21. **El Telbany M. M. M., Reynolds A. J.** Turbulence in plane channel flows // J. Fluid Mech.— 1981.— V. 111.— P. 283.
22. **Kim J., Moin P., Moser R.** Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number // J. Fluid Mech.— 1987.— V. 177.— P. 133.

Поступила 26/VIII 1988 г.

УДК 532.525.3—191.44

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ТЕЧЕНИЯ В ЦЕНТРОБЕЖНОЙ ФОРСУНКЕ С ПОМОЩЬЮ ЗАКОНОВ СОХРАНЕНИЯ

Б. А. Луговцов

(Новосибирск)

В настоящее время для расчета основных параметров течения в центробежны форсунках широко применяется предложенный Г. Н. Абрамовичем [1, 2] принци максимального расхода (ПМР). В данной работе показано, что для центробежной фор сунки специальной формы (форсунка с насадком Борда) в рамках модели идеально несжимаемой жидкости основные параметры течения определяются точно с помощы законов сохранения. Сравнение точных результатов с полученными на основе ПМ обнаруживает заметное их различие.

Схема центробежной форсунки и картина течения в ней приведен на рис. 1. Жидкость, протекающая через форсунку, подается в камер закручивания по тангенциальным цилиндрическим каналам радиуса r_0 оси которых смещены относительно оси форсунки, совпадающей с осы z цилиндрической системы координат, на расстояние R_0 и расположены плоскости, перпендикулярной к оси z. Жидкость приобретает осевой мо мент импульса, и возникает интенсивное вращательное движение. На ос форсунки образуется полый вихрь, имеющий радиус R_1 на задней стенк камеры закручивания и радиус R_2 на прямолинейном участке сопла, гд поток выравнивается (осевая компонента скорости не зависит от z). Да ление p на границе полости принимает постоянное значение, которое мож но считать равным нулю. При выходе из сопла (насадка) радиуса R жид кость разлетается, образуя факел распыла с углом α. Фактически пленк жидкости распадается на капли, размер которых в значительной стен ни зависит от толщины слоя жидкости δ на прямолинейном участке сопл: δ определяется коэффициентом заполнения сопла $\delta = R(1 - \sqrt{1 - \varphi}$ $\varphi = 1 - (R_2/R)^2$.

Основные параметры течения в центробежной форсунке, важнейши характеристики форсунки с точки зрения практического использования,- расход при заданном перепаде давления на входе и выходе, определяемь коэффициентом расхода μ, коэффициент заполнения сопла φ, угол ра пыла α.

В центробежных форсунках, используемых на практике, течение перечисленные выше величины существенным образом зависят от вязкос жидкости (необходимо учитывать возможность возникновения турбулен ности).

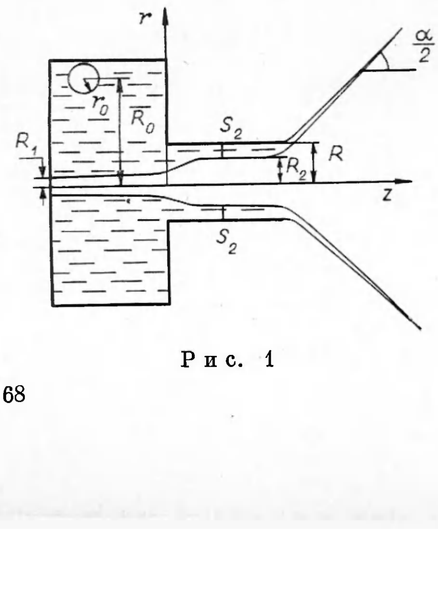

Рис. 1

Тем не менее определенный инт рес представляет изучение течения центробежных форсунках в рамках те рии идеальной несжимаемой жидкост Такое исследование дает основу дл понимания наиболее характерных ос бенностей рассматриваемого явлени позволяет найти в первом приближ нии основные параметры потока и я ляется, по-видимому, необходимым ш гом на пути к созданию достаточ надежных инженерных методов расчета реальных центробежных форсунок. Возможно, что для специально сконструированных (пусть и не используемых на практике) и некоторых реальных моделей центробежных форсунок сравнение результатов теории и эксперимента будет иметь смысл без учета вязкости и турбулентности.

