

УДК 536.25

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ЛАМИНАРНОЙ СМЕШАННОЙ КОНВЕКТИВНОЙ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ В ПОТОКЕ НАНОЖИДКОСТИ $\text{Al}_2\text{O}_3\text{--H}_2\text{O}$ В КАНАЛЕ С КВАДРАТНЫМ ПОПЕРЕЧНЫМ СЕЧЕНИЕМ

И. Рахмун, С. Бугул

Университет Батны 1, 05000 Батна, Алжир

E-mails: imene.rahmoune@univ-batna.dz, saadi.bougoul@univ-batna.dz

С использованием однофазной модели исследуется течение наножидкости $\text{Al}_2\text{O}_3\text{--H}_2\text{O}$ в канале с квадратным поперечным сечением при наличии постоянного потока тепла. При выбранных значениях числа Рейнольдса и модифицированного числа Ричардсона течение является ламинарным. При изучении смешанной конвекции рассматривается ламинарное течение. В приближении Буссинеска с использованием метода конечных объемов и пакета программ CFD-Fluent определены динамические и тепловые характеристики течения. Анализ течения выполнен для чисел Рейнольдса, изменяющихся в диапазоне от 100 до 1000, и модифицированных чисел Ричардсона, равных 0,1 и 0,5. Установлено, что в любом поперечном сечении канала под действием гравитационных сил образуются две термоконвективные ячейки и формируются асимметричные поля температуры и скорости. Проанализировано влияние объемной доли наночастиц, числа Рейнольдса и модифицированного числа Ричардсона на структуру течения, число Нуссельта и перепад давления. Показано, что в случае наножидкости число Нуссельта и скорость теплообмена увеличиваются. Предложена аппроксимация зависимости числа Нуссельта от объемной доли наночастиц, которая может быть использована для определения характеристик теплообмена.

Ключевые слова: наножидкость, частицы Al_2O_3 , смешанная конвекция, ламинарное течение, канал, пакет программ CFD.

DOI: 10.15372/PMTF20210605

Введение. Теплообмен, обусловленный наличием смешанной конвекции, экспериментально и численно исследовался во многих работах. Это явление используется в различных промышленных установках (теплообменники, устройства для охлаждения электронных приборов и т. п.).

Применение наножидкостей для увеличения скорости теплообмена путем увеличения теплопроводности является более эффективным, чем применение жидкостей без наночастиц, таких как вода, масло и др.

В работе [1] впервые отмечено, что теплопроводность жидкости при наличии в ней наночастиц в виде суспензии больше теплопроводности жидкостей без наночастиц. В [2] показано, что теплопроводность можно увеличить, вводя в основную жидкость твердые частицы с различной объемной долей. Диаметр этих частиц может быть очень малым (менее 100 нм). Такие частицы называются наночастицами. Наличие в жидкости наночастиц

с объемной долей в диапазоне от 1 до 5 % приводит к увеличению ее теплопроводности на 20 % [3]. Проведен ряд экспериментальных и численных исследований характеристик ламинарных и турбулентных течений, а также теплопроводности наножидкостей. Показано, что теплопроводность наножидкости зависит от объемной доли наночастиц и числа Рейнольдса. В работе [4] экспериментально исследовано влияние наножидкости, содержащей частицы Al_2O_3 , на теплопроводность, трение и потерю энергии в противоточных теплообменниках. Установлено, что при наличии в основной жидкости наночастиц с объемной долей, равной 2 %, теплопроводность увеличивается на 11 %. Поскольку проведение экспериментальных исследований существенно затруднено, были выполнены численные исследования теплопроводности в наножидкостях, используемых в промышленных системах. В работе [5] с использованием однофазной модели изучена вынужденная конвекция в потоке наножидкостей $\text{Al}_2\text{O}_3\text{--H}_2\text{O}$ и $\text{TiO}_2\text{--H}_2\text{O}$ в горизонтальной трубе, стенка которой имеет определенную температуру. При изучении течения в трубе в условиях смешанной конвекции обнаружено, что в поперечных сечениях трубы под действием сил гравитации образуются спиральные вихри, сопровождающие вторичное течение.

Целью данной работы является численное моделирование потока, возникающего в результате смешанной ламинарной трехмерной конвекции в горизонтальном канале с квадратным поперечным сечением. В центральной части канала на его стенку действует постоянный поток тепла. Исследуется влияние объемной доли наночастиц, числа Рейнольдса и модифицированного числа Ричардсона на теплообмен в потоке в канале с квадратным поперечным сечением.

