УДК 533.9.082.76

ХАРАКТЕРИСТИКА СФЕРИЧЕСКОГО ЗОНДА В НЕПОДВИЖНОМ ГАЗЕ ПРИ ИОНИЗАЦИИ ЩЕЛОЧНЫХ МЕТАЛЛОВ

А. В. Кашеваров

Центральный аэрогидродинамический институт им. Н. Е. Жуковского,
140180 Жуковский
E-mail: kash@dept.aerocentr.msk.su

Рассмотрен сферический зонд Ленгмюра в неподвижной слабоионизованной столкновительной плазме, состоящей из нейтральных молекул, положительных ионов и электронов, причем последние появляются в результате ионизации атомов присадки. В предположении, что плазма является изотермической, численно исследовано влияние реакции ионизации присадки и рекомбинации заряженных частиц на вольт-амперную характеристику зонда. Зондовые характеристики представлены в виде графиков в широком диапазоне значений отношения дебаевского радиуса к радиусу зонда при различных типах взаимодействия частиц с поверхностью.

Ключевые слова: электрический зонд, вольт-амперная характеристика, столкновительная плазма, химические реакции.

Введение. Электрический зонд является одним из основных средств диагностики низкотемпературной плазмы. При использовании его в плазме повышенного давления (порядка атмосферного) возникает проблема интерпретации результатов зондовых измерений. Для определения концентрации заряженных частиц по вольт-амперной характеристике (ВАХ) зонда предварительно необходимо решить сложную систему нелинейных дифференциальных уравнений. Как правило, это можно сделать только численно. Данная задача решена лишь в наиболее простой постановке, а именно для сферического зонда в неподвижной изотермической слабоионизованной плазме при наличии "замороженных" химических реакций [1]. В работе [1] зондовые характеристики представлены в широком диапазоне значений отношения дебаевского радиуса экранирования к радиусу зонда $\alpha = \lambda_{\rm D}/R$: от $\alpha \ll 1$ до $\alpha \to \infty$.

ВАХ сферического зонда в движущейся плазме (двумерная задача) рассчитана в [2] при одном значении $\alpha \approx 0{,}05$. При $\alpha \ll 1$ вблизи поверхности зонда образуется электрический пограничный слой, что затрудняет решение задачи. Ранее проводился расчет токов насыщения, т. е. предельных токов на зонд, при $\alpha \to 0$ и потенциале зонда $\psi_p \to \pm\infty$ [3]. Так, в [4] при выполнении зондовых измерений в пламени со щелочными присадками рассчитан ионный ток насыщения на сферический зонд в медленно движущейся плазме (число Рейнольдса $\mathrm{Re} \approx 10$) при наличии "замороженных" химических реакций. При этом точка на экспериментальной зондовой характеристике, в которой зондовый ток равен теоретическому току насыщения, выбиралась на основе результатов [1], предсказывающих медлен-

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 08-01-00540, 07-01-00678).

ное возрастание ионного тока начиная со значения безразмерного потенциала $\psi_p \approx 10$ при $\alpha = 10^{-3}$.

Зондовые измерения в пламени со щелочной присадкой проводятся в условиях реакции ионизации присадки и рекомбинации заряженных частиц

$$\mathrm{A} + \mathrm{M} \ \leftrightarrow\ \mathrm{A}^+ + e^- + \mathrm{M}. \qquad (1)$$

Здесь A, A^+ — атом и ион легкоионизирующейся присадки; e^- — электрон; M — любая молекула. Влияние кинетики данной реакции на величину тока насыщения сферического зонда в медленно движущейся плазме изучено численно в [5, 6] при различных типах взаимодействия частиц с поверхностью.

Представляет интерес исследование влияния реакции (1) на начало процесса насыщения зондового тока. При этом необходимо провести расчет полной ВАХ зонда. Естественно, в случае неподвижной плазмы решение данной проблемы упрощается. Исследование влияния конечных скоростей ионизации-рекомбинации на ВАХ сферического зонда в неподвижной плазме проводилось в классических работах [7, 8]. В [7] использован асимптотический подход, в [8] теоретический анализ дополнен численным интегрированием управляющих уравнений. Однако подробные ВАХ сферического зонда в неподвижной плазме при наличии химических реакций, подобные приведенным в [1] для случая “замороженных” химических реакций, автору данной работы неизвестны. В настоящей работе изучаются ВАХ для случая химической реакции (1).

