

5. Huang N. C., Lee E. H. Thermomechanical coupling behavior of viscoelastic rods subjected to cyclic loading.— Trans. ASME, ser. E, 1967, vol. 34, N 1.
6. Гумениук Б. П., Карнаухов В. Г. О приближенном расчете критических тепловых состояний в связанных динамических задачах термовязкоупругости.— ДАН УССР, сер. A, 1977, № 10.

УДК 539.4 : 536.543 + 539.376

## МЕТОДИКА ОПИСАНИЯ ПОЛЗУЧЕСТИ И ДЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ ПРИ ЧИСТОМ РАСТЯЖЕНИИ

A. M. Локощенко, С. А. Шестериков

(Москва)

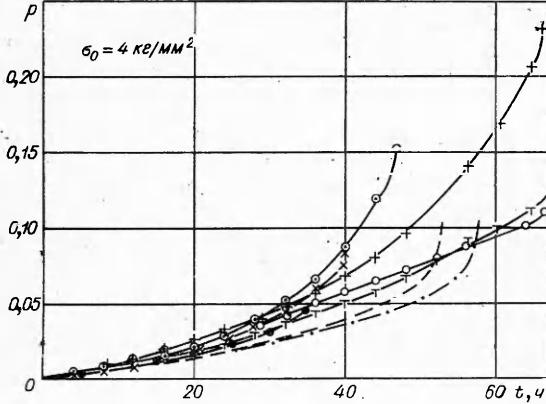
В настоящее время существует относительно небольшое количество надежных экспериментальных данных, характеризующих ползучесть металлов вплоть до разрушения в широком диапазоне напряжений. Это связано с тем, что испытания при малых напряжениях могут продолжаться десятки и сотни тысяч часов. Поэтому зачастую либо такие испытания не доводятся до разрушения (т. е. длительная прочность не рассматривается), либо они проводятся до разрушения без замера деформаций в процессе ползучести. Ограниченность и разнознность фактического материала приводят к тому, что вопрос о формулировке механического уравнения состояния и кинетических уравнений, позволяющих учсть процесс разрушения, во многом остается открытым.

В данной работе представлены результаты испытаний на ползучесть при чистом растяжении, проведенных в Институте механики МГУ, а также предлагается модель для описания одноосной ползучести материала вплоть до разрушения. Испытан 21 образец одной плавки нержавеющей стали X18H10T. Образцами служили трубки с внешним диаметром 12 мм, толщиной стенки 0,5 мм и рабочей длиной 70—100 мм. Температура во время испытаний была постоянной и равной 850°C. Эксперименты проводились при действии на образец постоянной растягивающей нагрузки. Осевые деформации определялись с помощью тензодатчиков, которые наклеены на упругие элементы, связанные с образцом и вынесенные из печи. На фиг. 1—4 сплошными линиями приведены кривые одноосной ползучести  $p(t)$  при начальных напряжениях  $\sigma_0$ , равных соответственно 4; 5; 6 и 8 кг/мм<sup>2</sup>. Средние для каждого напряжения  $\sigma_0$  значения времени разрушения  $t^*$  и соответствующей этому времени деформации  $p^*$  приведены в табл. 1. Если принять, что зависимость скорости  $p$  установившейся ползучести от напряжения  $\sigma$  выражается степенной функцией  $\dot{p} = A\sigma^n$  с константами материала  $A$  и  $n$ , и определить эти константы методом наименьших квадратов, то получим для них следующие значения:  $n = 3,2$ ,  $A = 10^{-5}$  (кг/мм<sup>2</sup>)<sup>-3,2</sup> ч<sup>-1</sup>.

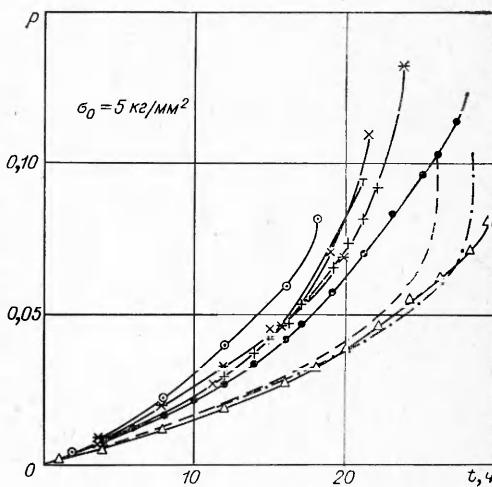
Следуя [1], будем описывать процесс разрушения при ползучести введением параметра  $\omega(t)$ , характеризующего степень поврежденности материала. Как обычно, принимается  $\omega(0) = 0$  и  $\omega(t^*) = 1$ . Соотношения одноосной ползучести для материала с упрочнением выберем в виде

$$(1) \quad \begin{aligned} \dot{p} &= A [\sigma / (1 - \omega^{r_1})]^n (1 + Cp^{-\alpha}), \quad p(0) = 0, \\ \dot{\omega} &= B [\sigma / (1 - \omega^{r_2})]^k, \quad \omega(0) = 0. \end{aligned}$$

