

в момент воспламенения практически постоянна и не зависит от длины волны излучателя. В процессе облучения образца из линолеума (см. рис. 5, в) в период от начала и до момента воспламенения  $\rho_\lambda$  уменьшается с 25 до 7—10 %. С увеличением времени облучения максимум  $\rho_\lambda$  сдвигается в длинноволновую область спектра. Так, для необлученного линолеума максимум отражательной способности приходится на  $\lambda = 0,76$  мкм, а в момент воспламенения — на  $\lambda = 1,2$  мкм. При соблюдении одинаковых условий определения  $T$ ,  $(\rho v)_\lambda$  и  $\rho_\lambda$  эти параметры полезны для сравнительной оценки воспламеняемости веществ различной природы.

Проведенные экспериментальные исследования показали, что тепловой поток, воспринимаемый облучаемым материалом, явно непостоянен, зависит от многих факторов, характеризующих свойства исследуемого материала. В частности, величина поглощаемой образцом энергии зависит от изменения отражательной способности (или степени черноты) исследуемого материала в процессе его нагрева. Таким образом, при теоретических исследованиях взаимодействия источников излучения и нагреваемого вещества возникает необходимость учета изменяющейся в процессе нагрева поглощательной способности вещества, ибо отражательная способность материалов увеличивается от 10 до 80 %.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике.— М.: Наука, 1967.
2. Асеева Р. М., Заиков Г. Е. Горение полимерных материалов.— М.: Наука, 1981.
3. Вилкова С. А., Крупкин В. Г., Марголин А. Д. ФГВ, 1986, 22, 3, 67.
4. Мелихов А. С., Потякин В. И., Рыжов А. М. и др. ФГВ, 1983, 19, 4, 27.
5. Бахман Н. Н., Кондриков Б. Н., Раубель С. О. и др. ФГВ, 1983, 19, 4, 7.
6. Марголин А. Д., Крупкин В. Г. ФГВ, 1978, 14, 2, 56.
7. Панова Л. Г., Филиппов А. А., Артеменко С. Е. и др. Пластические массы, 1985, 9, 49.
8. Жевлаков А. Ф., Грошев Ю. М. ФГВ, 1987, 23, 3, 36.
9. Болодъян И. А., Долгов Э. И., Жевлаков А. Ф. и др. ФГВ, 1979, 15, 4, 63.
10. Гришин А. М., Исаков Г. Н. ФГВ, 1976, 12, 3, 366.
11. Марголин А. Д., Крупкин В. Г. Хим. физика, 1982, 1, 7, 994.
12. Шабалин Н. И., Мицко И. С., Ивановская Т. Т. и др. Весы АН БССР. Сер. ФЭН, 1980, 4, 73.

Поступила в редакцию 9/VI 1987,  
после доработки — 18/I 1988

УДК 541.126

#### МОДЕЛИ ДЛЯ РАСЧЕТА ЗАДЕРЖКИ ВОСПЛАМЕНЕНИЯ НЕПЕРЕМЕШАННЫХ ГАЗОВ В ТУРБУЛЕНТНЫХ ПОТОКАХ

B. L. Зимонт, E. A. Мещеряков, B. A. Сабельников  
(Жуковский)

Влияние пульсаций температуры и концентраций на задержку воспламенения в турбулентном потоке анализировалось в [1—6]. Выводы, сделанные в этих работах, весьма противоречивы, поскольку их авторы часто используют достаточно произвольные и физически не обоснованные способы осреднения источниковых членов в уравнениях кинетики. В этой связи заметим, что рассматриваемая задача качественно отличается от случая диффузионного горения, когда скорости химических реакций очень велики и отклонения от термодинамического равновесия малы. Результаты расчетов диффузионного горения, в отличие от расчетов самовоспламенения, оказываются слабо зависящими от формы распределения вероятностей концентрации пассивной примеси, необходимой для описания этого случая (см., например, [7—9]).

В данной работе на примере модельной задачи воспламенения в слое смешения плоскопараллельных потоков холодного горючего и горячего

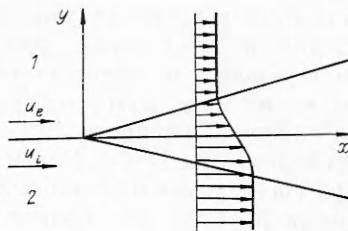


Рис. 1. Схема течения в слое смешения.

$$1 - z = 0, T_e, c_f^e, c_0^e = 0; 2 - z = 1, T_i, c_f^i, c_0^i = 0.$$

воздуха проведено сравнение различных способов осреднения с привлечением нескольких критериев самовоспламенения.  
**Схема течения. Основные допущения.**  
**Уравнения для концентраций и температуры.**

Пусть  $x = 0, y = 0$  — координата точки, в которой сливаются плоско-параллельные потоки горючего и окислителя; координата  $x$  направлена вдоль невозмущенного потока,  $y$  — перпендикулярно  $x$  и в сторону окислителя (рис. 1). Сделаем следующие упрощающие предположения, часто используемые в теории самовоспламенения: 1) горение описывается необратимой реакцией  $F + O \rightarrow P$ ; 2) все молекулярные коэффициенты переноса одинаковы; 3) удельная теплоемкость  $c_p$ , плотность  $\rho$  и давление  $p$  постоянны. Тогда уравнения для мгновенных значений концентраций и температуры имеют вид

$$\begin{aligned} L(c_f) &= -W, \quad W = k_0 c_f c_0 \exp(-E/RT), \\ L(c_0) &= -L_0 W, \quad L(T) = Q/c_p \cdot W, \\ L &= \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \nabla - \nabla(D\nabla). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $c_f$  и  $c_0$  — массовые концентрации топлива и окислителя;  $T$  — температура;  $R$  — 2 кал/(г · моль · град) — абсолютная газовая постоянная;  $Q$  — тепловой эффект реакции;  $E$  — энергия активации;  $k_0$  — предэкспонент;  $L_0$  — массовый стехиометрический коэффициент;  $\vec{u}$  — поле скорости;  $D$  — коэффициент молекулярной диффузии;  $\nabla$  — оператор градиента.