В рамках модели идеальной несжимаемой жидкости установившееся (стационарное) осесимметричное течение с закруткой, каковым в первом приближении можно считать течение в центробежной форсунке, описывается следующим уравнением для функции тока, записанным в цилиндрической системе координат в общепринятых обозначениях [3]:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}-\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}=r^2\frac{dH}{d\psi}-\frac{\Gamma}{4\pi^2}\frac{d\Gamma}{d\psi},\tag{1}$$

где $H(\psi)$ и $\Gamma(\psi)$— произвольные функции от ψ; $H(\psi)$— правая часть интеграла Бернулли, являющегося следствием закона сохранения энергии

$$\frac{1}{2}\left(v_z^2+v_\varphi^2+v_r^2\right)+\frac{p}{\rho}=H(\psi);\tag{2}$$

$\Gamma(\psi)$ — циркуляция скорости по жидкому контуру в форме окружности, имеющей центр на оси z, расположенной в плоскости, перпендикулярной к ней, так что

$$v_\varphi=\Gamma(\psi)/2\pi r.\tag{3}$$

Ясно, что соотношение (3) выражает закон сохранения момента импульса. Для определения функции $\psi(r, z)$ из уравнения (1) необходимо задать вид функций $H(\psi)$ и $\Gamma(\psi)$. Это можно сделать, предполагая, что они известны на входе. Кроме того, необходимо задать соответствующие граничные условия: условие непротекания на твердых стенках, постоянства давления и кинематическое условие на свободной поверхности вихря.

Известно, однако, что в рассматриваемом течении могут возникать застойные зоны с замкнутыми линиями тока, возвратные течения, задание $H(\psi)$ и $\Gamma(\psi)$ в которых требует специального исследования и привлечения дополнительных гипотез. Если такие гипотезы выработаны и $H(\psi)$ и $\Gamma(\psi)$ в указанных областях течения заданы, то для определения течения не требуется больше никаких дополнительных гипотез типа ПМР и т. п. В силу нелинейности уравнения (1) задача и при этих условиях может иметь не единственное решение. В таком случае отбор решений для сопоставления с экспериментом производится на основе дополнительного анализа (исследование устойчивости, смены режимов течения, анализ задачи с начальными условиями и т. д.).

Однако такая программа изучения какой-либо конкретной задачи, за исключением некоторых простейших случаев, чрезвычайно сложна и, например, для течения в центробежной форсунке не была реализована. Вместо этого для расчета параметров течения в центробежной форсунке широко применяется подход, основанный (в рамках модели идеальной несжимаемой жидкости) на использовании законов сохранения и ПМР или других подобного характера принципах).

Теория [1, 2] (позже к аналогичным результатам пришли Дж. Тейлор [4] и многие другие исследователи) исходит из следующих предположений. Величины $H(\psi)$ и $\Gamma(\psi)$ не зависят от ψ и являются постоянными:

$$H(\psi)=p_0/\rho,\ \Gamma(\psi)=\Gamma\tag{4}$$

(p_0 — давление (полный напор) на входе в форсунку). Эти предположения, как нетрудно видеть, отвечают предположению о потенциальности течения.

Отсюда вытекает, что осевая составляющая скорости v_z в сопле на том участке, где поток выравнивается, не зависит от r, т. е. постоянна по сечению потока S_2. Пусть в этом сечении $v_z = w$. Тогда из закона сохранения массы находим расход

$$Q=\pi R^2\varphi w.\tag{5}$$

Закон сохранения энергии или эквивалентный ему интеграл Бернулли (2) с учетом закона сохранения момента импульса (3) дает для свободной поверхности в том же сечении

$$\frac{1}{2}w^2 + \frac{\Gamma^2}{8\pi^2 R^2} = \frac{p_0}{\rho}. \tag{6}$$

Конструкция центробежной форсунки приводит к связи между Г, Q и R:

$$\Gamma = 2AQ/R, \tag{7}$$

где безразмерная величина A — параметр закрутки потока — основная геометрическая характеристика центробежной форсунки, определяема геометрическими параметрами форсунки [1]: $A = R_0R/(nr_0^2)$ (n — числс входных каналов).

Из (5) и (6), учитывая (1), (2), получаем

$$Q = \mu\pi R^2 \sqrt{\frac{2p_0}{\rho}}; \tag{8}$$

$$\mu = \frac{\varphi\sqrt{1-\varphi}}{\sqrt{1-\varphi+A^2\varphi^2}} \tag{9}$$

(μ — коэффициент расхода).

Отсюда видно, что использование трех законов сохранения (массы энергии и момента импульса) не позволяет найти основные параметрь течения, φ остается неопределенной. Использование закона сохранения импульса для форсунки, схема которой приведена на рис. 1, не обеспечи вает замыкания, так как распределение давления на стенках форсунки неизвестно.

