

корреляция справедлива для  $p_0 \geq 25$  атм. Уточнение кинетической модели воздуха в области низких давлений торможения, возможно, позволит расширить область применения энтропийной корреляции.

Поступила 10 III 1977

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Агафонов В. П., Вертушкин В. К., Гладков А. А., Полянский О. Ю. Неравновесные физико-химические процессы в аэродинамике. М., «Машиностроение», 1972.
2. Лунев В. В. Гиперзвуковая аэродинамика. М., «Машиностроение», 1975.
3. Ступоченко Е. В., Лосев С. А., Осипов А. П. Релаксационные процессы в ударных волнах. М., «Наука», 1965.
4. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., «Наука», 1966.
5. Бударина М. Ф., Комаров В. Н., Саяпин Г. Н. Расчет неравновесных течений воздуха в соплах.—«Труды ЦАГИ», 1975, вып. 1701.
6. Мартин Д. Вход в атмосферу. М., «Мир», 1969.
7. Гордиец Б.Ф., Мамедов И. С., Осипов А. П., Шеленин Л. А. О распределении колебательной энергии в газовых смесях. Препринт ФИАН СССР № 31, М., 1972.
8. Gilmore F. R., Bauer E., Mc Gowan J. W. A review of atomic and molecular excitation mechanisms in nonequilibrium gases up to 20 000 K.—«J. Quant. Spectr. and Radiat. Transfer», 1969, vol. 9.
9. Эшенредер А. и др. Неравновесное расширение воздуха при наличии химических реакций.—«Вопросы ракетн. техники», 1963, № 2.
10. Стулов В. П., Шкадова В. П. Об одномерном неравновесном течении воздуха.—«Изв. АН СССР. МЖГ», 1968, № 2.
11. Bray K. N. C. Simplified sudden-freezing analysis for nonequilibrium nozzle flows.—«ARS J.», 1961, vol. 31, N 6.
12. Harris C. J. Comment on nonequilibrium effects on high-enthalpy expansion of air.—«AIAA J.», 1966, vol. 4, N 6.

УДК 533.6.011 : 532.72

### ПРИБЛИЖЕННЫЙ РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ В ГОРЛЕ ГИПЕРЗВУКОВОГО СЛЕДА

Л. И. Скурин, А. В. Юрков

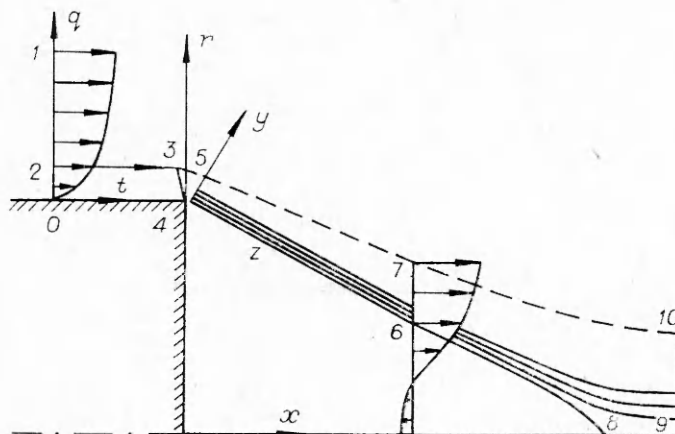
(Ленинград)

1. При движении затупленного тела с большой гиперзвуковой скоростью возмущенная область представляет собой смесь газов, образованных в результате физико-химических превращений. Строгий расчет в этих условиях такой сложной области, как ближний след, представляет существенные трудности.

