

И. М. Карпова, В. В. Титков

**АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ  
ОДНОВИТКОВОГО БИМЕТАЛЛИЧЕСКОГО СОЛЕНОИДА  
В СИЛЬНОМ ИМПУЛЬСНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ**

Одно из характерных проявлений процесса взаимодействия импульсного электромагнитного поля с проводниками — неравномерный по толщине проводника джоулев нагрев. При разработке электрофизической аппаратуры больших импульсных токов и магнитных полей следует принимать во внимание сильный нагрев поверхности проводящих элементов, возникающий вследствие резкого поверхностного эффекта. Высокая температура нагрева — фактор, ограничивающий эксплуатационные характеристики и возможности электрофизической установки, поскольку заметно ухудшает прочностные свойства проводниковых материалов, что может привести к большим деформациям и разрушению ее проводящих элементов.

К числу элементов мощных импульсных электрофизических установок, подвергающихся наибольшим нагрузкам, относятся одновитковые соленоиды (рис. 1), предназначенные для многократного генерирования импульсов сильного магнитного поля ( $B_m \leq 50$  Тл). Нагрев внутренней поверхности при этом достигает нескольких сотен градусов [1]. Оценкой механических нагрузок, вызванных пондеромоторными силами электромагнитного поля, служит максимальное магнитное давление, равное плотности энергии магнитного поля в рабочем объеме соленоида [2]:

$$(1) \quad P_m = B_m^2 / 2\mu_0$$

( $B_m$  — амплитуда индукции,  $\mu_0$  — магнитная постоянная вакуума). Электродинамические усилия не являются единственной причиной возникновения больших механических напряжений в соленоидах. При неравномерном нагреве проводника, обусловленном резким поверхностным эффектом, возникают термоупругие напряжения, которые определяются величиной и градиентом температурного распределения по его толщине. Поскольку наибольшая температура достигается в конце импульса поля, когда электромагнитные силы пренебрежимо малы, то последними можно пренебречь при рассмотрении максимальных значений температурных напряжений.

Для резкого поверхностного эффекта нетрудно получить аналитические оценки термоупругих напряжений, используя формулы Лоренца для неравномерно нагретого по толщине стенки полого длинного цилиндра со свободными торцами [3]. При этом азимутальное и осевое напряжения на внутренней поверхности цилиндра записываются в виде

$$(2) \quad \sigma_z(R_i) = \sigma_\theta(R_i) = \frac{\beta_0 E}{1 - \nu} \left[ \frac{2}{R_e^2 - R_i^2} \int_{R_i}^{R_e} \Theta r dr - \Theta(R_i) \right],$$

где  $R_i$ ,  $R_e$  — внутренний и внешний радиусы цилиндра;  $\Theta = \Theta(r)$  — распределение температуры по толщине стенки цилиндра;  $\beta_0$  — коэффициент линейного температурного расширения;  $E$  — модуль Юнга;  $\nu$  — коэффициент Пуассона. Для оценки термоупругих напряжений, возникающих в толстостенных ( $R_e \gg R_i$ ) одновитковых соленоидах в режиме резкого поверхностного эффекта, когда  $\Delta \ll R_i$  ( $\Delta$  — глубина проникно-

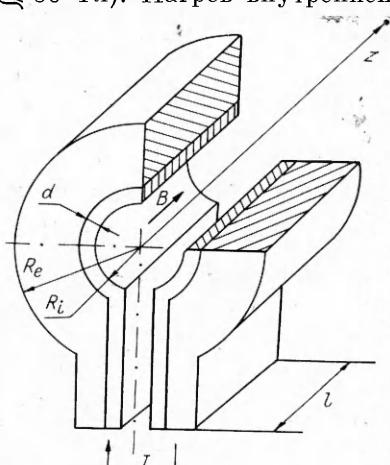


Рис. 1

вения электромагнитного поля в стенку соленоида), можно положить  $R_e = \infty$ , а в качестве распределения температуры взять любую монотонно убывающую функцию, удовлетворяющую условию  $\Theta(\infty) = 0$ , например зависимость

$$(3) \quad \Theta(r) = \Theta_0 \exp(-(r-R_i)/\Delta)$$

( $\Theta_0$  — температура на внутренней поверхности соленоида  $r = R_i$ ). После подстановки (3) в (2) получим

$$(4) \quad \sigma_z(R_i) = \sigma_\theta(R_i) = \sigma_0 = -\beta_0 E \Theta_0 / (1 - v).$$