Систему (1), согласно [10], можно свести к одному уравнению с источником. Линейные комбинации в (1) дают независимые уравнения без источников

$$\begin{aligned} L(z_1) &= 0, \quad L(z_2) = 0, \\ z_1 = c_f L_0 - c_0, \quad z_2 &= Q/c_p \cdot c_f + T, \end{aligned} \quad (2)$$

решение которых можно записать в следующей форме:

$$\begin{aligned} z_1 &= z_1^e + (z_1^i - z_1^e) z, \quad z_2 = z_2^e + (z_2^i - z_2^e) z, \\ z_1^i &= L_0 c_f, \quad z_1^e = -c_0^e, \quad z_2^i = (Q/c_p) c_f^i + T_i, \quad z_2^e = T_e, \end{aligned} \quad (3)$$

где индексы  $i$  и  $e$  относятся к потокам горючего и окислителя;  $z$  — решение уравнения

$$L(z) = 0, \quad (4)$$

удовлетворяющее граничным условиям

$$z \rightarrow 1, \quad \bar{y} \rightarrow -\infty; \quad z \rightarrow 0, \quad y \rightarrow +\infty. \quad (5)$$

Таким образом,  $z$  — концентрация инертной (при сделанных предположениях динамически пассивной) примеси. Из (2) и (3) получим

$$\begin{aligned} c_f &= c_f(T, z) = \frac{c_p}{Q} [T_u(z) - T], \\ c_0 &= c_0(T, z) = L_0 \frac{c_p}{Q} [T_u(z) - T] + c_0^e (1 - z), \\ T_u(z) &= T_e + (T_i - T_e) z \end{aligned} \quad (6)$$

( $T_u(z)$  — температура при смешивании без горения).

В рамках модели бесконечно тонкого фронта пламени из (6) следуют соотношения (см., например, [9])

$$\begin{aligned} 0 \leq z \leq z_s: \quad T &= T_e + (T_s - T_e) \frac{z}{z_s}, \quad c_f = 0, \quad c_0 = c_0^e \left(1 - \frac{z}{z_s}\right); \\ z_s \leq z \leq 1: \quad T &= T_i + (T_s - T_i) \frac{1-z}{1-z_s}, \quad c_f = c_f^i \frac{z - z_s}{1 - z_s}, \quad c_0 = 0; \\ z_s &= \frac{c_0^e}{c_f^i L + c_0^e}, \quad T_s = T_e + (T_i - T_e) z_s + \frac{Q}{c_p} c_f^i z_s. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь  $z_s$  и  $T_s$  — концентрация пассивной примеси и температура на фронте пламени.

При известном решении однородного уравнения  $L(z) = 0$ , описывающего концентрацию пассивной примеси, задача сводится к исследованию уравнения теплопроводности с источником

$$\begin{aligned} L(T) &= \frac{Q}{c_p} k_0 W(z, T), \\ W(z, T) &= c_f(T, z) c_0(T, z) \exp(-E/RT). \end{aligned} \quad (8)$$

**Уравнения для средней температуры. Модель турбулентности.** Осредним (8) и используем градиентную гипотезу для турбулентного конвективного переноса. В стационарном (в среднем) потоке получим

$$M\langle\langle T\rangle\rangle = \frac{Q}{c_p} k_0 \langle W(z, T)\rangle, \quad M = \vec{u} \nabla - \nabla(D_t \nabla), \quad (9)$$

где  $D_t$  — коэффициент турбулентной диффузии;  $\langle \rangle$  — символ безусловного осреднения. Для определения полей средней скорости, средней концентрации пассивной примеси  $\langle z \rangle$ , коэффициента турбулентной диффузии  $v_t$  и энергии турбулентности  $E$  используем известную полуэмпирическую модель турбулентности. В приближении пограничного слоя уравнения модели имеют вид

$$\begin{aligned} \langle u \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left( v_t \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial y} &= 0, \\ \langle u \rangle \frac{\partial \langle z \rangle}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial \langle z \rangle}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left( D_t \frac{\partial \langle z \rangle}{\partial y} \right), \\ \langle u \rangle \frac{\partial v_t}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial v_t}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{v_t}{Pr_v} \frac{\partial v_t}{\partial y} \right) + \alpha v_t \left| \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right|, \\ \langle u \rangle \frac{\partial E}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial E}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{v_t}{Pr_E} \frac{\partial E}{\partial y} \right) + v_t \left( \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right)^2 - \alpha \frac{E^2}{v_t}. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь  $v_t = D_t Pr_t$  — коэффициент турбулентной вязкости;  $\alpha = 0,2$ ,  $a = 0,05$ ,  $Pr_v = 0,5$ ,  $Pr_E = 0,75$ ,  $Pr_t = 0,5$  — эмпирические постоянные.