1. Физическая модель и постановка задачи. С использованием однофазной модели исследуется течение жидкости $\text{Al}_2\text{O}_3\text{--H}_2\text{O}$ в канале с квадратным поперечным сечением. Объемная доля наночастиц составляет 1, 2, 3, 4 %. Рассматривается трехмерная ламинарная смешанная конвекция. Канал состоит из трех зон. Центральная зона, длина которой равна 1 м, нагревается постоянным тепловым потоком. Две другие зоны, примыкающие к центральной, являются адиабатическими. В этих двух зонах формируется ламинарный поток. В отличие от канала с круглым поперечным сечением, в котором происходит интенсивный теплообмен между жидкостью и стенкой канала, в канале с некруглым поперечным сечением наличие острых углов приводит к уменьшению скорости теплообмена. В данной работе исследуется течение жидкости в канале с квадратным поперечным сечением размером 1×1 см (рис. 1).

Предполагается, что наночастицы и жидкость находятся в тепловом равновесии и их скорости одинаковы. На входе в канал жидкость имеет равномерно распределенные

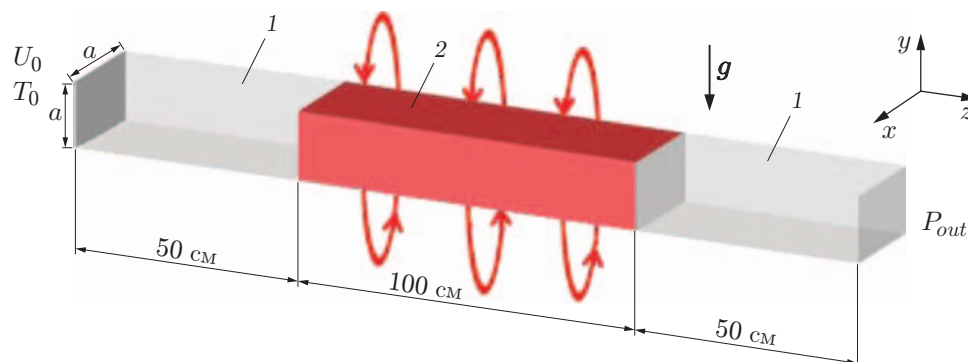


Рис. 1. Геометрия канала и краевые условия:

1 — адиабатические зоны, 2 — зона, в которой происходит теплообмен

осевую скорость и температуру. Число Рейнольдса изменяется в диапазоне от 500 до 1000, а модифицированное число Ричардсона принимает значения 0,1 и 0,5.

Предполагается также, что вода и наножидкость являются несжимаемыми ньютоновскими, их характеристики не зависят от температуры, за исключением плотности в выражении для сил гравитации, для которой принимается приближение Буссинеска. Физические свойства наножидкости определяются с использованием известных соотношений. Течение полагается стационарным, вязкой диссипацией и излучением пренебрегается. В приближении Буссинеска зависимость плотности от температуры принимается в виде

$$\rho = \rho_0[1 - \beta(T - T_0)],$$

где ρ_0 — плотность при температуре T_0 ; β — коэффициент температурного расширения при постоянном давлении. С учетом принятых предположений течение удовлетворяет законам сохранения массы, количества движения и энергии.

Ставятся следующие краевые условия (см. рис. 1). На входе в канал задается скорость U_0 , соответствующая числу Рейнольдса для рассматриваемой жидкости и гидравлическому диаметру канала. Температура полагается постоянной и равной 293 К. На стенках канала ставятся условия неприлипания.

На входе в канал и выходе из него (в адиабатических зонах) поток тепла равен нулю, в центральной зоне задается постоянный поток тепла, величина которого вычисляется с учетом модифицированного числа Ричардсона. На выходе из канала задается давление P_{out} .

В случае однофазной модели свойства наножидкости определяются в соответствии с формулами, полученными для смеси жидкости и твердых частиц. Ниже для величин, характеризующих физические свойства наножидкости, приводятся известные выражения.