Для оценки температуры джоулева нагрева внутренней поверхности можно пренебречь процессом теплопередачи, что допустимо при анализе нагрева проводников импульсным током [1]. В рамках принятого для оценок приближения резкого поверхностного эффекта джоулев нагрев внутренней поверхности соленоида можно рассчитать, используя решение уравнения проникновения плоской электромагнитной волны в полубесконечный проводник [2, 4]. При этом объемное теплосодержание на поверхности

$$(5) \quad Q_0 = \alpha B_m^2 / 2\mu_0.$$

Здесь значение безразмерного коэффициента  $\alpha$  зависит от формы импульса и фазы процесса. Например, при действии на поверхности проводника униполярного импульса индукции синусоидальной формы

$$(6) \quad \bar{B}_i(t) = \begin{cases} B_m \sin(2\pi t/T), & t < T/2, \\ 0, & t \geq T/2, \end{cases}$$

при  $t = T/2$   $\alpha = 2,18$ . Для случая часто встречающегося на практике экспоненциально затухающего колебательного импульса

$$(7) \quad B_i(t) = B_0 \sin(2\pi t/T) \exp(-2\delta t/T)$$

( $B_0$  — амплитуда колебаний,  $T$ ,  $\delta$  — период колебаний и коэффициент затухания) при  $t = \infty$ , согласно [4],

$$Q_0 = \alpha B_0^2 / 2\mu_0, \quad \alpha = \frac{\pi}{2\delta} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{1 - (\pi/\delta)^2}{2\pi/\delta} \right).$$

Используя связь  $Q_0 = \gamma c_p \Theta_0$  ( $\gamma$  — плотность,  $c_p$  — удельная теплоемкость) и подставляя (5) в (4), находим

$$(8) \quad \sigma_0 = \beta_0 E \alpha B_m^2 / [2(1 - v) \gamma c_p \mu_0].$$

Значения относительной величины  $\sigma'_0 = |\sigma_0/P_m|$  при  $\alpha = 2,18$  (униполярный импульс) для некоторых металлов приведены в таблице.

Потеря прочности и разрушение металла при многократном нагружении происходят при наличии циклов нагружение — разгрузка, заходящих в область пластических деформаций, и проявляется в зарождении и росте трещин [5, 6]. В рассматриваемом случае такие циклы могут возникать в поверхностном слое соленоида при  $P_m > \sigma_t$  ( $\sigma_t$  — предел текучести), когда в результате действия электромагнитных сил возникают азимутальная деформация растяжения, превосходящая упругий предел, и последующая разгрузка по мере уменьшения индукции в рабочем объеме соленоида. Этот цикл происходит синхронно с изменением магнитного поля на внутренней поверхности соленоида. Циклы второго типа имеют место

после окончания импульса при  $|\sigma_0| > \sigma_t$ , когда в нагретом поверхностном слое возникают пластические деформации сжатия, а при выравнивании распределения температуры и охлаждении происходит разгрузка в упругой области, завершающаяся появлением остаточных растягивающих напряжений и их частичной или полной релаксацией.

Материал	$\sigma'_0$	$B_*, \text{ Тл}$
Медь	2,2	9
Латунь	2,14	16
Твердая бронза	2,12	35
Алюминий	2,86	5
Нержавеющая сталь	1,59	30

[5, 6]. Циклы второго типа опаснее, так как пластические деформации в этом случае знакопеременны [6]. Как следует из таблицы, для большинства металлов термоупругие напряжения более чем вдвое превосходят максимальное магнитное давление  $P_m$ . Поэтому температурные напряжения как причина возникновения пластических деформаций — определяющий фактор.