Гипотеза ПМР состоит в том, что в сопле центробежной форсунки устанавливается полый вихрь такого радиуса, при котором μ для задан ного напора p_0 принимает максимальное значение, именно эти размерь вихря отвечают устойчивому режиму течения.

Гипотеза приводит к соотношениям, позволяющим найти μ и φ в за висимости от параметра закрутки A:

$$\mu = \frac{\varphi^{3/2}}{\sqrt{2-\varphi}}, \quad A = \frac{\sqrt{2}(1-\varphi)}{\varphi^{3/2}}. \tag{10}$$

Угол распыла α определяется в [1] как среднее значение отношени азимутальной и осевой составляющих скорости по сечению сопла

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\langle v_\varphi\rangle}{w}, \quad \langle v_\varphi\rangle = \frac{\Gamma}{2\pi R}\frac{2R}{R+R_2}, \tag{11}$$

откуда

$$tg\frac{\alpha}{2} = \frac{2A\varphi}{1+\sqrt{1-\varphi}}. \tag{12}$$

Зависимости μ, φ и α от A, построенные с помощью формул (10) и (12) приведены на рис. 2 (штриховые линии).

В [5] по аналогии с течением тяжелой жидкости через водослив был дано истолкование ПМР как условия равенства скорости в сопле центрс бежной форсунки максимальной скорости центробежных волн (длинны волны малой амплитуды, распространяющиеся по поверхности полог потенциального вихря в цилиндрическом канале). Скорость центробеж ных волн на свободной поверхности полого вихря в сопле находится и формулы

$$w_* = \frac{\Gamma}{2\pi R}\sqrt{\frac{R^2-R_2^2}{2}}. \tag{13}$$

Из (5) и (13), учитывая (7), получаем

$$s = \frac{w}{w_*} = \frac{\sqrt{2}}{A}\frac{1-\varphi}{\varphi^{3/2}} \tag{14}$$

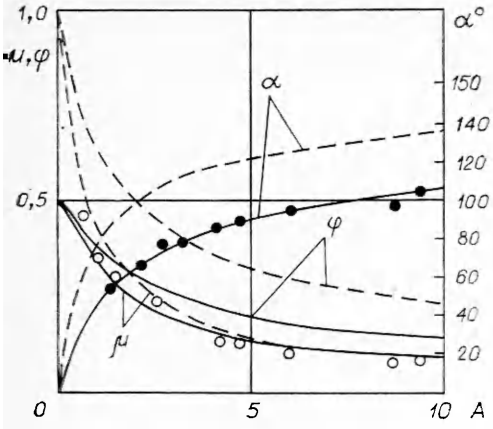

Рис. 2

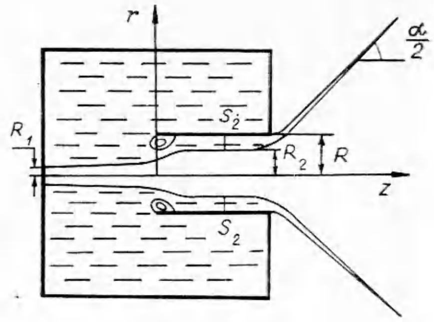

Рис. 3

Таким образом, из ПМР следует, что $s = 1$. Эквивалентность ПМР и требования выполнения условия $s = 1$ рассматриваются как обоснование ПМР.

Аргументы, приводимые в обоснование ПМР, неубедительны. В связи с этим он неоднократно подвергался критике [6, 7], которая, однако, не обладает достаточной убедительностью.

Было бы полезно и поучительно рассмотреть пример (пусть в некотором отношении искусственный) течения, в котором основные параметры определяются точно, и сравнить с решением на основе ПМР. Такой пример приводится ниже.

Возьмем центробежную форсунку с насадком (соплом) Борда (рис. 3). Как известно, специфическая форма насадка Борда в случае истечения струи без закрутки позволяет эффективно использовать закон сохранения импульса и определить площадь сечения вытекающей струи.

Нетрудно видеть, что и для течения с закруткой в центробежной форсунке с насадком Борда закон сохранения импульса позволяет получить замкнутую систему уравнений для определения основных параметров течения без привлечения дополнительных гипотез.

В предельном случае, когда торцевые стенки отодвигаются и радиус камеры увеличивается до бесконечности, полученные результаты являются точными.

Предполагается, что течение жидкости потенциально, за исключением области с замкнутыми линиями тока, возникающей на внутреннем срезе сопла, где структура течения не влияет на дальнейшее рассмотрение.