Постановка задачи. Рассмотрим сферический зонд в неподвижной слабоионизованной изотермической плазме, в которой происходит реакция (1). При условии, что длина свободного пробега частиц значительно меньше R, поведение зонда описывается следующими уравнениями [9]:

$$\frac{1}{r^2}\,\frac{d}{dr}\Big[r^2\Big(\frac{dn_+}{dr} - n_+\,\frac{d\psi}{dr}\Big)\Big] = \mathrm{Dm}\,(n_+n_- - n_\mathrm{A}); \qquad (2)$$

$$\frac{1}{r^2}\,\frac{d}{dr}\Big[r^2\Big(\frac{dn_-}{dr} + n_-\,\frac{d\psi}{dr}\Big)\Big] = \beta\,\mathrm{Dm}\,(n_+n_- - n_\mathrm{A}); \qquad (3)$$

$$\frac{1}{r^2}\,\frac{d}{dr}\Big(r^2\,\frac{dn_\mathrm{A}}{dr}\Big) = \beta_\mathrm{A}\varkappa\,\mathrm{Dm}\,(n_\mathrm{A} - n_+n_-); \qquad (4)$$

$$\frac{\alpha^2}{r^2}\,\frac{d}{dr}\Big(r^2\,\frac{d\psi}{dr}\Big) = n_+ - n_-. \qquad (5)$$

Здесь r — радиальная координата, отнесенная к R; n_+, n_-, n_A — числовые концентрации ионов, электронов и свободных атомов присадки, отнесенные к значениям N_+, N_-, N_A на бесконечности ($N_+ = N_- = N$); ψ — безразмерный электрический потенциал, связанный с размерным значением φ соотношением $\psi = -e\varphi/(kT)$; e — элементарный заряд; k — постоянная Больцмана; T — температура плазмы; $\beta = D_+/D_- \ll 1$ — соотношение коэффициентов диффузии ионов и электронов; $\beta_\mathrm{A} = D_+/D_\mathrm{A} \approx 1$ — соотношение коэффициентов диффузии ионов и свободных атомов; $\varkappa = N_+/N_\mathrm{A}$ — степень ионизации атомов присадки; $\mathrm{Dm} = \nu_i N_\mathrm{M} N R^2/D_+$ — число Дамкелера, характеризующее скорость протекания реакции; ν_i — константа скорости реакции ионизации; N_M — концентрация молекул.

При записи уравнений (2), (3) использовано соотношение Эйнштейна между коэффициентами подвижности и диффузии. Предполагалось, что реакция (1) находится в равновесии на бесконечности.

Для системы (2)–(5) граничными условиями вдали от зонда являются условия

$$\psi(\infty) = 0, \qquad n_+(\infty) = n_-(\infty) = n_\mathrm{A}(\infty) = 1.$$

На поверхности зонда задан потенциал, а заряженные частицы исчезают:

$$\psi(1) = \psi_p, \qquad n_+(1) = n_-(1) = 0.$$

Что касается атомов присадки, то для них возможны различные типы граничного условия на поверхности. Так, в [8] считалось, что ионы присадки, попадая на зонд, теряют свой заряд и возвращаются в газ в виде атомов. Это эквивалентно следующему условию:

$$\frac{dn_\mathrm{A}}{dr}\Big|_{r=1} = -\varkappa\beta_\mathrm{A}\,\frac{dn_+}{dr}\Big|_{r=1}, \tag{6}$$

т. е. суммарный диффузионный поток нейтральных и ионизованных атомов на зонд равен нулю. Условие (6) предполагает также, что нейтральные атомы не поглощаются поверхностью.