Используя данные о пределе текучести металлов  $\sigma_t$  и соотношения (1) и (8), можно вычислить предельно допустимое значение амплитуды индукции  $B_*$ , не приводящее к появлению пластических деформаций соленоида:  $B_* = \sqrt{2\sigma_t \mu_0 (1 - v) \gamma c_p / (\beta_0 E \alpha)}$ .

Для униполярного импульса (6), когда  $\alpha = 2,18$ , значения предельной индукции для некоторых металлов приведены в таблице, они несколько ниже магнитного предела прочности, приведенного в [1], поскольку для вычисления последнего использовались значения прочности на разрыв, большие соответствующих  $\sigma_t$ , и значения магнитного давления на поверхности проводника, меньшие абсолютной величины максимального температурного напряжения. Из таблицы видно, что индукция, которую можно многократно без появления пластических деформаций получать в соленоидах из обычных проводниковых материалов, составляет примерно 30 Тл. Увеличения допустимой индукции  $B_*$ , как показывает приведенный выше анализ, можно достичь, если обеспечить более низкую температуру внутренней поверхности соленоида.

Вызванные вихревыми токами резко неоднородные распределения плотности тока и тепловыделения по толщине проводника, приводящие к образованию температурного профиля типа (3), можно в известных пределах выравнивать, применяя неоднородные проводники с убывающей в глубину зависимостью удельного сопротивления. В этом случае процесс протекания импульсного тока отличается тем, что ток меньшее время сосредоточен вблизи поверхности проводника, где удельное сопротивление относительно велико, и переходит в более удаленные от поверхности слои, имеющие лучшую электропроводность. Тем самым достигаются более равномерное распределение плотности тока, тепловыделения и, следовательно, снижение максимальной температуры нагрева проводника импульсным током.

Из анализа режимов проникновения импульсного электромагнитного поля в неоднородные проводники с указанными свойствами видно, что в системе с плавной зависимостью удельного сопротивления  $\rho(x)$  возможно трехкратное снижение максимальной температуры, а в простейшем биметаллическом проводнике, когда удельное сопротивление на поверхности выше, чем в глубине ( $\rho_1 > \rho_2$ ), обеспечивается снижение максимальной температуры на 30 % [7—9]. Естественно, что биметаллический проводник как простейшая система с неоднородной электропроводностью, которая может быть реализована, представляет наибольший интерес для подробного анализа. Цель такого анализа — получение количественных характеристик напряженного состояния биметаллических соленоидов, а также определение предельно допустимых значений индукции магнитного поля, не приводящих к появлению пластических деформаций, т. е. определение возможности биметалла в системах многократной генерации импульсов сильного магнитного поля.

Выравнивание температурных распределений и снижение максимальных температур в биметалле наряду с повышением прочностных характеристик создает условия для уменьшения максимальных термоупругих напряжений. Однако различие в механических характеристиках у компонентов биметаллического проводника может привести и к обратному явлению, когда термоупругие напряжения возрастут. В связи с этим для выбора параметров при оптимизации биметаллического соленоида необходимо проводить подробный анализ его термонапряженного состояния, обусловленного механическим и термическим воздействием импульсного электромагнитного поля. Если пренебречь краевыми эффектами, что допустимо для сравнительно длинных соленоидов ( $l \geq 3R_i$ ), то можно ог-

раничиться одномерной постановкой задачи. Тогда математическая модель может быть сформулирована в виде

$$(9) \quad \frac{\partial B}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{r}{\mu_0} \rho_0(r) (1 + \beta_1(r) Q) \frac{\partial B}{\partial r} \right];$$

$$(10) \quad \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\rho_0(r) [1 + \beta_1(r) Q]}{\mu_0^2} \left( \frac{\partial B}{\partial r} \right)^2;$$

$$(11) \quad \gamma \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial r} (\sigma_r - P_m) + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r}, \quad P_m = B^2 / 2\mu_0;$$

$$(12) \quad \sigma_r = \frac{E(r)}{1 - v^2(r)} \left[ \frac{\partial U}{\partial r} + v(r) \frac{U}{r} - (1 + v(r)) \beta_0(r) Q \right];$$

$$(13) \quad \sigma_\theta = \frac{E(r)}{1 - v^2(r)} \left( \frac{U}{r} + v(r) \frac{\partial U}{\partial r} - (1 + v(r)) \beta_0(r) Q \right),$$