Уравнение (9) пока не замкнуто, поскольку еще не указан способ осреднения источника. Рассмотрим следующие способы осреднения:

1) пренебрежение пульсациями — квазиламинарная модель (см., например, [4]):

$$\langle W(z, T) \rangle = W(\langle z \rangle, \langle T \rangle); \quad (11)$$

2) модель несмешанности Шпиглера [2]:

$$\langle W(z, T) \rangle = \gamma^{(w)} W(\langle z \rangle, \langle T \rangle), \quad 0 \leq \gamma^{(w)} \leq 1; \quad (12)$$

3) модель Спидинга [11] ( $\beta$ -модель):

$$\langle W(z, T) \rangle = \beta W(\langle z \rangle, T_-) + (1 - \beta) W(\langle z \rangle, T_+), \quad (13)$$

$$T_- = \max(T_i, T_-), \quad \tilde{T}_- = \langle T \rangle - \sigma_T,$$

$$T_+ = \min(T_e, T_+), \quad \tilde{T}_+ = \langle T \rangle + \sigma_T,$$

$$\beta = (T_+ - \langle T \rangle) / (T_+ - T_-), \quad 0 \leq \beta \leq 1,$$

$\sigma_T^2 = \langle (T - \langle T \rangle)^2 \rangle$  — дисперсия пульсаций температуры;

4) модель, учитывающая перемежаемость, но пренебрегающая пульсациями в слое смешения [6] ( $\gamma$ -модель):

$$\langle W(z, T) \rangle = \gamma W(\langle z \rangle_t, \langle T \rangle_t), \quad 0 \leq \gamma \leq 1; \quad (14)$$

5) модель, учитывающая перемежаемость и пульсации температуры в слое смешения [12, 13] («каноническая» модель):

$$\langle W(z, T) \rangle = \gamma \int_{T_i}^{T_z} W(\langle z \rangle_t, T) p_t(T) dT. \quad (15)$$

В (12), (14) и (15)  $\gamma^{(III)}$ ,  $\gamma$  — коэффициенты несмешанности и перемежаемости (вероятность наблюдения вполне турбулентной жидкости);  $p_t(T)$  — плотность вероятностей температуры в турбулентной жидкости, которая в соответствии с [12—14] выражается через функцию Эйри Ai:

$$p_t(T) dT = p_t(\tau) |d\tau|, \quad \tau = \frac{T_e - T}{T_e - T_i}, \quad p_t(\tau) = \frac{1}{\langle \tau \rangle_t} f(\zeta), \quad (16)$$

$$\xi = \frac{\tau}{\langle \tau \rangle_t} = \frac{T_z - T}{T_e - \langle T \rangle_t}, \quad f(\zeta) = 1.4 \text{Ai}(\chi), \quad \chi = 1.79\xi - 2.34,$$

$\langle z \rangle_t$  — символ условного усреднения по турбулентной жидкости. Условные и безусловные средние  $z$  и  $T$  связаны соотношениями

$$\langle z \rangle = \gamma_1 + \gamma \langle z \rangle_t, \quad \langle T \rangle = \gamma_1 T_i + \gamma_0 T_e + \gamma \langle T \rangle_t,$$

$$\gamma_0 + \gamma_1 + \gamma = 1,$$

где  $\gamma_0$ ,  $\gamma_1$  — вероятности наблюдения значений концентрации  $z = 0$  и  $z = 1$  соответственно.

Следует отметить, что строго формула (16) для  $p_t(T)$  справедлива лишь на краю слоя смешения и на самой начальной стадии воспламенения [14]. Один из используемых ниже критериев воспламенения приводит к результатам, согласующимся с этими допущениями.

«Каноническая» модель является в настоящее время наиболее обоснованным представлением необходимых статистических характеристик пульсаций. В ней пренебрегается пульсациями концентрации при определении осредненной скорости тепловыделения. Такое допущение значительно упрощает анализ, поскольку позволяет обойтись одномерными распределениями вероятностей. Принятое допущение вполне оправдано: из выражения для  $W$  (8) видно, что основной эффект связан с пульсациями температуры.

Остановимся на вопросе определения величин  $\gamma^{(III)}$ ,  $\gamma$  и  $\sigma_T^2$ , входящих в (12) — (15). Прежде отметим, что физический смысл параметров  $\gamma^{(III)}$  и  $\gamma$  одинаков. В [2] предлагается использовать соотношение

$$\gamma^{(III)} = \frac{1.233}{1 + \sigma_p^2 / \langle z \rangle^2}, \quad (17)$$

$$\sigma_p^2 = c_z l_t^2 \left( \frac{\partial \langle z \rangle}{\partial y} \right)^2, \quad l_t = \frac{v_t}{\sqrt{E}}, \quad \langle z \rangle < 0.5.$$

Оно внешне похоже на формулу из [7, 13]

$$\gamma = \frac{1.31}{1 + \sigma^2 / \langle z \rangle^2}, \quad (18)$$

$$\sigma^2 = \langle (z - \langle z \rangle)^2 \rangle, \quad z < 0.5.$$

Рис. 2. Коеффициент перемежаемости на основном участке осесимметричной затопленной струи. 1 — [16]; 2 — [17]; 3 — [18]; 4 — расчет по (20) для  $\gamma$  [19]; 5—8 — модель Шпиглера [2]: 5 —  $c_z = 10, I_2 = 1,233$ ; 6 —  $c_z = 10, I_2 = 1,81$ ; 7 —  $c_z = 40, I_2 = 1,31$ ; 8 —  $c_z = 40, I_2 = 1,233$ .