Константы материала  $C$  и  $\alpha$  характеризуют неустановившуюся стадию,  $A$  и  $n$  — установившуюся стадию процесса ползучести, остальные посто-



Фиг. 1



Фиг. 2

яные описывают процесс нарастания поврежденности в материале и переход к разрушению. Величины  $A$  и  $n$  определяются из условия, что скорость ползучести  $\dot{p}$  на установившейся стадии подчиняется степенной зависимости от напряжения  $\dot{p} = A\sigma^n$  с использованием метода наименьших квадратов в двойных логарифмических осях  $\lg\sigma$ ,  $\lg p$ . После этого  $C$  и  $\alpha$  вычисляются аналогично по участкам неустановившейся ползучести, уравнения которых, согласно (1), имеют вид

$$\dot{p}(t) = [AC(\alpha + 1)\sigma^n t]^{\frac{1}{(\alpha+1)}}.$$

В случае отсутствия упрочнения получаем  $C = 0$ . При описании испытаний на ползучесть, проводимых при постоянных нагрузках, введем гипотезу о равномерном распределении деформаций по длине образца; при малых деформациях будем иметь

$$(2) \quad \sigma(t) = \sigma_0(1 + p(t)).$$

Соотношения (1) с учетом (2) для материала без упрочнения принимают следующий вид:

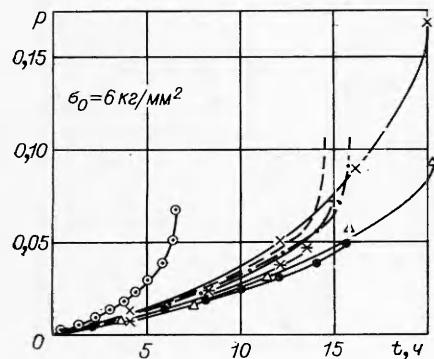
$$(3) \quad \begin{aligned} \dot{p} &= A [(1 + p)\sigma_0 / (1 - \omega^{r_1})]^n, \quad p(0) = 0, \\ \dot{\omega} &= B [(1 + p)\sigma_0 / (1 - \omega^{r_2})]^k, \quad \omega(0) = 0. \end{aligned}$$

Константы  $A$  и  $n$ , как сказано выше, определяются из данных установившейся ползучести, остальные константы ( $B$ ,  $k$ ,  $r_1$  и  $r_2$ ) остаются пока свободными параметрами. Для простоты примем  $r_1 = r_2 = r$ . В исследованном диапазоне напряжений ( $\sigma_0 = 4-8 \text{ кг}/\text{мм}^2$ )

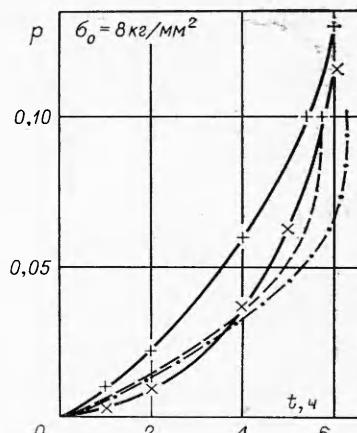
Таблица 1

$\sigma_0, \text{ кг}/\text{мм}^2$	$t^*, \text{ ч}$	$p^*$	$t_1^*, \text{ ч}$	$t_2^*, \text{ ч}$
4	54,0	0,126	53,0	58,0
5	23,5	0,100	26,0	28,0
6	15,5	0,082	14,5	16,0
8	6,0	0,124	5,8	6,3

скорость установившейся ползучести  $\dot{p}$  изменяется на порядок, а деформация  $p^*$  в момент разрушения меняется незначительно, причем немонотонно (см. табл. 1). В связи с этим можно принять, что  $p^*(\sigma_0) = \text{const}$ . Если предположить  $k = n$ , то это условие выполняется. При этом интегрирование системы (3) приводит к тому, что зависимости  $p(t)$  и  $\omega(t)$