где (9) — уравнение проникновения электромагнитного поля в стенку соленоида; (10) — уравнение нагрева проводника импульсным током; (11)–(13) — уравнения динамической теории упругости. Удельное сопротивление  $\rho_0$ , тепловой коэффициент удельного сопротивления  $\beta_1$ , модуль Юнга  $E$ , коэффициент Пуассона  $v$ , коэффициент линейного теплового расширения  $\beta_0$ , плотность массы  $\gamma$  зависят от  $r$  и характеризуют материал покрытия при  $R_i \leq r \leq R_i + d$  и материал основы при  $r > R_i + d$  ( $R_i$  — внутренний радиус соленоида,  $d$  — толщина покрытия). В результате решения системы (9)–(13) отыскиваются распределения индукции магнитного поля (осевая составляющая)  $B(r, t)$ , объемного теплосодержания  $Q(r, t) = c_p \gamma \Theta$ , температуры  $\Theta(r, t)$ , перемещения  $U(r, t)$ , азимутального и радиального механических напряжений  $\sigma_\theta(r, t)$ ,  $\sigma_r(r, t)$ . Для решения система должна быть замкнута соответствующими граничными условиями, которые для (9) берутся в виде

$$(14) \quad B(R_i, t) = B_i(t)$$

$(B_i(t))$  — заданная функция времени, описывающая импульс магнитного поля в рабочем объеме соленоида,  $B(R_e, t) = 0$  ( $R_e$  — внешний радиус соленоида). Для уравнения (11) граничные условия формулируются как условие на свободной границе  $\sigma_r(R_i) = 0$ , а также жесткого закрепления внешней поверхности соленоида  $U(R_e) = 0$ . Система (9)–(13) достаточно сложна и содержит много параметров. Поэтому для ее решения целесообразно применять численные методы. В данной работе для интегрирования уравнений (9)–(13) использованы неявные разностные схемы с центральными разностями по пространственной переменной, обеспечивающие сильную устойчивость счета при любых шагах по времени  $\Delta t$  [10].

В силу того что система (9)–(13) допускает большое число вариаций входных параметров, описывающих механические, электрические и геометрические свойства моделируемого объекта, получение на базе численных расчетов обобщенных результатов методами теории подобия не представляется возможным. Поэтому целесообразно ограничиться подробным рассмотрением частного примера, характеризующего типичные условия и проблемы, возникающие при разработке устройств для многократной генерации импульсов сильного магнитного поля. В качестве такого примера возьмем соленоид компрессионного нагрева плазмы установки ТЛ-1, предназначенный для создания колебательного затухающего импульса магнитного поля вида (7) с параметрами  $B_m = 37$  Тл,  $T = 60$  мкс,  $\delta = 0,7$  [11, 12]. Основные габаритные размеры соленоида: длина 180 мм, внутренний радиус 55 мм, толщина токоведущей части стенки 15 мм. При использовании в качестве проводникового материала бериллиевой бронзы (БрВе) максимальная температура внутренней поверхности достигает 540 °C (рис. 2).

На рис. 2 приведены расчетные распределения по толщине соленоида температуры (кривые 1, 3) и азимутального напряжения (кривые 2, 4, 5)