Применяя закон сохранения импульса к жидкости, ограниченной свободной поверхностью полого вихря, поверхностью S_2, нормальной к оси течения, расположенной в сечении, где поток выравнивается (в пределе на бесконечности), стенками насадка и камеры закручивания, для z-й компоненты потока импульса получаем

$$2\pi \int_{R_1}^{R} p_1(r)\, r dr - 2\pi \int_{R_2}^{R} p_2(r)\, r dr - \rho\pi R^2 \varphi w^2 = 0. \tag{15}$$

Остальные участки поверхности интегрирования не дают вклада (или взаимно уравновешиваются) в рассматриваемую компоненту потока импульса. В пределе имеем

$$p_1(r) = p_0 - \rho\Gamma^2/(8\pi^2 r^2); \tag{16}$$

$$p_2(r) = p_0 - \rho\Gamma^2/(8\pi^2 r^2) - (1/2)\rho w^2. \tag{17}$$

Здесь $p_1(r)$— давление на передней и задней стенках камеры закручивания; $p_2(r)$— давление в сечении S_2. Величина R_1 определяется из условия обращения $p_1(R_1)$ в нуль в силу равенства давления нулю на свободной поверхности, что дает

(18) $$R_1 = \Gamma/2\pi\sqrt{2p_0/\rho}.$$

Выполняя интегрирование в (15) с учетом (16) и (17), находим

(19) $$\frac{1}{2}\left[\frac{\varphi_1}{\mu^2} + A^2\ln(1-\varphi_1)\right] = \frac{1}{\varphi} + \frac{1}{2}A^2\left[\frac{\varphi}{1-\varphi} + \ln(1-\varphi)\right],$$

где $\varphi_1 = 1 - (R_1/R)^2$, а из (18) имеем

(20) $$1 - \varphi_1 = A^2\mu^2.$$

Таким образом, с помощью законов сохранения массы, импульса, момента импульса, энергии и граничного условия (18) получаем замкнутую систему уравнений (9), (19), (20) для определения μ, φ, φ_1.

Решение этой системы удобно представить в форме

(21) $$A^2 = \frac{q(2+\lambda)}{(1-q)(1+\lambda)^2},\quad \lambda = \frac{q\ln q}{1-q},\quad \mu = \frac{1+\lambda}{2+\lambda}\sqrt{1-q},$$
$$\varphi = \frac{1+\lambda}{2+\lambda},\quad \varphi_1 = 1 - \frac{q}{2+\lambda}.$$

Здесь q меняется в пределе $0 < q < 1$. Вычисленные по этим формулам зависимости $\mu(A)$ и $\varphi(A)$ приведены на рис. 2 (сплошные кривые). При изменении A от $A = 0$ до $A \to \infty$ μ и φ монотонно уменьшаются от 1/2 до 0. Угол распыла α также можно найти с помощью закона сохранения импульса. В факеле распыла на больших расстояниях от среза сопла, т. е. при больших r, $v_\varphi \to 0$, поэтому осевая компонента потока импульса I в факеле дается равенством

(22) $$I = \rho Q\sqrt{\frac{2p_0}{\rho}}\cos\frac{\alpha}{2}.$$

С другой стороны, та же компонента потока импульса через поверхность S_2 в сопле есть

(23) $$I = \rho\pi R^2\varphi w^2 + \frac{\rho\Gamma^2}{8\pi}\left[\frac{\varphi}{1-\varphi} + \ln(1-\varphi)\right].$$

Приравнивая (22) и (23), находим

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{1-\varphi}}{\sqrt{1-\varphi+A^2\varphi^2}}\left\{1 + \frac{1}{2}A^2\left[\frac{\varphi^2}{1-\varphi} + \varphi\ln(1-\varphi)\right]\right\}.$$

Зависимость $\alpha(A)$ представлена на рис. 2 (сплошная кривая).

Таким образом, для центробежной форсунки с насадком Борда с помощью законов сохранения удается определить основные параметры течения однозначно, причем для идеальной жидкости в предельном случае эти результаты являются точными и существенно отличаются от полученных на основе ПМР. Как видно на рис. 2, при больших A результаты для μ совпадают. При больших закрутках (больших A) распределение давления на стенках камеры закручивания в центробежных форсунках с обычными соплами будет приближаться к распределению (16), что позволяет и в этом случае использовать закон сохранения импульса (приближенно, с точностью, увеличивающейся с ростом A) и ожидать, что основные параметры течения будут близки к величинам, вычисленным для форсунки с насадком Борда. Конечно, оценка точности приближения, получаемого при таком подходе, требует специального исследования, однако сравнение с экспериментом не лишено смысла, по крайней мере для больших A.