Фиг. 3



Фиг. 4

пропорциональны:

$$(4) \quad p(t) = (A/B)\omega(t), \quad p^* = p(t^*) = A/B.$$

О средняя значения  $p^*$  по всем испытаниям (для 21 образца), получаем следующую характеристику материала:  $p^* = 0,1$ . Из (4) следует, что коэффициент  $B$  равен  $0,95 \cdot 10^{-4}$  ч<sup>-1</sup> (кг/мм<sup>2</sup>)<sup>-3,2</sup>. Параметр  $r$  определяется из условия соответствия экспериментальных и теоретических значений времен разрушения  $t^*$ . Из (3) следует

$$B\sigma_0^n t^* = I(r) = \int_0^1 [(1 - \omega^r)/(1 + A\omega/B)]^n d\omega.$$

Среднее значение функции  $I(r)$  равно 0,423. Строим функцию  $I(r)$  и находим, что  $r = 2,1$ . Кривые ползучести (штриховые линии на фиг. 1—4), соответствующие растяжению образца постоянной силой, определяются уравнением

$$(5) \quad t = (A\sigma_0^n)^{-1} \int_0^p [1 - (Bp/A)^r]^n (1 + p)^{-n} dp.$$

Значения времен разрушения  $t_1^*$ , вычисленные по (5), указаны в табл. 1.

В случае растяжения образцов при постоянных напряжениях вместо (3) имеем

$$(6) \quad \dot{p} = A [\sigma_0/(1 - \omega^r)]^n, \quad \dot{\omega} = B [\sigma_0/(1 - \omega^r)]^n, \quad p(t) = (A/B)\omega(t).$$

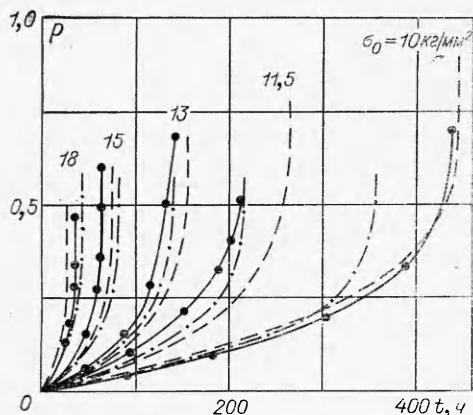
Время разрушения  $t_2^*$  в этих условиях определяется с помощью интегрирования

$$(7) \quad t_2^* = (B\sigma_0^n)^{-1} \int_0^1 (1 - \omega^r)^n d\omega,$$

а кривые ползучести — из интеграла

$$(8) \quad t = (A\sigma_0^n)^{-1} \int_0^p [1 - (Bp/A)^r]^n dp.$$

Кривые (8) нанесены на фиг. 1—4 штрихпунктирными линиями. Значения  $t_2^*$ , вычисленные для различных напряжений с помощью (7), приведены



Ф и г. 5

На фиг. 5 сплошными линиями нанесены кривые ползучести, соответствующие одной температуре ( $500^{\circ}\text{C}$ ) и пяти различным напряжениям  $\sigma_0$  ( $10; 11.5; 13; 15$  и  $18 \text{ кг}/\text{мм}^2$ ). В [4] предлагается энергетический вариант теории ползучести и длительной прочности, согласно которому кривая ползучести материала без упрочнения имеет вид

$$(9) \quad t = \frac{\sigma_0^{(m+1)}}{K e^{\beta \sigma_0} (m+1)} \left[ \left( \frac{A^*}{\sigma_0} \right)^{(m+1)} - \left( \frac{A^*}{\sigma_0} - p \right)^{(m+1)} \right],$$

где  $m$ ,  $K$ ,  $\beta$  и  $A^*$  — константы материала при данной температуре. В [4] приведены значения этих величин при  $T = 500^{\circ}\text{C}$ :  $m = 3$ ,  $K = 0.111$  ( $\text{кг}/\text{мм}^2$ ) $^4 \text{ч}^{-1}$ ,  $\beta = 0.35$  ( $\text{кг}/\text{мм}^2$ ) $^{-1}$ ,  $A^* = 9 \text{ кг}/\text{мм}^2$ . Теоретические кривые ползучести (9) при этих значениях констант нанесены на фиг. 5 штриховыми линиями.

Экспериментальные данные [2, 3] по ползучести при постоянных напряжениях вплоть до разрушения были обработаны также с помощью модели (6). Входящие в (6) константы, характеризующие поведение титанового сплава ОТ-4 при  $T = 500^{\circ}\text{C}$  и  $\sigma_0 = 10-18 \text{ кг}/\text{мм}^2$ , таковы:  $n = 3, 59$ ,  $A = 1.29 \cdot 10^{-7}$  ( $\text{кг}/\text{мм}^2$ ) $^{-3.59} \text{ ч}^{-1}$ ,  $B = 2.21 \cdot 10^{-7}$  ( $\text{кг}/\text{мм}^2$ ) $^{-3.59} \text{ ч}^{-1}$ ,  $r = 1.365$ . Теоретические кривые ползучести (8), соответствующие модели (6), нанесены на фиг. 5 штрихпунктирными линиями.