Кроме того, в данной работе, как и в [5], рассматривается случай адсорбции ионов и непоглощения атомов:

$$\frac{dn_\mathrm{A}}{dr}\Big|_{r=1} = 0. \tag{7}$$

Таким образом, в случае предельно малой степени ионизации присадки ($\varkappa \to 0$) условия (6), (7) становятся тождественными. Возможно также условие полного поглощения атомов присадки $n_\mathrm{A}(1) = 0$, изучавшееся в [6]. При этом влияние кинетики ионизации-рекомбинации на ток насыщения достаточно слабое, поэтому в настоящей работе условие $n_\mathrm{A}(1) = 0$ не рассматривается.

Решив краевую задачу для уравнений (2)–(5) с граничным условием (6) или (7), безразмерные токи $I_\pm$ заряженных частиц на зонд можно определить по формуле

$$I_\pm = \frac{dn_\pm}{dr}\Big|_{r=1}.$$

Размерные зондовые токи $J_\pm$ связаны с безразмерными соотношением

$$J_\pm = 4\pi eRND_\pm I_\pm.$$

Необходимо найти также токи насыщения. Согласно [3] безразмерный ток насыщения I_s равен

$$I_s = 2\,\frac{dn}{dr}\Big|_{r=1}.$$

Здесь n — квазинейтральная концентрация заряженных частиц, описываемая уравнением

$$\frac{1}{r^2}\,\frac{d}{dr}\Big(r^2\,\frac{dn}{dr}\Big) = \frac{\mathrm{Dm}}{2}\,(n_+n_- - n_\mathrm{A}). \tag{8}$$

Уравнение (8) получается суммированием (2) и (3) при $n_+ = n_- = n$ и $\beta \to 0$. Это уравнение необходимо решить при граничных условиях $n(1) = 0$, $n(\infty) = 1$ совместно с (4). При $\varkappa \to 0$ уравнение (4) имеет решение $n_\mathrm{A} = 1$. При $\varkappa \neq 1$ в случае граничного условия (6) расчет тока насыщения также упрощается, поскольку из уравнений (4), (8) можно получить следующую связь между концентрациями:

$$n_\mathrm{A} = 1 + 2\beta_\mathrm{A}\varkappa(1 - n).$$

Метод решения. Решение поставленных краевых задач проводилось численно с помощью метода, использованного в [10] при расчете потенциала и заряда сферической частицы пыли. Заменой переменной $\xi = 1/r$ уравнения (2)–(5) преобразуются к виду

$$n_+'' - n_+'\psi' - n_+\psi'' = \xi^{-4}\,\mathrm{Dm}\,(n_+n_- - n_\mathrm{A}); \tag{9}$$

$$n''_- + n'_- \psi' + n_- \psi'' = 0; \tag{10}$$

$$n''_{\rm A} = \xi^{-4} \beta_{\rm A} \varkappa \, {\rm Dm}\, (n_{\rm A} - n_+ n_-); \tag{11}$$

$$\alpha^2 \xi^4 \psi'' = n_+ - n_-. \tag{12}$$

Здесь штрихами обозначены производные по ξ ($0 \leqslant \xi \leqslant 1$). Уравнение (10) получается из (3) в предположении $\beta \to 0$. При $\alpha \geqslant 1$ производная ψ'' в (9), (10) выражалась из (12).

Нелинейная система алгебраических уравнений, полученная в результате перехода к разностным уравнениям с использованием центральных разностей второго порядка, решалась методом простой итерации в диапазоне значений потенциала зонда $-15 \leqslant \psi_p \leqslant 15$ с шагом $\Delta\psi_p = 1$ и в диапазонах $-30 \leqslant \psi_p < -15$, $15 < \psi_p \leqslant 30$ с шагом $\Delta\psi_p = 5$. При $\psi_p = 0$ в качестве начального приближения использовались выражения $n_+ = n_- = 1 - \xi$, $n_{\rm A} = 1$, $\psi = 0$, являющиеся точными решениями системы в случае $\varkappa \to 0$ и в случае "замороженных" химических реакций (${\rm Dm} = 0$). Те же выражения, за исключением последнего, которое принимало вид $\psi = \psi_p \xi$, применялись для расчета тока при $\psi_p = \pm 1$. Для остальных значений ψ_p начальными приближениями являлись решения, полученные на предыдущем шаге по ψ_p.