В данной работе для определения теплопроводности наножидкости K_{nf} используется формула Максвелла [2]

$$K_{nf} = \frac{K_s + 2K_f - 2\varphi(K_f - K_s)}{K_s + 2K_f + \varphi(K_f - K_s)} K_f,$$

где K_{nf} , K_f , K_s — теплопроводность наножидкости, основной жидкости и наночастиц соответственно, Вт/(м·К); φ — объемная доля наночастиц. Для определения динамической вязкости используется модель Бринкмана [6]

$$\mu_{nf} = \mu_f(1 - \varphi)^{-2,5}.$$

Это соотношение применимо, если объемная доля не превышает 4 %. Зависимость плотности наножидкости, рассматриваемой как однородная жидкость, выражается соотношением [7]

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_s.$$

Для определения удельной теплоемкости принимается соотношение [8]

$$(\rho c p)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho c p)_f + \varphi(\rho c p)_s,$$

для определения коэффициента теплового расширения — соотношение [7]

$$(\rho\beta)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho\beta)_f + \varphi(\rho\beta)_s.$$

Скорость наножидкости на входе в канал вычисляется с использованием безразмерного числа Рейнольдса

$$\text{Re}_{nf} = \rho_{nf} U_{nf} D_H / \mu_{nf}$$

(U_{nf} — средняя скорость наножидкости; D_H — гидравлический диаметр).

Модифицированное число Грасгофа определяется выражением $Gr_{nf}^* = g\beta_{nf}q''D_H^4/(\nu_{nf}^2K_{nf})$, полученным из выражений для числа Грасгофа $Gr = g\beta_{nf}\Delta TD_h^3/\nu_{nf}^2$ и для потока тепла q'' . Заметим, что выражение для модифицированного числа Грасгофа можно записать в виде $Gr_{nf}^* = GrNu$, где Nu — число Нуссельта. Модифицированное число Грасгофа введено в работе [9].

Модифицированное число Ричардсона Ri^* определяется соотношением $Ri^* = Gr_{nf}^*/Re_{nf}^2$.

Согласно результатам исследований потоков рассматриваемого типа, для того чтобы имела место смешанная конвекция, значения модифицированного числа Ричардсона должны варьироваться в диапазоне от 0,1 до 10,0.

Для вычисления коэффициента конвективного теплообмена используется выражение

$$\bar{h}_{nf} = q''/(T_w - T_m),$$

где q'' — поток тепла, вычисленный с учетом выбранного модифицированного числа Ричардсона; T_w — температура стенки канала; T_m — средняя объемная температура жидкости.

При $Ri^* = 0,1$, $\varphi = 2\%$, $Re_{nf} = 500$ поток тепла приблизительно равен 694 Вт/м^2 .

Среднее число Нуссельта вычисляется с использованием коэффициента конвективного обмена:

$$\overline{Nu}_{nf} = \bar{h}_{nf}D_H/K_f.$$

Перепад давления определяется следующим образом:

$$\Delta P = 32\mu_{nf}LU_{nf}/D_H^2.$$

2. Численный анализ. Для решения дифференциальных уравнений методом конечных объемов использован пакет программ Fluent-CFD. Для дискретизации конвективных и диффузионных членов применялась схема против потока второго порядка. В однофазной модели для определения давления использовался полунявный метод (SIMPLE), для решения связанной нелинейной системы дифференциальных уравнений — итерационная процедура метода нижней релаксации. Устойчивость численного алгоритма обеспечивалась за счет введения вязких членов, а сходимость процесса определялась по невязке решения и характеру изменения искомых функций. Критерием сходимости являлась величина невязки: для уравнения энергии невязка должна быть менее 10^{-6} , для остальных уравнений — менее 10^{-4} . В расчетах использовалась неоднородная расчетная сетка, более мелкая вблизи стенок канала и более крупная по мере приближения к центру канала. Применение такой сетки позволяет более точно определить искомые величины в пограничном слое и уменьшить время вычислений. В результате тестовых расчетов была выбрана сетка размером $24 \times 24 \times 400$.

3. Результаты численного решения и их обсуждение. Вычисления проводились при различной объемной доле наночастиц ($\varphi = 1, 2, 3, 4\%$). Число Рейнольдса Re изменялось в диапазоне от 500 до 1000, модифицированное число Ri^* полагалось равным 0,1 и 0,5.

На рис. 2 приведены линии тока в различных поперечных сечениях в центральной нагреваемой зоне канала. Видны две вращающиеся в противоположных направлениях петли, наличие которых обусловлено действием сил Архимеда.