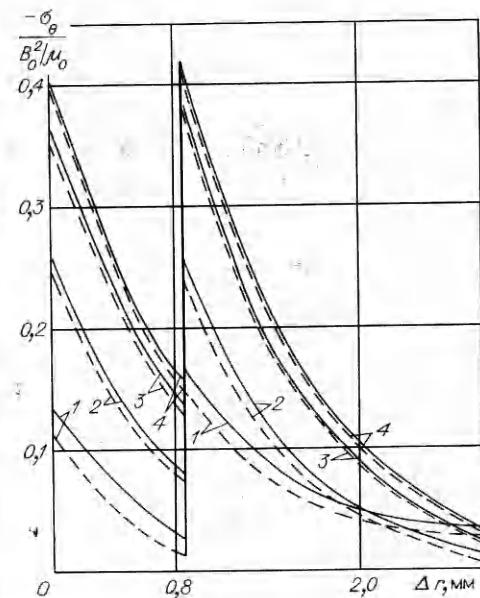
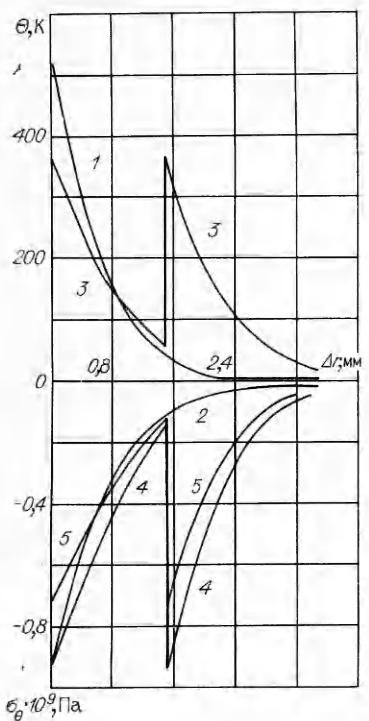


Рис. 3

Рис. 2

в момент времени, соответствующий окончанию действия импульса магнитного поля  $t = T_i = 7T/2$  для однородного бронзового (БрВе) соленоида (линии 1, 2), двухслойного соленоида (нержавеющая сталь — БрВе) при толщине стального покрытия  $d = 1,5$  мм, обеспечивающего наибольшее снижение максимального локального тепловыделения (линии 3, 4), двухслойного соленоида с электрическими характеристиками пары нержавеющая сталь — БрВе и механическими характеристиками покрытия, равными характеристикам основы (БрВе) (линия 5). Сопоставление приведенных на рис. 2 кривых позволяет сделать вывод о том, что использование для компонентов биметалла материалов с близкими механическими свойствами приводит к тому, что толщина слоя покрытия, оптимальная в смысле минимума максимального азимутального напряжения, обеспечивает также и минимум максимальной температуры.

Примером компонентов биметаллического проводника, имеющих близкие механические характеристики, может служить следующая пара металлов. В качестве материала основы — фосфористая бронза с  $\rho_0 = 0,11 \cdot 10^{-6}$  Ом·м,  $\beta_1 = 0,46 \cdot 10^{-9}$  м<sup>3</sup>/Дж,  $\gamma = 8,9 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $E = 0,12 \cdot 10^{12}$  Па,  $\nu = 0,38$ ,  $\beta_0 = 0,52 \cdot 10^{-11}$  м<sup>3</sup>/Дж, а в качестве слоя покрытия, имеющего большее удельное электрическое сопротивление, — нейзильбер (60 % Cu, 15 % Ni, 25 % Zn) с  $\rho_0 = 0,45 \cdot 10^{-6}$  Ом·м,  $\beta_1 = 0,88 \cdot 10^{-10}$  м<sup>3</sup>/Дж,  $\gamma = 8,4 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $E = 0,116 \cdot 10^{12}$  Па,  $\nu = 0,34$ ,  $\beta_0 = 0,59 \cdot 10^{-11}$  м<sup>3</sup>/Дж.

Анализируя напряженное состояние импульсного соленоида, изменение механических напряжений во времени посредством численного решения системы (9)–(13), строго учитывющей возможные механические волновые процессы, целесообразно оценить роль динамических эффектов. С этой целью на рис. 3 (линии 1–4 для  $t = 13, 30, 60, 210$  мкс) даны в сравнении распределения азимутального напряжения в оптимизированном по условию минимума максимальной температуры биметаллическом (нейзильбер — БрР) соленоиде, рассчитанные по динамическому уравнению (11) (штриховые кривые) и по уравнению статической теории упругости (сплошные линии). Поскольку время пробега звуковой волны между стенками соленоида ( $t_n = (R_e - R_i)/c_{\text{зв}} \approx 5$  мкс) невелико в сравнении с характерными временными параметрами импульса магнитного поля, то расчеты по статической теории не приводят к сильным отличиям