При  $\langle z \rangle \geq 0,5$  в (17), (18) надо сделать замену  $z \rightarrow 1 - z$ . Отличие между (17) и (18) — в численных коэффициентах и, что более важно, в качественно различных способах определения дисперсии пульсации концентрации. В (17) — это равновесное значение  $\sigma_p^2$ , которое формально следует из теории пути смешения Прандтля, или наиболее строго может быть получено из уравнения баланса для  $\sigma^2$  в предположении локально-го равновесия между порождением и диссириацией. В (18) входит  $\sigma^2$ , найденное из уравнения баланса, имеющего вид [7, 13]:

$$\langle u \rangle \frac{\partial \sigma^2}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial \sigma^2}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{v_t}{Pr_c} \frac{\partial \sigma^2}{\partial y} \right) + D_t \left( \frac{\partial \langle z \rangle}{\partial y} \right)^2 - b \frac{E}{v_t} \sigma^2, \quad (19)$$

где  $b = 0,19$ ;  $Pr_c = 0,6$  — эмпирические постоянные.

Соотношение (17) получается, если в (19) приравнять порождение и диссириацию  $\sigma^2$ , т. е. два последних члена в правой части, при этом  $c_z = 1/(Pr_c b)$ . Известно, что предположение о локальном равновесии принципиально неверно в тех областях потока, где существенна перемежаемость. Здесь, согласно экспериментальным данным (см., например, [14, 15]), главную роль в статьях баланса дисперсии играют конвекция и диффузия. Оценка дисперсии с помощью равновесного соотношения (17) дает сильно заниженные значения и, как следствие, неоправданно высокие величины  $\gamma^{(ш)}$ . Для иллюстрации на рис. 2 проведено сравнение рассчитанных по формулам (17) и (18) значений  $\gamma^{(ш)}$  и  $\gamma$  в автомодельной осесимметричной затопленной струе с экспериментальными данными [16—18] ( $\eta = y/x$ ). В [19] показано, что в расчетах вместо алгебраического соотношения (18) удобно использовать  $\gamma$  из решения полуэмпирического уравнения для коэффициента перемежаемости, которое в рассматриваемом случае записывается так:

$$\langle u \rangle \frac{\partial \gamma}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial \gamma}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{v_t (1 - \gamma)}{Pr_\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial y} \right] + \tilde{\alpha} \gamma (1 - \gamma) \frac{E}{v_t}, \quad (20)$$

где  $\tilde{\alpha} = 0,4$ ;  $Pr_\gamma = 0,4$  — эмпирические постоянные. Уравнение для дисперсии температуры  $\sigma_T^2$  аналогично (19), надо только  $\langle z \rangle$  и  $\sigma^2$  заменить соответственно на  $\langle T \rangle$  и  $\sigma_T^2$ .

**Определение полей величин, не зависящих от химической реакции. Автомодельная задача.** Выражения (10), (19) и (20) имеют автомодельное решение

$$\begin{aligned} \langle u \rangle &= u_1 u(\eta), \quad \langle v \rangle = u_1 v(\eta), \\ \langle z \rangle &= z(\eta), \quad v_t = u_1 x v(\eta), \quad E = u_1^2 e(\eta), \\ \gamma &= \gamma(\eta), \quad \sigma^2 = \sigma^2(\eta), \quad \eta = y/x. \end{aligned} \quad (21)$$

Для автомодельных функций получим следующие соотношения:

$$\begin{aligned} -Fu' &= (vu')', \quad -Fv' = \frac{1}{Pr_v} (vv')' + \alpha v |u'| - vu, \\ -Fe' &= \frac{1}{Pr_E} (ve')' + v(u')^2 - a \frac{e^2}{v}, \quad -Fz' = \frac{1}{Pr_t} (vz')', \end{aligned} \quad (22)$$

$$-F\sigma^2' = \frac{i}{Pr_\sigma} (v\sigma^2')' + 2 \frac{v}{Pr_t} (z')^2 - b \frac{e}{v} \sigma^2,$$

$$-F\gamma' = \frac{1}{Pr_\gamma} [v(1-\gamma)\gamma']' + \tilde{\alpha} \frac{e}{v} \gamma(1-\gamma).$$

Здесь  $F = u\eta - v$  — функция тока; штрихом обозначено дифференцирование по  $\eta$ . Границные условия:

$$\begin{aligned} \eta \rightarrow -\infty: & u \rightarrow 1, v \rightarrow 0, e \rightarrow 0, z \rightarrow 1, \\ & \sigma^2 \rightarrow 0, \gamma \rightarrow 0, \\ \eta \rightarrow \infty: & u \rightarrow m = u_2/u_1 < 1, v \rightarrow 0, e \rightarrow 0, \\ & z \rightarrow 0, \sigma^2 \rightarrow 0, \gamma \rightarrow 0. \end{aligned} \quad (23)$$

Известно, что решения уравнений типа (22) изменяются на отрезке конечной длины, т. е. существуют границы слоя смешения (см., например, [20]). Рассмотрение решений в малой окрестности границ  $\eta_i$  и  $\eta_e$  (рис. 3) позволяет установить некоторые ограничения на числа Прандтля в диффузионных членах.