На рис. 3 представлено распределение температуры в различных поперечных сечениях в центральной нагреваемой зоне канала. В верхней части поперечного сечения наблюдается стратифицированное поле температуры, в нижней части — практически постоянное. Это позволяет сделать вывод, что теплообмен в поперечном сечении не является однородным. В нижней части поперечного сечения теплообмен происходит более интенсивно,

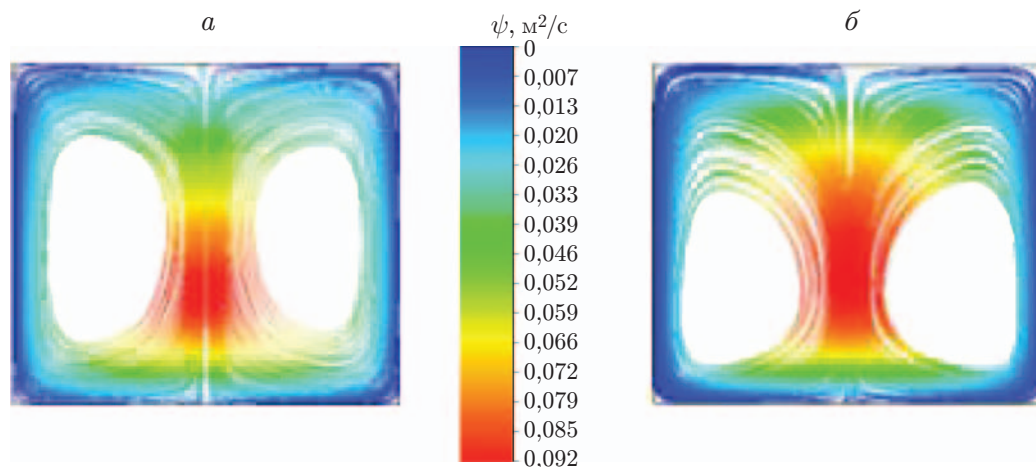


Рис. 2. Изолинии функции тока ψ в различных поперечных сечениях в центральной нагреваемой зоне канала ($Re = 500$, $\varphi = 2\%$, $Ri^* = 0,5$):

a — $z = 0,7$ м, b — $z = 1,5$ м

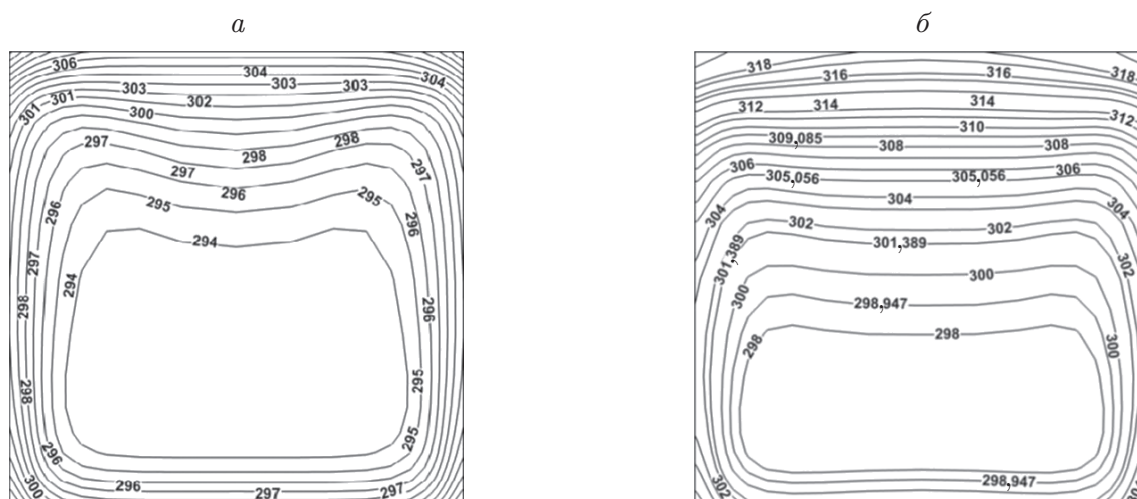


Рис. 3. Распределение температуры (в кельвинах) в различных поперечных сечениях в центральной нагреваемой зоне канала ($Re = 500$, $\varphi = 2\%$, $Ri^* = 0,5$):

a — $z = 0,7$ м, b — $z = 1,5$ м

в верхней части он менее интенсивен, поскольку происходит в основном за счет проводимости. Эти результаты согласуются с результатами, полученными в работе [10]. При изменении числа Рейнольдса скорость и температура изменяются несущественно.