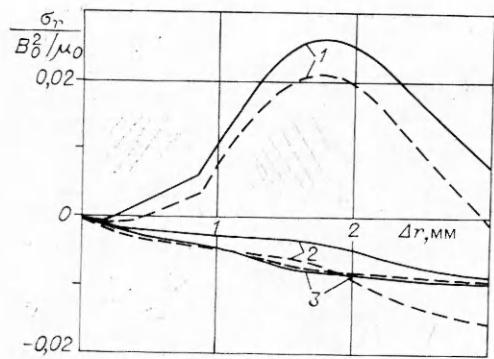


Рис. 4

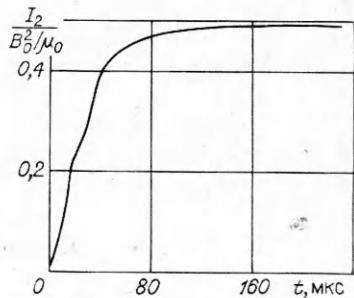


Рис. 5

от результатов строгих расчетов. Аналогичное сопоставление распределений радиального напряжения (рис. 4, где линии 1–3 для  $t = 30, 60, 210 \text{ мкс}$ ) позволяет заключить, что для расчета механических напряжений и анализа предельных параметров соленоида достаточно ограничиться использованием статической теории упругости, поскольку наиболее «тяжелый» режим возникает в конце импульса магнитного поля, когда нагрев соленоида максимальен, а механические напряжения можно считать уставновившимися.

Для количественной оценки предельных режимов соленоида целесообразно ввести в рассмотрение какой-либо критерий. В соответствии со сказанным выше таким критерием может служить условие отсутствия в объеме соленоида пластических деформаций, которое в формулировке Мизеса — Генки имеет вид [13]

$$(15) \quad \sqrt{I_2} < \sigma_t \sqrt{2},$$

где  $I_2 = (\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_r - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_\theta)^2$  — второй инвариант тензора напряжений. Для вычисления  $I_2$  кроме  $\sigma_\theta$  и  $\sigma_r$  необходимо знать осевое напряжение в любой точке  $r$ . Для вычисления  $\sigma_z$ , согласно [3], следует использовать условие равенства нулю полной осевой силы и нормальных  $\sigma_z$  напряжений на свободных торцах соленоида. Тогда нетрудно получить [3]

$$\sigma_z = v(\sigma_r + \sigma_\theta) - \beta_0 EQ + \frac{2}{R_e^2 - R_i^2} \int_{R_i}^{R_e} [v(\sigma_r + \sigma_\theta) - \beta_0 EQ] r dr.$$

Таким образом, условием, обеспечивающим многократное генерирование заданного импульса магнитного поля, будет выполнение неравенства (15) для любого момента времени. Практически (15) следует контролировать после окончания импульса поля при  $t \geq T_u$ , когда  $I_2$  имеет наибольшее значение, что видно из рис. 5, где показана временная зависимость максимального по толщине соленоида значения  $I_2$ , рассчитанного для однородного соленоида (БрВе) при  $B_0 = 30 \text{ Тл}$ . Точка излома кривой рис. 5 отвечает моменту максимума индукции магнитного поля на внутренней поверхности соленоида.

Рассматриваемая математическая модель позволяет не только оптимизировать параметры и сопоставлять варианты исполнения одновитковых импульсных соленоидов, но и при использовании критерия (15) посредством серии численных расчетов определять предельно допустимую амплитуду индукции магнитного поля для импульса заданной формы. Если при этом учесть, что следствием снижения температуры наряду с уменьшением механических напряжений является повышение  $\sigma_t$ , то можно ожидать более значительного эффекта от применения биметаллического проводника для изготовления одновитковых соленоидов. В качестве примера рассмотрим предельное значение амплитуды индукции для соленоида с

приведенными выше параметрами. При анализе условия (15) будем использовать зависимость предела текучести от удельного объемного теплосодержания вида [14]  $\sigma_t = \sigma_{t_0} \exp(-\varepsilon Q)$ .