Возьмем для определенности верхнюю границу слоя смешения  $\eta = \eta_e$ ,  $\delta\eta = \eta - \eta_e < 0$ ,  $|\delta\eta| \rightarrow 0$ . Из (22) после простых выкладок получим

$$v'_e = -F_l Pr_v, \quad (24)$$

$$u \rightarrow m + \tilde{u}_0 |\delta\eta|^k, \quad k = 1/Pr_v, \quad (25)$$

$$e \rightarrow \tilde{e}_0 |\delta\eta|^l, \quad l = Pr_E/Pr_v, \quad (26)$$

$$z \rightarrow \tilde{z}_0 |\delta\eta|^p, \quad p = Pr_t/Pr_v, \quad (27)$$

$$\gamma \rightarrow \tilde{\gamma}_0 |\delta\eta|^n, \quad n = Pr_\gamma/Pr_v, \quad (28)$$

$$\sigma^2 \rightarrow \tilde{\sigma}_0^2 |\delta\eta|^q, \quad q = Pr_\sigma/Pr_v, \quad |\delta\eta| \rightarrow 0. \quad (29)$$

Здесь  $v'_e = v'(\eta_e)$ ;  $F_l = F(\eta_e)$ ;  $\tilde{u}_0, \tilde{e}_0, \tilde{z}_0, \tilde{\gamma}_0, \tilde{\sigma}_0$  — постоянные (размерные).

Сделаем пояснения относительно соотношений (24) — (29). При получении (26) в соответствии с экспериментальными данными по балансу пульсационной энергии на границе слоя смешения [21] считается, что порождение энергии — внепорядковый член по сравнению с конвекцией и диффузией (диссипативный член — внепорядковый независимо от этого предположения). В противном случае  $l = 2k$ ,  $\frac{\sqrt{e}}{u-m} \rightarrow \text{const}$ ,  $|\delta\eta| \rightarrow 0$ . Этот результат не соответствует экспериментальным данным (см., например, [21]), согласно которым интенсивность пульсаций на границе слоя смешения стремится к бесконечности. Аналогичное замечание справедливо и в отношении выражения для  $\sigma^2$  (29).

Пользуясь полученными результатами, найдем асимптотику концентрации пассивной примеси в турбулентной жидкости. Из (27) и (28) имеем

$$\langle z \rangle_t = \frac{\langle z \rangle}{\gamma} \rightarrow |\delta\eta|^{p-n}, \quad |\delta\eta| \rightarrow 0. \quad (30)$$

Поскольку должно выполняться условие  $\langle z \rangle_t \rightarrow 0$ ,  $|\delta\eta| \rightarrow 0$ , то  $p - n > 0$ , т. е.

$$Pr_t > Pr_v. \quad (31)$$

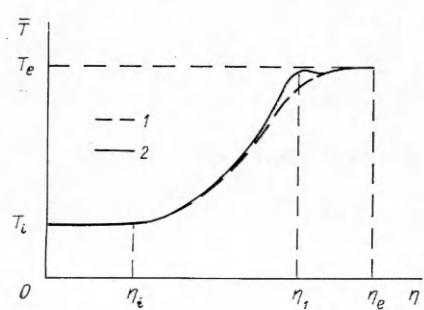


Рис. 3. Критерий воспламенения в слое смешения.

1 — начальный (автомодельный) профиль температуры; 2 — профиль температуры в сечении воспламенения.

Далее, из (18), (27) и (28) найдем

$$\frac{\langle z \rangle^2}{\sigma^2} \sim \gamma \sim |\delta\eta|^{2p-q} \rightarrow 0, \quad |\delta\eta| \rightarrow 0, \quad \langle z \rangle_t \sim |\delta\eta|^{q-p}, \quad (32)$$

а из (32)

$$Pr_t < Pr_\sigma < 2Pr_t. \quad (33)$$

При  $p - n = q - p$ , т. е. при  $Pr_\sigma = 2Pr_t - Pr_\tau$  формулы (30) и (32) дают одинаковую асимптотику для  $\langle z \rangle_t$  на границе слоя смешения. Значения постоянных  $Pr_t, Pr_\sigma, Pr_\tau$ , использованные в расчетах, удовлетворяют неравенствам (31) и (33).

Краевая задача (22), (23) решалась численно методом, близким к описанному в [20]. Результаты расчетов полей  $u, e, v, z, \sigma^2$  и  $\gamma$  для случая  $m = 0$  достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными.

**Расчет воспламенения.** Уравнение (9) в слое смешения имеет вид

$$\langle u \rangle \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{v_t}{Pr_t} \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial y} \right) + \frac{Q}{c_p} k_0 \langle W \rangle. \quad (34)$$

Для удобства при численном решении (34) сделаем замену переменных:

$$x' = x, \quad \eta = y/x,$$

тогда

$$\begin{aligned} \xi \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial \xi} - F \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial \eta} &= \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{v}{Pr_t} \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial \eta} \right) + \xi \langle W \rangle, \\ \xi &= k_0 \frac{Q}{c_p} x, \quad F = u\eta - v. \end{aligned} \quad (35)$$