Ближний след представляет собой сравнительно короткую область, где происходят резкие изменения направлений линий тока газа в условиях существенного влияния вязкости. Поэтому предполагается, что на распределения давления, среднemasсовой скорости и теплосодержания доминирующее влияние оказывают динамические и тепловые эффекты без учета эффектов химических превращений, и проводится расчет ближнего следа в два этапа. На первом этапе рассчитываются распределения давления, скорости и теплосодержания в ближнем следе при замене истинного

потока смеси газов эффективным потоком совершенного газа. На втором этапе рассчитывается вдоль линий (поверхностей) тока состав смеси газов и температура при фиксированных распределениях давления, скорости и теплосодержания (найденных на первом этапе).

При расчете ближнего следа в совершенном газе вводится в рассмотрение три зоны (фиг. 1): зона влияния донного давления вверх по потоку



Ф и г. 1

(заключена между сечениями 0—2 и 3—4), изобарическая зона смешения (между сечениями 4—5 и 6—7) и зона поджатия (между сечениями 6—7 и 9—10). В сечении 0—1 все параметры считаются известными из расчета пограничного слоя на теле.

Зона поджатия рассматривается как область взаимодействия между вязким и невязким потоками. Вязкий поток описывается системой уравнений ламинарного пограничного слоя. Коэффициент динамической вязкости вычисляется по соотношению  $\mu/\mu_e = h/h_e$ , где  $h$  — теплосодержание; индекс  $e$  относится к внешней границе следа. Для расчета используется многомоментный интегральный метод [1]. При этом профили скорости и теплосодержания задаются в виде полиномов второй степени от преобразованной радиальной переменной

$$\xi = \left( \int_0^r \rho r dr / \int_0^\delta \rho r dr \right)^{1/2},$$

где  $\delta$  — радиус следа. Невязкий поток рассчитывается приближенно по соотношениям одномерного изэнтропического движения совершенного газа. Молекулярный вес эффективного потока совершенного газа  $m$  и его показатель адиабаты  $\kappa$  рассчитываются по соотношениям

$$(1.1) \quad m = m_2 = \left( \sum_{i=1}^N \xi_{i2} / m_{i2} \right)^{-1};$$

$$(1.2) \quad \kappa = \left( 1 - \frac{RT_2}{m_2 h_2} \right)^{-1},$$

где  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $T$  — температура (числовой индекс здесь и ниже соответствует номеру точки на фиг. 1). Последнее соотношение получено из условия равенства теплосодержаний эффектив-

ного невязкого потока совершенного газа и смеси газов в точке 2 (определение которой дано ниже).

Для расчета зоны смешения используется приближенное решение системы уравнений изобарического ламинарного слоя смешения, приведенное в [2]. Решения для зон смешения и поджата стыкуются в сечении 6—7 (координаты которого определяются в процессе решения всей задачи) в соответствии с условиями непрерывности в этом сечении полной толщины вязкого слоя и радиальной координаты разделяющей линии тока 4—6—8, всех параметров на внешней границе (в точке 7) и скорости и теплосодержания на разделяющей линии тока (в точке 6).

Начальная толщина слоя смешения определяется из условия равенства толщин вытеснения невозмущенного пограничного слоя и смешения

$$(1.3) \quad \int_{q_0}^{q_1} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_1} \frac{v_t}{v_1}\right) dq = \int_{y_4}^{y_5} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_5} \frac{v_z}{v_5}\right) dy.$$

Точка 2 внутри пограничного слоя определяется из условия равенства потоков массы, проходящих через сечения 0—2 и 4—5:

$$(1.4) \quad \int_{q_0}^{q_2} \rho v_t dq = \int_{y_4}^{y_5} \rho v_z dy.$$

Параметры газа в точке 3 определяются следующим образом. В соответствии с данными работы [3] падение давления в пристенной области вблизи угловой точки таково, что пристенная линия тока достигает в угловой точке звуковой скорости. На основе этого результата и с учетом того обстоятельства, что, как это следует из системы уравнений невязкой области, описывающей течение вблизи угловой точки [3], в этой области

$$\partial p / \partial q = 0,$$

считается, что давление в сечении 3—4 постоянно и перепад давления между сечениями 0—2 и 3—4 равен критическому

$$\frac{p_1}{p_3} = \left(\frac{\kappa + 1}{2}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}.$$

Скорость и теплосодержание в точке 3 рассчитываются по соотношениям изэнтропического движения газа с учетом этого перепада давления.