Поскольку в литературе отсутствуют сколько-нибудь подробные описания температурных зависимостей предела текучести большинства бронз и нейзильбера, то в качестве констант в последней формуле возьмем характерные для твердых бронз значения  $\sigma_{t_0} \approx \cong 10^9$  Па,  $\varepsilon \approx 0,6 \cdot 10^{-9}$  м<sup>3</sup>/Дж [1, 15]. В силу сделанного приближения приводимый ниже анализ не претендует на исчерпывающую точность, однако позволяет сделать количественные оценки эффективности применения биметаллического проводника. Разумеется, пара фосфористая бронза — нейзильбер не является единственной, реализующей эффект снижения температурных напряжений. Очевидно, можно указать и другие металлы с близкими механическими характеристиками и разным значением электропроводности, рассматривая, например, различные марки бронз.

Вводя величину, вычисляемую в момент окончания действия импульса поля  $t = T_i$  как  $R = \{\sigma_t - \sqrt{I_2/2}\}_{\min}$ ,  $r \in (R_i, R_e)$ , можно найти предельно допустимую амплитуду импульса индукции  $B_0 = B_*$ , удовлетворяющую критерию (15), исходя из равенства  $R(B_0) = 0$ . Для этого на рис. 6 построены зависимости  $R(B_0)$  для однородного бронзового соленоида (линия 1) и биметаллического оптимизированного по условию минимума максимального значения  $I_2$  при наибольшем мгновенном значении индукции в рабочем объеме 37 Тл (линия 2). Сопоставление кривых рис. 6 показывает, что предельная амплитуда в биметаллическом соленоиде  $B_{*2}$  в 1,3 раза выше, чем в однородном  $B_{*1}$ . Очевидно, что степень увеличения  $B_*$  в биметаллическом соленоиде по сравнению с однородным во многом определяется скоростью убывания предела текучести с ростом температуры. Минимальный эффект имеет место, когда  $\sigma_t$  не зависит от температуры ( $\varepsilon = 0$ ). В этом случае снижение механических напряжений в 1,3 раза в оптимизированном соленоиде соответствует возрастание допустимой индукции  $B_*$  на 15%.

Приведенный анализ показал преимущества биметаллических соленоидов при использовании их для генерации большого количества импульсов сильного магнитного поля. При этом наибольший эффект достигается в случае, когда механические характеристики, включая предел текучести материалов покрытия и основы, близки между собой. При исследовании возможностей таких соленоидов как источников сильного магнитного поля для генерации ограниченного количества импульсов можно допустить возможность появления малых пластических деформаций, учет которых представляет самостоятельную проблему.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дащук П. Н., Зайениц С. Л., Комельков В. С. и др. Техника больших импульсных токов и магнитных полей.— М.: Атомиздат, 1970.
2. Кнопфель Г. Сверхсильные магнитные поля.— М.: Мир, 1972.
3. Тимошенко С. П., Гудвер Дж. Теория упругости.— М.: Наука, 1979.
4. Шнеерсон Г. А. Поля и переходные процессы в аппаратуре сверхсильных токов.— Л.: Энергоиздат, 1981.
5. Мэнсон С. Температурные напряжения и малоцикловая усталость.— М.: Металлургия, 1971.
6. Степанов В. А., Песчанская Н. Н., Шнейман В. В. Прочность и релаксационные явления в твердых телах.— Л.: Наука, 1984.
7. Farynski A., Karpinski L., Nowak A. Layer conductor of cylindrical symmetry in non-stationary magnetic field. Pt 1 // J. Techn. Phys./Polish Acad. Sci.— 1979.— V. 20, N 2.
8. Фарынски А., Карпински Л., Новак А. Применение сильных магнитных полей для