Особая точка  $\xi = 0$  в (35) устранима, поскольку при  $\xi \rightarrow 0$  решение можно разложить в ряд Тейлора

$$\begin{aligned} \langle T \rangle &= \langle T \rangle_{\text{авт}} + \sum_{h=1}^{\infty} \xi^h \tau_h(\eta), \\ \langle T \rangle_{\text{авт}} &= T_e + (T_i - T_e) \langle z \rangle. \end{aligned} \quad (36)$$

Выражение для функции  $\tau_1$ , в частности, имеет вид

$$-F\tau'_1 = \frac{1}{Pr_t} (v\tau'_1) + \langle W \rangle_{\text{авт}} - u\tau_1,$$

$\langle W \rangle_{\text{авт}}$  — среднее при параметрах из автомодельной задачи. Расчеты выполнены при следующих значениях параметров:  $T_e = 1000$  К,  $T_i = 300$  К,  $m = u_2/u_1 = 0,3$ ,  $T_s = 2000$  К,  $E = 15\,000$  и  $E = 20\,000$  ккал/(г·моль),  $c_f^i = 1$ ,  $c_0^e = 0,232$ ,  $L_0 = 8$ ,  $Pr_\sigma = 2Pr_t - Pr_\tau$ . За сечение, где происходит воспламенение, следуя [14], бралось такое, в котором на профиле средней температуры впервые появляется максимум (см. рис. 3). Результаты расчетов, полученные при 77 узлах поперек слоя смешения, приведены в таблице ( $\xi_1$  — сечение, в котором происходит воспламенение,  $\xi = k_0 \cdot Qx/c_p$ ). Видно, что, за исключением  $\beta$ -модели Спэлдинга, пульсации температуры оказывают весьма ощутимое влияние на длину задержки. Разница между

Модель	$\xi_1$ при $E$ , ккал/(г·моль)		Модель	$\xi_1$ при $E$ , ккал/(г·моль)	
	15 000	20 000		15 000	20 000
Квазиламинарная	$1,3 \cdot 10^6$	$1,5 \cdot 10^8$	$\beta$ -модель [11]	$1,2 \cdot 10^6$	$1,2 \cdot 10^8$
Несмешанности [2], $c_z = 10$	$2,9 \cdot 10^6$	$4,1 \cdot 10^8$	$\gamma$ -модель [6]	$3,5 \cdot 10^6$	$6,9 \cdot 10^8$
Несмешанности [2], $c_z = 40$	$5,6 \cdot 10^6$	$9,0 \cdot 10^8$	«Каноническая» [12]	$2,6 \cdot 10^6$	$3,8 \cdot 10^8$

расчетом по квазиламинарной модели и по «канонической», наиболее правильно описывающей плотность распределения вероятностей, достигает 200 % и более (в зависимости от энергии активации — с ростом  $E$  различие увеличивается; значение  $T_e$  влияет слабо). Модель Спидинга [11] оказывается непригодной для описания воспламенения по той причине, что  $\beta \approx 0$  и  $\langle W \rangle \approx \langle W \rangle_{\max}$  ( $\langle W \rangle_{\max}$  — скорость химической реакции при  $T = T_e$ ).

Интересно, что модели несмешанности Шпиглера и «каноническая» при  $c_2 = 10$  дают близкие результаты, несмотря на сильно завышенные в расчетах значения  $\gamma^{(w)}$ . Объясняется это тем, что завышенные значения  $\gamma^{(w)}$  вблизи верхней границы слоя смешения (области, где происходит воспламенение) компенсируются малыми значениями, безусловно, осредненной концентрации горючего  $\langle c_f \rangle$  (в «канонической» модели  $\gamma \ll \gamma^{(w)}$ , но  $\langle c_f \rangle_t \gg \langle c_f \rangle$ ). Подчеркнем, что рассмотренная компенсация носит случайный характер, и в общем случае заранее не очевидно, будет ли давать модель несмешанности Шпиглера [2] пригодные результаты.

**Расчеты воспламенения по другим критериям.** Используемое выше условие воспламенения [14] (критерий 1) не является физически достаточно обоснованным, поскольку локальный максимум температуры, согласно расчетам, появляется непосредственно вблизи границы слоя смешения, а не в области максимальных скоростей тепловыделения, и повышение температуры в точке экстремума в сечении воспламенения птижно мало.

Для квазиламинарной модели экстремум температуры в сечении воспламенения  $T_{\max}$  для указанных выше параметров и  $E = 20\,000$  ккал/(г · моль) имеет место при  $\bar{\eta}_1 = 0,99$  ( $\bar{\eta}_1 = \frac{\eta_i - \eta_e}{\eta_e - \eta_i}$ ,  $\eta_i$ ,  $\eta_e$  — координаты границ слоя смешения, примыкающих к потокам горючего и окислителя (см. рис. 3)), повышение температуры в этой точке из-за тепловыделения составляет  $T_{\max} - T_0 = 4 \cdot 10^{-11}$  К ( $T_0$  — температура в отсутствие тепловыделения). Максимальная скорость тепловыделения в этом сечении имеет место в точке  $\eta_w = 0,82$ , в которой  $T_w = 954$  К, повышение температуры в этой точке  $T_w - T_0 = 45$  К, при этом отношение скоростей тепловыделения в точках  $\eta = 0,82$  и  $\eta = 0,99$  равно  $W = 1,2 \cdot 10^{12}$ . Даже при близких температурах потоков ( $T_i = 900$  К)  $\bar{\eta}_1 = 0,94$ ,  $T_{\max} - T_e = 3,9 \cdot 10^{-6}$  К,  $T_{\max} - T_0 = 1,22 \cdot 10^{-3}$  К,  $\eta_w = 0,57$ ,  $T_w = 979$  К,  $T_w - T_0 = 16$  К,  $\bar{W} = 1,5 \cdot 10^4$ .