На рис. 4 представлено распределение скорости потока в различных поперечных сечениях в нагреваемой центральной зоне канала. Максимальная скорость имеет место в центре канала. По мере приближения к стенкам канала скорость уменьшается, что обусловлено большей вязкостью жидкости вблизи стенок канала. В нагреваемой зоне канала в поперечных сечениях температура зависит от параметров смешанной конвекции, при наличии которой возникают вторичные течения, способствующие охлаждению нижней поверхности канала. Переменная z определяет положение рассматриваемого сечения и изменяется от значения $z = 0,5$ м на входе в нагреваемую зону канала до значения $z = 1,5$ м на выходе из нее. Для того чтобы оценить эффективность теплообмена в потоке, нужно исследовать

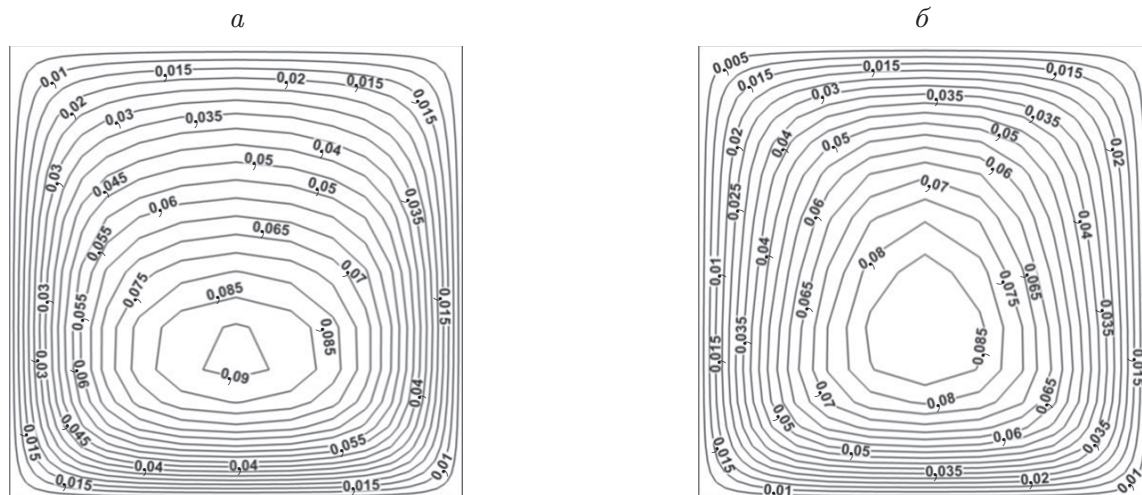


Рис. 4. Распределение скорости потока (в метрах в секунду) в различных поперечных сечениях в нагреваемой центральной зоне канала ($Re = 500$, $\varphi = 2\%$, $Ri^* = 0,5$):