При $\alpha \geqslant 1$ значения n_+ находились из (9), n_- — из (10), значения ψ — из (12). При $\alpha < 1$ порядок вычисления изменялся: из уравнения (9) определялась величина ψ, а из уравнения (12) — величина n_+. Расчетный интервал первоначально разбивался на 100 равных отрезков с шагом $h = 0{,}01$. Итерации продолжались до тех пор, пока во всех точках разность искомых величин, полученных в двух последовательных итерациях, по модулю не становилась меньше 10^{-10}. Для обеспечения устойчивости расчета использовался метод последовательной нижней релаксации. При необходимости численные решения, найденные на грубой сетке, уточнялись на сетке с шагом $h/2$ и так далее вплоть до $h/16$ при $\alpha = 10^{-3}$.

Для определения безразмерных токов ионов и электронов на зонд $I_\pm = -n'_\pm\big|_{\xi=1}$ использовались односторонние формулы численного дифференцирования второго порядка точности.

Для контроля используемая методика расчета была опробована для случая ${\rm Dm} = 0$. Расчеты показали, что при $\alpha = 10^{-3}$ необходимо использовать представление $n_- = \tilde n_- + \exp(-\psi)$. Нетрудно показать, что уравнение для $\tilde n_-$ имеет вид (10). Из уравнения (10) следует, что при больших потенциалах зонда ($\psi_p \gg 1$), когда $I_- \to 0$, между концентрацией электронов и потенциалом существует связь $n_- = \exp(-\psi)$. Указанное представление для n_- обеспечивает такую связь при проведении вычислений и играет роль регуляризатора, гарантируя сходимость итерационного процесса к решению системы (9)–(12). Известно, что метод простой итерации иногда дает ложные решения, т. е. процесс может сходиться, но не к решению исходной системы дифференциальных уравнений.

При ${\rm Dm} \neq 0$ в расчетах с граничным условием (6) требуется учитывать соотношение

$$n'_{\rm A} + \varkappa \beta_{\rm A} (n'_+ - n\psi') = 0,$$

которое получается из уравнений (9), (11). Разностный аналог этого соотношения устанавливает связь между искомыми величинами в различных расчетных точках, а его использование обеспечивает сходимость итераций к решению исходной системы дифференциальных уравнений.

Результаты расчетов и их обсуждение. На рис. 1 представлены зондовые характеристики при $\varkappa \to 0$ и ${\rm Dm} = 0{,}1$; $1{,}0$. Видно, что в рассматриваемых случаях, в отличие от случая ${\rm Dm} = 0$, ВАХ являются несимметричными относительно оси $\psi_p = 0$. При ${\rm Dm} = 0$ точке характеристики, в которой безразмерные ионные и электронные токи равны, соответствует значение $\psi_p = 0$, что позволяет использовать ее для определения

