочнения и сварки взрывом. Новосибирск, «Наука», 1972.
2. Лаврентьев М. А. Кумулятивный заряд и принципы его работы. УМН, 1957, т. 12, № 4.
3. Babul W., Włodarczyk E. On the conditions for the occurrence of the wave surface of metal bonding made by explosive technique. Proc. vibration problems, vol. 11, No 3, 1970.
4. Слепян Л. И. Нестационарные упругие волны. Л., «Судостроение», 1972.
5. Гольдштейн Р. В., Матчинский М. О стационарном движении трещины в полосе. МТТ, 1967, № 4.
6. Нобл Б. Метод Винера-Хопфа. М., ИЛ, 1962.
7. Irwin G. R. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. J. Appl. Mech., 1957, vol. 24, p. 361—364.
8. Гольдштейн Р. В. Стационарное движение трещины в полосе. МТТ, 1968, № 2.
9. Захаренко И. Д. Критические режимы при сварке взрывом. ФГВ, 1972, № 3.