Качественно аналогичные результаты, свидетельствующие о недостаточности критерия 1, получаются и при учете пульсаций. Например, для  $\gamma$ -модели при  $T_i = 900$  К  $\bar{\eta}_1 = 0,93$ ,  $T_{\max} - T_e = 2,4 \cdot 10^{-3}$  К,  $T_{\max} - T_0 = 0,3$  К,  $\eta_w = 0,53$ ,  $T_w = 983$  К,  $T_w - T_0 = 20$  К,  $\bar{W} = 61$ . Отметим, что именно благодаря малому повышению температуры на краю струи удается привлечь при использовании критерия 1 «каноническую» модель для плотности распределения вероятностей температуры и не учитывать влияние тепловыделения на функцию  $p_t(T)$  (см. [14]).

Проанализированы другие условия воспламенения: критерий 2 — воспламенение принимается в точке  $\xi_2$ ,  $\bar{\eta}_2$ , где максимальная в сечении скорость тепловыделения  $W_{\max}$  в  $e \approx 2,72$  раза больше, чем ее величина в этой же точке в предположении отсутствия тепловыделения (такого типа критерий стандартный при тепловом механизме самовоспламенения); критерий 3 — воспламенение принимается в точке перегиба кривой

$$W_{\max}(\xi) \left( \frac{d^2 W_{\max}}{d\xi^2} \right) = 0, \quad \text{т. е. где изменяется характер тепловыделения};$$

критерий 4 — воспламенение принимается в точке  $\xi_4$ ,  $\bar{\eta}_4$ , где разность максимальной в слое смешения температуры  $T_{\max}$  и  $T_e$  составляет величину характеристического интервала температуры  $T_{\max} - T_e = \frac{RT_e^2}{E}$ .

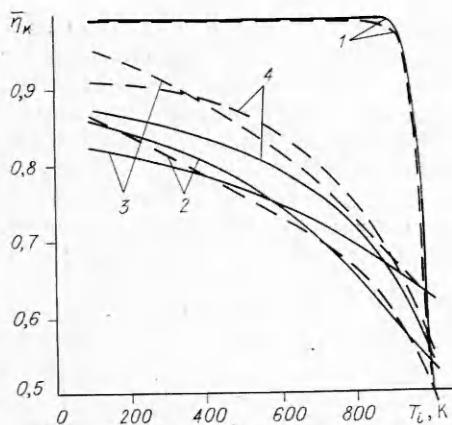


Рис. 4. Поперечная координата точки воспламенения для критерииев 1—4 в зависимости от температуры горючего;  $L_0 = 30$ ,  $E = 20\,000$  ккал/(г·моль).

— квазиламинарная модель; - - -  $\gamma$ -модель [6].

Из данных, представленных на рис. 4 (в расчетах использовалось разбиение на 301 узел поперек слоя смешения), следует что критерии 2—4 приводят к существенно иной локализации в сечении места воспламенения, чем критерий 1, при этом в точке воспламенения по критериям 2—4, согласно расчетам, температура повышается на 40—150 К.

На рис. 5 показано соотношение между длинами задержки воспламенения  $\xi_k$  при использовании различных критериев. В качестве наиболее физически обоснованного применялся критерий 2. Из кривых для  $\xi_k/\xi_2$  следует, что длина самовоспламенения существенно зависит от выбранного критерия. При этом сильная зависимость от температуры горючей смеси  $T_i$  имеет место лишь для отношения  $\xi_1/\xi_2$ , которое обращается в нуль при  $T_e = T_i$ , где критерий 1 вообще теряет смысл.

Из рис. 6, где показано влияние пульсаций на длину задержки воспламенения для  $\gamma$ -модели [6] ( $\xi_L$  — длина задержки для квазиламинарной модели), следует, что критерий 1 приводит к существенно большему влиянию пульсаций на задержку воспламенения, чем критерии 2—4. Отметим, что влияние коэффициента стехиометрии на длину воспламенения по любому критерию несущественно, варьирование  $L_0$  в диапазоне 1—100 изменяет указанную длину в пределах 10 %.

В заключение укажем, что при использовании критерииев 2—4 для «канонической» модели, учитывающей перемежаемость и пульсации в слое смешения, необходимо учитывать изменение плотности распределения вероятностей из-за тепловыделения и, по-видимому, влияние пульсаций концентрации. Эта задача к настоящему времени не имеет удовлетворительного решения.

Таким образом, в отличие от собственно диффузионного горения, где, как отмечалось выше, интенсивность тепловыделения во многих случаях

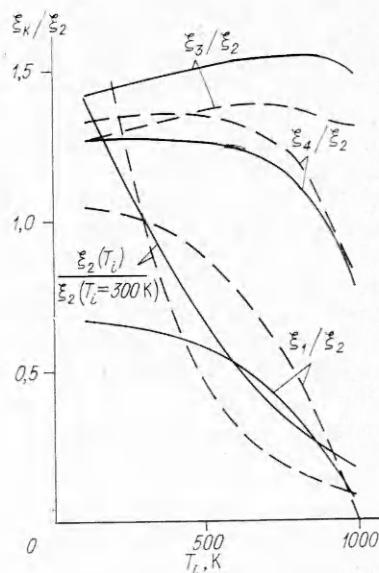


Рис. 5. Соотношение между длинами задержки воспламенения  $\xi_k$  при использовании критерииев 1—4;  $L_0 = 30$ ,  $E = 20\,000$  ккал/(г·моль) (обозначения см. на рис. 4).