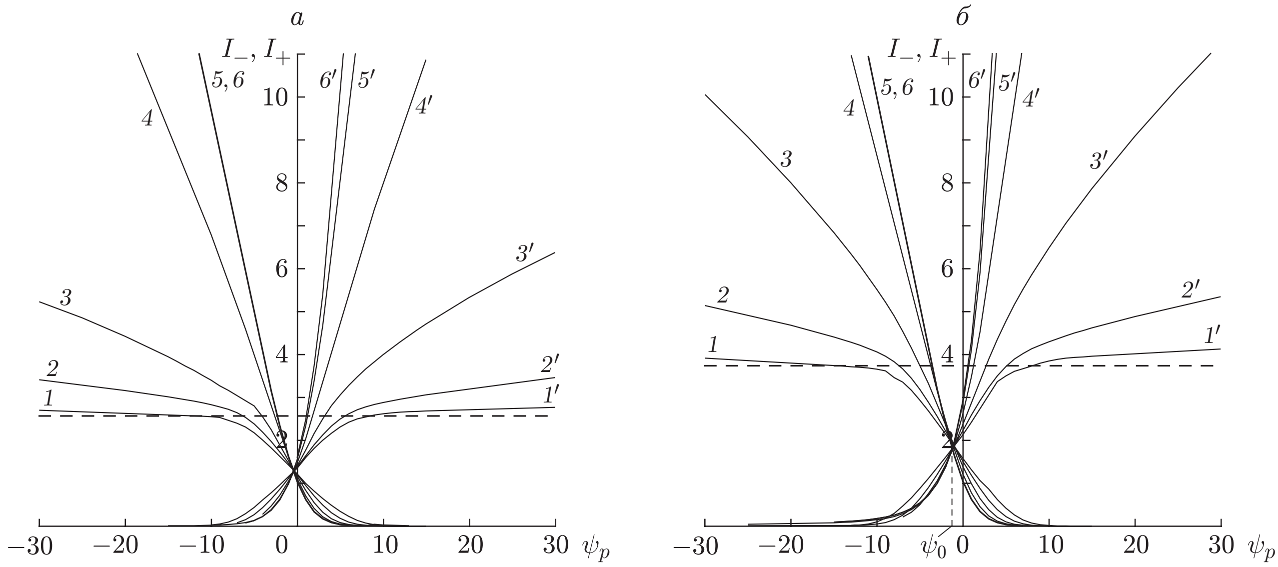

Рис. 1. Вольт-амперные характеристики зонда при $\varkappa \to 0$:
а — Dm = 0,1, *б* — Dm = 1,0; *1–6* — ток электронов, *1′–6′* — ток ионов; *1, 1′* — $\alpha = 0{,}001$, *2, 2′* — $\alpha = 0{,}01$, *3, 3′* — $\alpha = 0{,}1$, *4, 4′* — $\alpha = 1$, *5, 5′* — $\alpha = 10$, *6, 6′* — $\alpha \to \infty$; штриховые линии — ток насыщения

собственного потенциала плазмы. При $\mathrm{Dm} \neq 0$ эта точка смещается в область $\psi_p < 0$ (точка ψ_0 на рис. 1,*б*).

При одном и том же значении α возрастание электронного тока при $\psi_p \to -\infty$ происходит несколько медленнее, чем возрастание ионного при $\psi_p \to +\infty$. Кривые *6, 6′* соответствуют $\alpha \to \infty$, когда распределение потенциала имеет вид $\psi = \psi_p \xi$. При достаточно больших значениях $|\psi_p|$ величина токов на зонд близка к величине токов насыщения, показанных на рис. 1 штриховыми линиями. При увеличении Dm токи насыщения возрастают, однако положение точки, соответствующей началу процесса насыщения токов, практически не меняется: $|\psi_p - \psi_0| \approx 10$.

На рис. 2,*а* приведены ВАХ при $\varkappa = 1$, $\beta_{\mathrm{A}} = 1$, $\mathrm{Dm} = 1$ в случае граничного условия (7). При адсорбции ионов влияние химической реакции на зондовые характеристики меньше, чем в случае предельно малой степени ионизации $\varkappa \to 0$. Происходит снижение уровня токов насыщения, расположение характеристик имеет более симметричный вид. Следует отметить, что при $\alpha = 0{,}1$ с увеличением абсолютной величины потенциала зонда электронный ток растет быстрее, чем ионный (кривые *3, 3′* на рис. 2,*а*).

Наоборот, в случае условия (6) рекомбинации ионов на поверхности зонда и возвращения их в газ в виде атомов (рис. 2,*б*) влияние реакции (1) на ионные ветви характеристик возрастает. При этом положение электронных ветвей, в отличие от случая, когда выполняется условие (7), при $\psi_p < -10$ практически не меняется. Это объясняется тем, что при $\psi_p \to -\infty$ ионный ток $I_+ \to 0$ и условие (6) вырождается в условие (7). Таким образом, уровни ионного и электронного токов насыщения становятся различными. Между тем независимо от граничного условия на поверхности процесс насыщения токов по-прежнему начинается при $|\psi_p - \psi_0| \approx 10$.