a — $z = 0,7$ м, b — $z = 1,5$ м

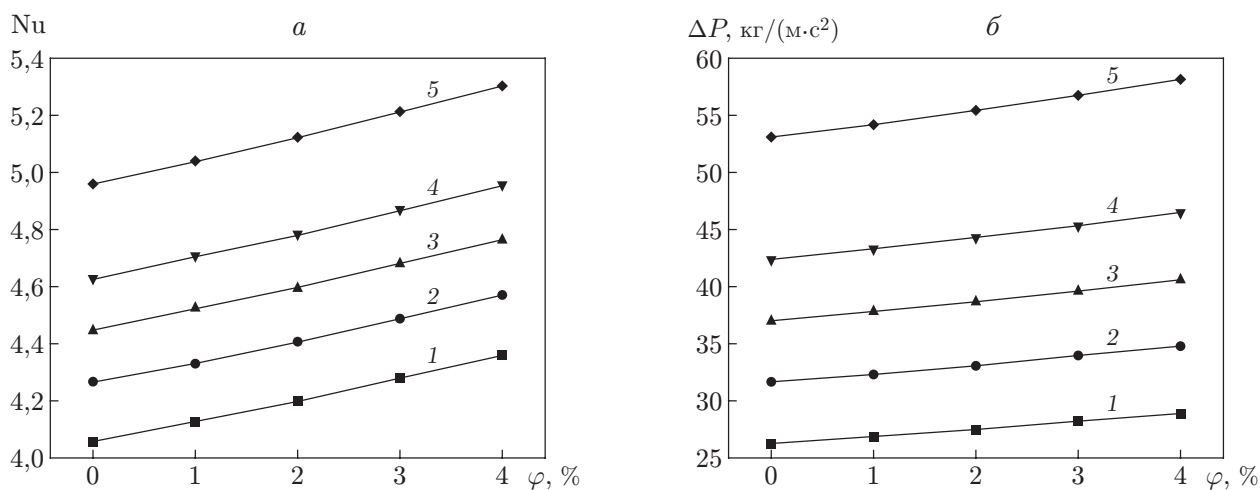


Рис. 5. Зависимости числа Нуссельта (a) и перепада давления (b) от объемной доли наночастиц Al_2O_3 при $Ri^* = 0,1$ и различных значениях числа Рейнольдса:

1 — $Re = 500$, 2 — $Re = 600$, 3 — $Re = 700$, 4 — $Re = 800$, 5 — $Re = 1000$

зависимость числа Нуссельта от указанных выше параметров. Число Нуссельта является безразмерным параметром, характеризующим конвективный перенос тепла и позволяющим определить тепловые характеристики течения наножидкости в канале с квадратным поперечным сечением. Эти характеристики существенно зависят от числа Рейнольдса и объемной доли наночастиц. На рис. 5 показаны зависимости числа Нуссельта и перепада давления от объемной доли наночастиц Al_2O_3 при $Ri^* = 0,1$ и различных значениях числа Рейнольдса. Из приведенных зависимостей следует, что с увеличением числа Рейнольдса и объемной доли наночастиц число Нуссельта увеличивается. Таким образом, при наличии наночастиц в основной жидкости скорость теплообмена увеличивается. При принятых краевых условиях, числе Рейнольдса $Re = 1000$ и $\varphi = 4\%$ число Нуссельта для наножидкости на 8 % больше, чем для основной жидкости, т. е. при такой доле частиц теплообмен

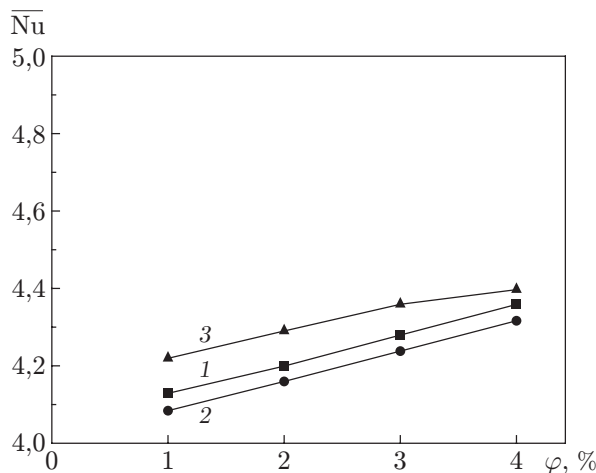


Рис. 6. Зависимость среднего числа Нуссельта от объемной доли наночастиц при $Re = 500$ и различных значениях модифицированного числа Ричардсона:

1, 2 — результаты численных расчетов (1 — $Ri^* = 0,1$, 2 — $Ri^* = 0,5$),
3 — результаты расчета по формуле $\overline{Nu} = 1,684 Re^{0,17} \varphi^{0,03}$

эффективен. Влияние числа Нуссельта на скорость теплообмена является существенным при больших числах Рейнольдса.

На рис. 5,6 приведена зависимость перепада давления от числа Рейнольдса при различных значениях объемной доли наночастиц Al_2O_3 . Следует отметить, что при фиксированном числе Рейнольдса увеличение перепада давления в выбранном интервале изменения объемной доли наночастиц не существенно. Изменение перепада давления при изменении объемной доли φ обусловлено тем, что при добавлении наночастиц в основную жидкость увеличивается вязкость наножидкости. С учетом полученных результатов предложена аппроксимация зависимости среднего числа Нуссельта от числа Рейнольдса и объемной доли наночастиц Al_2O_3

$$\overline{Nu} = 1,684 Re^{0,17} \varphi^{0,03}.$$

Эта зависимость справедлива в выбранном диапазоне значений объемной доли наночастиц ($\varphi = 1 \div 4$ %). Погрешность данной аппроксимации для чисел Рейнольдса, не превышающих 700, невелика. При числе Рейнольдса, равном 500, и модифицированном числе Ричардсона, равном 0,1, относительная погрешность вычисления зависимости числа Нуссельта от объемной доли наночастиц находится в интервале $0,9 \div 2,5$ %. Зависимость $Nu(\varphi)$ приведена на рис. 6.