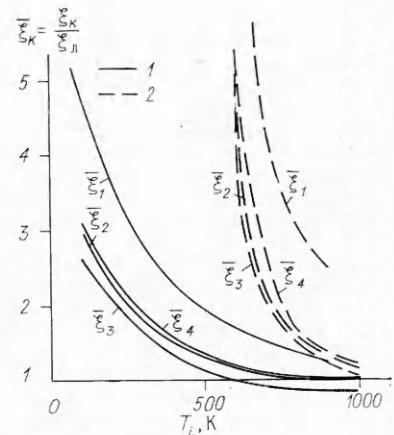


Рис. 6. Влияние пульсаций температуры на задержку воспламенения для  $\gamma$ -модели [6];  $L_0 = 30$ .  
Е, ккал/(г·моль): 1 — 20 000, 2 — 30 000.

относительно слабо зависит от используемых функций плотности распределения вероятностей, в задаче о воспламенении вид этих функций является определяющим. Наиболее обоснована «каноническая» модель, учитывающая перемежаемость и использующая аналитическое решение для плотности вероятности по турбулентной жидкости [12]. Сравнительный анализ существующих моделей несмешанности при использовании в качестве условия воспламенения появление максимума температуры показал: 1)  $\beta$ -модель Спэлдинга [11] непригодна для правильного описания задержки воспламенения; 2) модель несмешанности Шпиглера [2], хотя и дает результаты, близкие к результатам «канонической» модели (при специальном выборе постоянной), основана на ошибочных физических предположениях; хорошее соответствие носит случайный характер и объясняется компенсацией ошибок при аппроксимации источника; при варьировании начальных условий такой компенсации может и не быть; 3)  $\gamma$ -модель [6] завышает влияние турбулентности на задержку воспламенения.

Критерий, основанный на появлении максимума температуры, недостаточно обоснован и приводит на примере  $\gamma$ -модели к существенному (примерно в 2 раза) завышению влияния турбулентности на задержку воспламенения по отношению к обычным для теплового механизма критериям воспламенения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Громов В. Г., Ларин О. В., Левин В. А. Хим. физика, 1984, 3, 8, 1190.
2. Spiegler E., Wolfshtein M., Manheimer — Timmat Y. Acta Astronautica, 1976, 3, 3—4, 265.
3. Evans J. S., Schexnayder C. J. AIAA J., 1980, 18, 2, 188.
4. Баев В. К., Головичев В. И., Ясаков В. А. Двумерные турбулентные течения реагирующих газов.— Новосибирск: Наука, 1976.
5. Колесников О. М. ФГВ, 1985, 21, 1, 53.
6. Кузнецов В. Р. // Горение и взрыв.— М.: Наука, 1972.
7. Кузнецов В. Р., Лебедев А. В., Секундов А. Н. и др. // Горение гетерогенных и газовых систем.— Черноголовка, 1977.
8. Джонс У. // Методы расчета турбулентных течений.— М.: Мир, 1984.
9. Билджея Р. // Турбулентные течения реагирующих газов.— М.: Мир, 1983.
10. Борги Р. // Методы расчета турбулентных течений.— М.: Мир, 1984.
11. Khalil E. E., Spalding D. B., Whitelaw J. Intern. J. Heat and Mass Transfer, 1975, 18, 6, 775.
12. Кузнецов В. Р. Изв. АН СССР. МЖГ, 1972, 5, 86.
13. Кузнецов В. Р., Сабельников В. А. Турбулентность и горение.— М.: Наука, 1986.
14. Кузнецов В. Р. Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, 3, 32.
15. Bashir J., Uberoi M. S. Phys. Fluids, 1975, 18, 4, 764.
16. Wygnanski I., Fiedler H. E. J. Fluid Mech., 1969, 38, 3, 577.
17. Shaughnessy E. J., Morton J. B. J. Fluid Mech., 1977, 80, 1, 129.
18. Becker H. A., Hottel H. S., Williams G. S. J. Fluid Mech., 1967, 30, 2, 285.
19. Мещеряков Е. А., Сабельников В. А. ФГВ, 1984, 20, 4, 45.
20. Расщупкин В. И., Секундов А. Н. Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, 5.
21. Таунсенд А. А. Структура турбулентного потока с поперечным сдвигом.— М.: ИЛ, 1959.

Поступила в редакцию 5/VI 1987

УДК 541.124

#### ИССЛЕДОВАНИЕ РЕАКЦИОННОЙ СПОСОБНОСТИ И МЕХАНИЗМА ВОСПЛАМЕНЕНИЯ КАРБОРАНА-4

B. N. Калинин, Ю. К. Мукосеев, А. Б. Петрунин,  
E. С. Северин, B. Г. Слуцкий, A. M. Тереза,  
C. A. Цыганов

(Москва)

Все большее применение в различных отраслях народного хозяйства находят борсодержащие соединения и, в частности, клозо-карбораны или просто карбораны — вещества состава  $C_2B_nH_{n+2}$  ( $3 \leq n \leq 10$ ) и их производные. В связи с этим исследование закономерностей воспламенения