Единственное решение задачи о ближнем следе выделяется условием прохождения решения через седловую особую точку системы дифференциальных уравнений для зоны поджата.

2. Поля концентраций отдельных компонент и температура смеси газов в вязком ближнем следе рассчитываются вдоль линий тока. При этом поля давления  $p$ , составляющих вектора скорости  $v_x$ ,  $v_r$  и теплосодержания  $h$  считаются заданными. Эти величины берутся из расчета ближнего следа по схеме, описанной в п. 1. Профиль относительной массовой концентрации  $i$ -го компонента в начальном сечении (4—5) изобарической области задается в виде полинома второй степени

$$(2.1) \quad \xi_i(y) = a_i + b_i \sigma + c_i \sigma^2,$$

$$\sigma = \int_0^y \frac{\rho}{\rho_5} dy \bigg/ \int_0^{y_5} \frac{\rho}{\rho_5} dy.$$

Длина зоны влияния донного давления вверх по потоку мала — она составляет лишь несколько толщин пограничного слоя [3]. В области между сечениями 0—2 и 4—5 происходит резкое падение давления от его значения на теле до донного. Поэтому можно считать, что при движении смеси в этой области химические реакции заморожены. В таком случае имеет место равенство потоков числа частиц между этими сечениями

$$(2.2) \quad \int_{q_0}^{q_2} n_i v_i dq = \int_{y_4}^{y_5} n_i v_z dy.$$

Потребовав выполнения равенств  $\xi_{i2} = \xi_{i0}$ ,  $\xi_{i5} = \xi_{i2}$ , с учетом (2.2) имеем три условия для вычисления коэффициентов полиномов (2.1)  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$ . Таким образом, концентрации отдельных компонент в начальном сечении слоя смешения определены. Температура в этом сечении вычисляется по соотношению

$$(2.3) \quad \sum_{i=1}^N h_i(T) \xi_i = h,$$

где  $h_i(T)$  — теплосодержание  $i$ -го компонента.

Первая трубка тока тянется вдоль разделяющей линии тока 4—6—8 и далее вдоль оси следа. Ее толщина определяется условием постоянства массы в трубке тока. Вторая трубка тока тянется вдоль границы первой и т. д.

Вдоль трубок тока интегрируются уравнения сохранения концентраций отдельных компонент

$$\rho_j v_j d\xi_{ij}/dS = W_{ij},$$

где  $j$  — номер трубки тока;  $S$  — координата, отсчитываемая вдоль трубки;  $W_{ij}$  — скорость образования  $i$ -го компонента в результате протекания физико-химических превращений. Величина  $W_i$  рассчитывается по соотношению

$$W_i = m_i \sum_{k=1}^s (v_{ik}^* - v_{ik}) \left[ K_{fk}(T) \prod_{j=1}^N n_j^{y_{jk}} - K_{bk}(T) \prod_{j=1}^N n_j^{y_{jk}^*} \right],$$

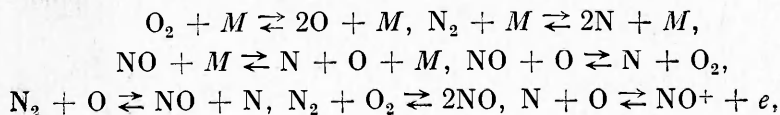
где  $s$  — число реакций;  $v_{ik}$ ,  $v_{ik}^*$  — стехиометрические коэффициенты  $i$ -го компонента в  $k$ -й реакции, идущей соответственно в прямом и обратном направлениях;  $K_{fk}$ ,  $K_{bk}$  — константы скорости прямой и обратной реакций.