На рис. 3 представлены радиальные распределения концентраций ионов n_+ и электронов n_- вокруг зонда. Следует отметить, что значение n_+ превышает соответствующее значение на бесконечности при $\alpha = 10$ (сплошная кривая *3*). Это превышение еще более увеличивается при $\varkappa = 1$ в случае граничного условия (6) (кривая *3′*) и существенно

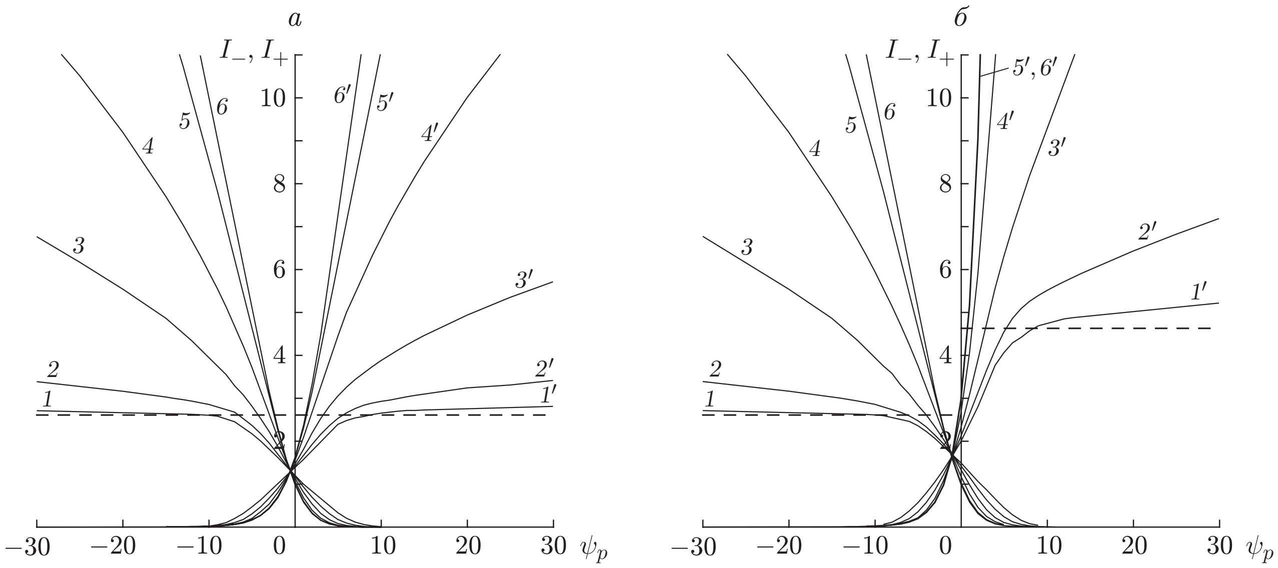

Рис. 2. Вольт-амперные характеристики зонда при $\varkappa = 1$, $\beta_{\rm A} = 1$, $\mathrm{Dm} = 1$:
а — в случае граничного условия (7), *б* — в случае граничного условия (6); обозначения те же, что на рис. 1