Т а б л и ц а 2

	$\sigma_0, \text{ кг}/\text{мм}^2$	10	11.5	13	15	18
$g=1$	$t^*, \text{ ч}$	444	211	141	65	38
	$p^*$	0,71	0,51	0,69	0,60	0,47
$g=2$	$t^*, \text{ ч}$	445	265	155	78	26
	$p^*$	0,90	0,78	0,69	0,60	0,50
$g=3$	$t^*, \text{ ч}$	356	216	139	83	43
	$p^*$	0,58	0,58	0,58	0,58	0,58

в табл. 1. Изменение времени разрушения, вызванное уменьшением площади поперечного сечения образцов вследствие ползучести материала, составляет в среднем 9%. Очевидно, что учет переменности напряжений в рассматриваемом случае не имеет принципиального значения, а в количественном отношении практически укладывается в полосу разброса экспериментальных данных.

В [2, 3] приведены результаты экспериментального исследования ползучести и длительной прочности титанового сплава ОТ-4 при постоянных напряжениях в интервале температур  $400-500^{\circ}\text{C}$ .

В табл. 2 приведены значения времен разрушения  $t^*$  и соответствующей деформации  $p^*$  при всех рассматриваемых напряжениях. При  $g = 1$  указаны значения  $t^*$  и  $p^*$ , полученные в экспериментах [2, 3]. При  $g = 2$  приведены значения  $t^*$  и  $p^*$ , соответствующие последней точке кривой (9). При  $g = 3$  указаны значения  $t^*$ , вычисленные с помощью (7), и значения  $p^* = A/B$ . Из графиков следует, что каждая из двух рассмотренных теоретических моделей достаточно хорошо описывает экспериментальные данные [2, 3].

*Поступила 12 VI 1979*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Работников Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М., Наука, 1966.
2. Сосин О. В., Торшунов Н. Г. О ползучести и разрушении титанового сплава ОТ-4 при постоянной температуре. — Проблемы прочности, 1970, № 5.
3. Сосин О. В., Торшунов Н. Г. О ползучести и разрушении титанового сплава ОТ-4 в интервале температур 400—500°С. — Проблемы прочности, 1972, № 7.
4. Сосин О. В. Энергетический вариант теории ползучести и длительной прочности. Сообщение I. — Проблемы прочности, 1973, № 5.

УДК 539.374

#### ИНВАРИАНТНЫЕ РЕШЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ЗАДАЧИ ИДЕАЛЬНОЙ ПЛАСТИЧНОСТИ

*С. И. Сенашов*

(Красноярск)

1. Состояние трехмерного течения несжимаемой пластической среды может быть описано с помощью следующей системы уравнений [1]:

$$(1.1) \quad p_{,1} = \frac{\sqrt{2} k_s u_{i,jj}}{2A} - \frac{\sqrt{2} k_s}{A^3} e_{ij} e_{mn} u_{mj,n},$$

$$u_{i,i} = 0, \quad A^2 = e_{ij} e_{ij}, \quad 2e_{ij} = u_{i,j} + u_{j,i} \quad (i, j, m, n = 1, 2, 3),$$

где  $x_1, x_2, x_3$  — прямоугольная система координат;  $(u_1, u_2, u_3)$  — вектор скорости;  $p$  — гидростатическое давление;  $k_s$  — предел текучести.

По повторяющимся индексам предполагается суммирование, индекс после занятой обозначает дифференцирование по пространственной переменной с этим индексом. В настоящее время известно немного точных решений этой системы [2]. Здесь не рассматриваются осесимметричные решения, им посвящены работы [3—7].

Используем методы работы [8] для отыскания частных решений системы (1.1). Группа непрерывных преобразований, допускаемая системой (1.1), порождается следующими операторами:

$$\begin{aligned} X_i &= \partial/\partial x_i, \quad Y_i = \partial/\partial u_i, \quad M = x_i \partial/\partial x_i, \quad N = u_i \partial/\partial u_i, \\ Z_1 &= x_2 \partial/\partial x_3 - x_3 \partial/\partial x_2 + u_2 \partial/\partial u_3 - u_3 \partial/\partial u_2, \\ T_1 &= x_2 \partial/\partial u_3 - x_3 \partial/\partial u_2, \quad S = \partial/\partial p. \end{aligned}$$

Еще четыре оператора  $Z_2, Z_3$  и  $T_2, T_3$  получаются из  $Z_1, T_1$  круговой перестановкой индексов.

Группа  $G_{15}$  является неразрешимой, оператор  $S$  порождает центр этой группы. Построим оптимальные системы первого, второго и третьего