Для основной жидкости можно использовать предложенную в работе [11] зависимость

$$Nu = 3,66 + \frac{0,0668(D/L) Re Pr}{1 + 0,04[(D/L) Re Pr]^{2/3}},$$

где D — длина стороны поперечного сечения канала; L — длина нагреваемой зоны канала.

При $Re = 500$ относительная погрешность вычисления данной зависимости составляет 9,64 %, а при $Re = 1000$ уменьшается до 3,5 %.

Следует отметить, что при уменьшении модифицированного числа Ричардсона число Нуссельта увеличивается, так как в этом случае теплообмен в основном происходит за счет вынужденной конвекции.

Заключение. Выполнен анализ ламинарной смешанной конвекции в трехмерном потоке наножидкости $Al_2O_3-H_2O$ в канале с квадратным поперечным сечением при наличии

потока тепла с постоянной температурой. Получены распределения скорости, температуры, а также определена форма линий тока в различных поперечных сечениях нагреваемой зоны канала. Обнаружены две петли, вращающиеся в противоположных направлениях. Наличие этих петель обусловлено действием гравитационных сил, а также асимметрией полей скорости и температуры. В любом поперечном сечении канала температура в его нижней части практически постоянна, в то время как в верхней части температурное поле стратифицировано и теплообмен эквивалентен теплообмену в случае отсутствия конвекции.

Из результатов численного моделирования следует, что использование наночастиц Al_2O_3 позволяет увеличить скорость теплообмена за счет увеличения среднего числа Нуссельта приблизительно на 8 %. Увеличение перепада давления при рассмотренных краевых условиях является менее значительным. Предложена аппроксимация зависимости числа Нуссельта от объемной доли наночастиц, которая может быть использована при определении параметров теплообмена в канале.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Choi S. U. S.** Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles // Proc. of the Intern. mechanical engineering congress and exposition, San Francisco (USA), Nov. 12–17, 1995. S. l., 1995. P. 99–106.
2. **Maxwell J. C.** A treatise on electricity and magnetism. Oxford: Clarendon Press, 1881.
3. **Xuan Y., Li Q.** Heat transfer enhancement of nanofluids // Intern. J. Heat Fluid Flow. 2000. V. 21. P. 58–64.
4. **Pandey S. D., Nema V.** Experimental analysis of heat transfer and friction factor of nanofluid as a coolant in a corrugated plate heat exchanger // Experiment. Thermal Fluid Sci. 2012. V. 38. P. 248–256.
5. **Demir H., Dalkilic A. S., Kurekci N. A., et al.** Numerical investigation on the single phase forced convection heat transfer characteristics of TiO_2 nanofluid in a double-tube counter flow heat exchanger // Intern. Comm. Heat Mass Transfer. 2011. V. 38. P. 218–228.
6. **Brinkman H. C.** The viscosity of concentrated suspensions and solution // J. Chem. Phys. 1952. V. 20, iss. 4. P. 571–581.
7. **Popa C. V., Fohanno S., Polidori G., Nguyen C. T.** Heat transfer enhancement in mixed convection using water — $\gamma\text{Al}_2\text{O}_3$ nanofluid // Proc. of the 5th Europ. thermal-sciences conf., Eindhoven (Netherlands), 18–22 May 2008. Eindhoven: Tech. Univ., 2008.
8. **Xuan Y., Roetzel W.** Conceptions for heat transfer correlation of nanofluids // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2000. V. 43. P. 3701–3707.
9. **Holman J. P.** Heat transfer. N. Y.: McGraw-Hill, 2010.
10. **Abid C., Papini F., Ropke A., Veyret D.** Etude de la convection mixte dans un conduit cylindrique. Approches analytique/numerique et détermination expérimentale de la température de paroi par thermographie infrarouge // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1994. V. 37. P. 91–101.
11. **Hausen H.** Neue Gleichungen für die Wärmeübertragung bei Freieroder Erzwingener Stromung // Allg. Warmetch. 1959. Bd 9. S. 75–79.

*Поступила в редакцию 10/IV 2020 г.,
после доработки — 14/VIII 2020 г.
Принята к публикации 31/VIII 2020 г.*