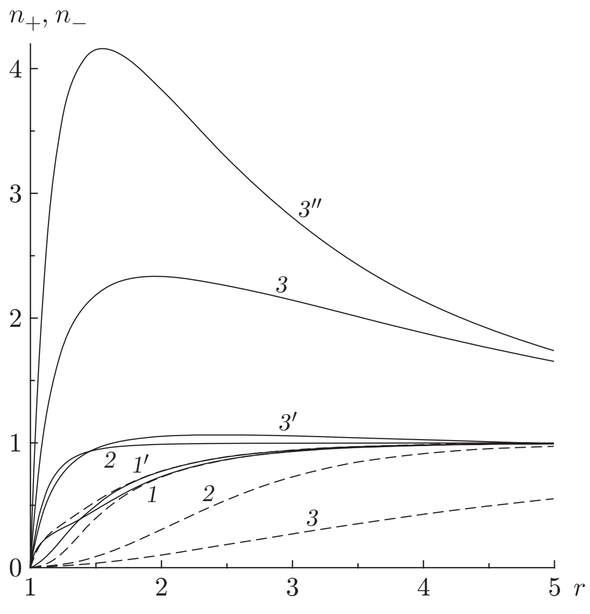

Рис. 3. Радиальные распределения концентраций ионов (сплошные кривые) и электронов (штриховые) вблизи зонда при $\psi_p = 5$:
1 — $\alpha = 0{,}1$, $\varkappa \to 0$; *1′* — $\alpha = 0{,}1$, $\varkappa \to 0$, $\psi_p = -5$; *2* — $\alpha = 1$, $\varkappa \to 0$; *3, 3′, 3″* — $\alpha = 10$ (*3* — $\varkappa \to 0$; *3′* — $\varkappa = 1$, условие (7); *3″* — $\varkappa = 1$, условие (6))

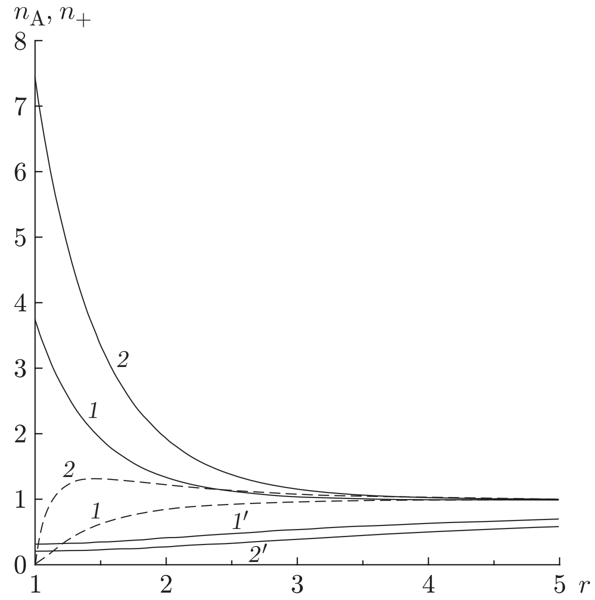

Рис. 4

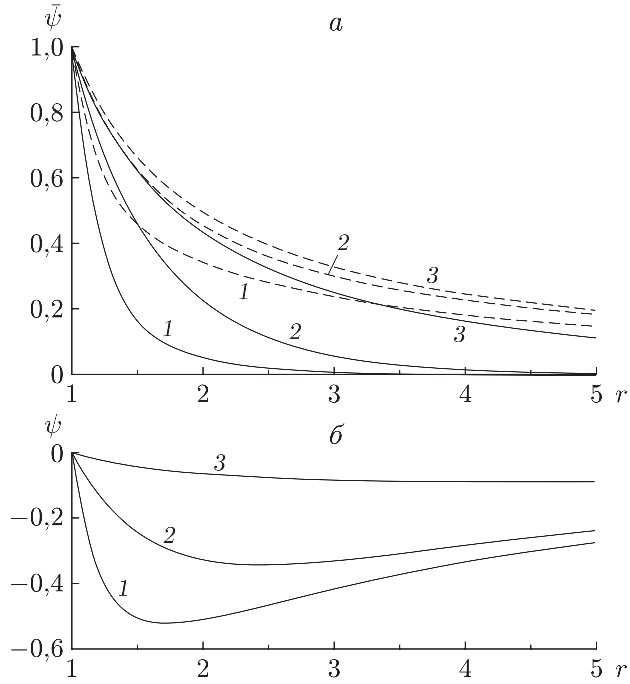

Рис. 5

Рис. 4. Радиальные распределения концентрации атомов (сплошные кривые) и ионов (штриховые):
1, 2 — в случае условия (6), *1′, 2′* — в случае условия (7); *1, 1′* — $\alpha = 0{,}1$, *2, 2′* — $\alpha = 1$

Рис. 5. Радиальные распределения нормированного электрического потенциала $\bar\psi = \psi/\psi_p$ при $\psi_p = 5$ (сплошные кривые), $\psi_p = -5$ (штриховые) (*а*) и распределение $\psi(r)$ при $\psi_p = 0$ (*б*):
1 — $\alpha = 0{,}1$; *2* — $\alpha = 1$; *3* — $\alpha = 10$

уменьшается в случае условия (7) (кривая *3″*). При $\alpha < 10$ влияние граничного условия менее существенно. При $\alpha = 0{,}1$ вблизи зонда образуется слой объемного заряда. При $\psi_p = -5$ этот слой оказывается более тонким, чем при $\psi_p = 5$ (ср. кривые *1′* и *1*).