На рис. 2 приведены экспериментальные данные [7] для форсунки с $R = 0{,}35$ см, длиной сопла 0,5 см, $p_0 = 3\cdot 10^6$ Па (светлые кружки соответствуют μ, темные — α). Видно, что для форсунки с такими параметрами экспериментальные точки неплохо согласуются с результатами расчета, полученными в данной работе, однако для форсунок с меньшим R и при меньших p_0 имеется значительное различие, которое, по-видимому, можно объяснить влиянием вязкости.

Величина s, определяемая формулой (14), равная по ПМР единице, меняется при изменении A от $A = 0$ до $A \to \infty$ от $s \to \infty$ до $s = 2$, т. е. поток сверхкритический, что и приводит к указанному выше различию для φ, несмотря на близость значений коэффициентов расхода при больших A.

Таким образом, главное утверждение ПМР, что поток в сопле должен быть точно критическим, не согласуется с точным решением. Это обстоятельство дает основание для сомнения в надежности результатов, получаемых с его помощью.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Абрамович Г. Н.** Теория форсунки с центробежным распылом жидкости.— М.: ЦАГИ, 1943.
2. **Абрамович Г. Н.** Теория центробежной форсунки // Пром. аэродинамика.— М.: ЦАГИ, 1944.
3. **Бэтчелор Дж.** Введение в динамику жидкости.— М.: Мир, 1973.
4. **Taylor G.** The mechanism of swirl atomizers // Proc. 7th Intern. Congr. for Appl. Mech.— L., 1948.— V. 2.
5. **Новиков И. И.** Об одном случае движения несжимаемой жидкости в цилиндрическом канале // Тр. Военно-Морской Академии им. К. Е. Ворошилова.— Л., 1945.
6. **Гольдштик М. А.** Вихревые потоки.— Новосибирск: Наука, 1981.
7. **Хавкин Ю. И.** Центробежные форсунки.— Л.: Машиностроение, 1976.

Поступила 8/VIII 1988 г.

УДК 532.526; 551.465

ДИНАМИКА ОДНОРОДНОГО ТУРБУЛЕНТНОГО СЛОЯ В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

В. Ю. Ляпидевский

(Новосибирск)

При больших числах Рейнольдса течение несжимаемой стратифицированной по плотности жидкости разбивается на области турбулентного движения, перемежающиеся с областями ламинарного течения [1]. Турбулентное течение возникает под воздействием сдвиговой неустойчивости или в результате воздействия граничных условий. Одна из проблем описания таких течений состоит в параметризации процесса вовлечения окружающей жидкости в турбулентный слой [2, 3]. Принципиальный момент здесь — влияние стратификации на скорость вовлечения. В зависимости от соотношения сил плавучести и инерции преобладает тот или иной механизм развития неустойчивости, приводящий к перемешиванию [2]. При этом скорость вовлечения может меняться в десятки раз. Так как заранее неизвестно, в какой области течения реализуется данный тип неустойчивости, то представляет интерес построение модели стратифицированного течения, единообразно описывающей процесс вовлечения.

Один из возможных подходов к решению этой проблемы демонстрируется ниже на примере задачи об эволюции турбулентного слоя в покоящейся жидкости другой плотности. К классу таких течений относятся затопленные струи, гравитационные течения, заглубление верхнего однородного слоя в океане под действием ветра [1]. В построенной модели должны найти отражение такие экспериментально изученные свойства течений, как возможность управления процессом вовлечения изменением условий вниз по потоку, резкое уменьшение скорости вовлечения при переходе от сверхкритического к докритическому течению, а также явление возбуждения коротких внутренних волн на границе турбулентного слоя в течениях со сдвигом скорости [2].

В данной работе эти явления рассматриваются на основе уравнений движения слоя, представляющих собой вариант уравнений «мелкой воды» с учетом перемешивания. Они выведены из законов сохранения аналогично [4]. Скорость вовлечения жидкости в турбулентный слой полагается пропорциональной скорости «больших вихрей», сравнимых по масштабу с толщиной слоя [2, 5]. Анализ бегущих волн рассматриваемой системы показывает, что решения типа солитон или прыжок-волна описывают наблюдаемую в натурных условиях генерацию короткопериодных внутренних волн на гребне более длинных (приливных) волн [6, 7].