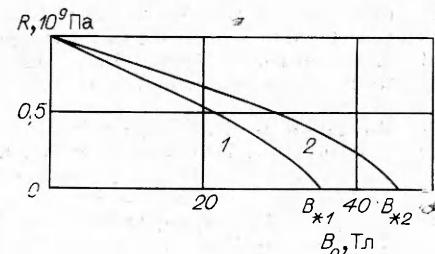


Рис. 6

- ограничения разлета плазмы // Третья междунар. конф. по генерации мегагауссовых полей и родственным экспериментам: Тез. докл.— Новосибирск, 1983.
9. Адамян Ю. Э., Титков В. В., Шнеерсон Г. А. О снижении нагрева проводников в импульсном магнитном поле // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт.— 1984.— № 5.
  10. Калиткин Н. Н. Численные методы.— М.: Наука, 1978.
  11. Еськов А. Г., Куртмулаев Р. Х., Китаев М. И. Система трехмерного сжатия плазмы на установке ТЛ-1 // Сверхсильные магнитные поля. Физика. Техника. Применение.— М.: Наука, 1984.
  12. Еськов А. Г., Куртмулаев Р. Х., Китаев М. И. Оптимизация системы электродинамического разгона и характеристики тяжелой оболочки в термоядерной схеме с квазисферической компресссией «тор — лайнер» // Докл. II Всесоюз. конф. по инженерным проблемам термоядерных реакторов.— Л.: НИИЭФА, 1982.— Т. 1.
  13. Мейз Дж. Теория и задачи механики сплошных сред.— М.: Мир, 1974.
  14. Соколов Л. Д. Сопротивление металлов пластической деформации.— М.: Металлургиздат, 1963.
  15. Таблицы физических величин. Справочник/Под ред. И. К. Кикоина.— М.: Атомиздат, 1976.

г. Ленинград

Поступила 6/I 1988 г.,  
в окончательном варианте — 27/IV 1988 г.

УДК 533.95 : 537.84

B. B. Сурков

## ГЕОМАГНИТНЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ В СЛОИСТОЙ СРЕДЕ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕМ ПРОДОЛЬНОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ

Распространение акустических волн в Земле приводит к возмущениям геомагнитного поля [1—3]. Изучение электромагнитных сигналов дает дополнительную информацию как о сейсмическом источнике, так и о состоянии породы (в частности, ее электропроводности). В теоретических исследованиях в основном рассматриваются магнитные возмущения, обусловленные поверхностными волнами Рэлея, которые имеют наибольшую амплитуду на больших расстояниях от источника [4—7]. Так, в [5] изучалась квазигармоническая волна Рэлея во внешнем магнитном поле, а в [6] — возмущения, вносимые поверхностными волнами, инициированными линейным и точечным источниками.

В данной работе вычисляются магнитные возмущения в окрестности источника продольных сферических волн при любой функции приведенного потенциала упругих смещений. Исследуются различные механизмы появления электромагнитного сигнала. Анализируется влияние диффузии возникающих токов, выделяется слагаемое, описывающее локальные магнитные возмущения вблизи фронта упругой волны.

Рассмотрим однородное упругое пространство с коэффициентом электропроводности  $\sigma_1$  при  $z < 0$  и  $\sigma_2$  при  $z > 0$ . Среда находится в однородном внешнем магнитном поле  $\mathbf{H} = H_0 \mathbf{e}_z$ . В момент времени  $t = 0$  в нижнем

полупространстве возникает сферическая продольная упругая волна, причем источник волны представляет собой сферический излучатель радиуса  $R_0$ , центр которого находится на глубине  $z_0$  (рис. 1).

Вычислим возмущение внешнего магнитного поля, обусловленное движением проводящих слоев среды в упругой волне. Предполагая, что возникающее возмущение мало, т. е.  $\delta\mathbf{H} \equiv \mathbf{H} \ll H_0$ , запишем в квазистационарном приближении уравнения

$$(1) \quad \partial\mathbf{H}/\partial t = \text{rot} [\mathbf{v}\mathbf{H}_0] + D_{1,2}\Delta\mathbf{H}, \quad \text{div}\mathbf{H} = 0, \quad D_{1,2} = (\mu_0\sigma_{1,2})^{-1},$$

где  $D_{1,2}$  — коэффициенты диффузии магнитных возмущений соответственно для нижнего и верхнего полупространства. Поле скоростей  $\mathbf{v}$  считаем известной функцией координат и времени. Учитывая осевую симметрию

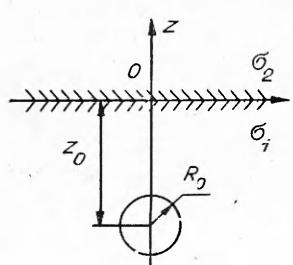


Рис. 1