На рис. 4 приведены радиальные распределения концентрации атомов n_A вокруг зонда. В случае условия (7) концентрация атомов присадки вблизи зонда резко уменьшается, а в случае условия (6) существенно увеличивается. Для условия (6) на рис. 4 представлены также распределения n_+. В этом случае суммарная концентрация атомов и ионов $n_\Sigma = n_A + n_+$ должна быть постоянной по пространственной координате, однако вблизи поверхности зонда $n_\Sigma > 2$. Следует отметить, что это превышение компенсируется значениями $n_\Sigma < 2$ вдали от зонда.

На рис. 5 приведены радиальные распределения потенциала $\bar\psi(r)$ при двух значениях ψ_p. Несмотря на то что при $\psi_p = -5$ слой объемного заряда оказывается более тонким, чем при $\psi_p = 5$ (ср. кривые *1′* и *1* на рис. 4), возмущение потенциала распространяется на бо́льшее расстояние. Из анализа распределения потенциала при $\psi_p = 0$ следует, что в отличие от случая $\mathrm{Dm} = 0$ при $\mathrm{Dm} \neq 0$ имеет место разделение зарядов.

Заключение. Расчеты показали, что учет кинетики ионизации-рекомбинации приводит к нарушению симметрии зондовых характеристик. Точка ψ_0, в которой безразмерные ионные и электронные токи равны, смещается в область $\psi_p < 0$. Токи насыщения возрастают, однако, как и в случае “замороженных” реакций, процесс насыщения зондового тока начинается при $|\psi_p - \psi_0| \approx 10$. Разработанный и опробованный алгоритм позволяет проводить расчет ВАХ в случае охлаждаемого сферического зонда в плазме при наличии химических реакций.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Baum E., Chapkis R. L.** Theory of a spherical electrostatic probe in a continuum gas: an exact solution // AIAA J. 1970. V. 8, N 6. P. 1073–1077.
2. **Ватажин А. Б., Улыбышев К. Е.** Дозвуковое обтекание сферического зонда потоком электрически квазинейтрального слабоионизованного газа // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2006. № 1. С. 68–75.
3. **Бенилов М. С., Тирский Г. А.** О токах насыщения на зонд в плотной плазме // ПМТФ. 1979. № 6. С. 16–24.
4. **Егорова З. М., Кашеваров А. В., Цхай Н. С.** Ионный ток насыщения на электрические зонды в потоках плазмы при малых числах Рейнольдса // ПМТФ. 1990. № 1. С. 159–163.
5. **Егорова З. М., Кашеваров А. В., Цхай Н. С.** Об ионном токе насыщения на электрические зонды в плазме пламени со щелочной присадкой // Теплофизика высоких температур. 1992. Т. 30, № 3. С. 448–456.
6. **Кашеваров А. В.** О влиянии кинетики рекомбинации на ток насыщения зонда Ленгмюра в плазме пламени с присадкой // Теплофизика высоких температур. 1994. Т. 32, № 1. С. 12–15.
7. **Cohen I. M., Schweitzer S.** First-order effects of production on the continuum theory of spherical electrostatic probes // AIAA J. 1968. V. 6, N 2. P. 298–304.
8. **Carrier G. F., Fendell F. E.** Electrostatic probe in a reacting gas // Phys. Fluids. 1970. V. 13, N 12. P. 2966–2982.
9. **Чан П.** Электрические зонды в неподвижной и движущейся плазме / П. Чан, Л. Тэлбот, К. Турян. М.: Мир, 1978.
10. **Кашеваров А. В.** О заряде и потенциале пылевой частицы в плазме при диффузионном режиме зарядки // Теплофизика высоких температур. 2008. Т. 46, № 5. С. 657–663.

Поступила в редакцию 28/IV 2009 г.,
в окончательном варианте — 19/VI 2009 г.