Температура рассчитывается по соотношению (2.3), массовая плотность — по уравнению состояния

$$\rho_j = p_j / \left( RT_j \sum_{i=1}^N \xi_{ij}/m_i \right).$$

Расчет проводится до сечения 9—10.

3. Ниже приводятся расчетные данные, относящиеся к двум вариантам движения затупленного конуса в воздухе. В расчет закладывалась следующая система физико-химических процессов:



где  $M$  — третья частица. Константы скоростей этих реакций брались из работы [4].

Параметры пограничного слоя в сечении  $\theta=2$  рассчитываются приближенно по следующей методике.

1. Проводится расчет методом трубок тока [5] невязкого неравновесного обтекания тела.

2. По данным работы [6] вычисляется относительный массовый расход газа

$$Q = \frac{2\pi \int_{q_0}^{q_1} \rho v_i r_4 dq}{\pi r_c^2 \rho_\infty v_\infty},$$

где  $r_c$  — радиус затупления; индекс  $\infty$  относится к параметрам невозмущенного потока.

3. Предполагается, что профиль скорости в пограничном слое на конической поверхности тела описывается функцией Блазиуса

$$(3.1) \quad v_i/v_1 = \varphi'(\eta),$$

где  $\varphi(\eta)$  — решение задачи Блазиуса

$$2\varphi''' + \varphi\varphi'' = 0, \quad \varphi(0) = \varphi'(0) = 0, \quad \varphi'(\infty) = 1,$$

а связь между полным теплосодержанием и скоростью дается интегралом Крокко

$$(3.2) \quad H = (H_1 - H_0) \frac{v_i}{v_1} + H_0, \quad H = h + v_i^2/2,$$

связь между физической координатой  $q$  и блазиусовской  $\eta$  при этих предположениях будет записываться в виде

$$(3.3) \quad \frac{q}{r_4} = \frac{Q\rho_\infty v_\infty}{2\varphi(\eta_1)\rho_1 v_1} \left(\frac{r_c}{r_4}\right)^2 \left\{ (1+d) \left[ \frac{H_0}{H_1} \eta + \left(1 - \frac{H_0}{H_1}\right) \varphi(\eta) \right] - d [\varphi(\eta)\varphi'(\eta) + 2\varphi''(\eta) - 2\varphi''(0)] \right\},$$

где

$$d = \left\{ \left(\frac{v_\infty}{v_1}\right)^2 \left[ \frac{2}{(\alpha_\infty - 1)M_\infty^2} + 1 \right] - 1 \right\}^{-1}.$$

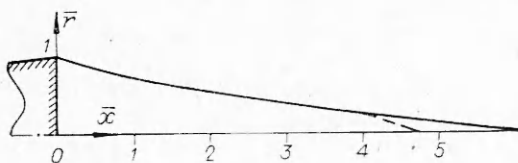
Толщина пограничного слоя рассчитывается по формуле (3.3) при  $\eta = \eta_1 = 5(\varphi(\eta_1) = 3,28, \varphi'(\eta_1) \approx 1, \varphi''(\eta_1) \approx 0)$ .

4. Для оценки концентраций отдельных компонент в точке 2 предполагается, что профили концентрации вблизи стенки линейны. Поперечная производная от концентрации на стенке оценивается из простого решения, приведенного в [7] и справедливого для случая бинарной диффузии и химических реакций:

$$(3.4) \quad \frac{d\xi_i}{d\eta} = \frac{Sm_i^{1/3}}{2,41\sqrt{2}} (\xi_{i1} - \xi_{i0}), \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

$$\xi_i = \frac{Sm_i^{1/3}}{2,41\sqrt{2}} (\xi_{i1} - \xi_{i0}) \eta + \xi_{i0}, \quad \eta \leq 1,5,$$

где  $Sm_i$  — число Шмидта для  $i$ -й компоненты. Все параметры с индексом 1 определяются из расчета невязкого неравновесного обтекания тела



Ф и г. 2

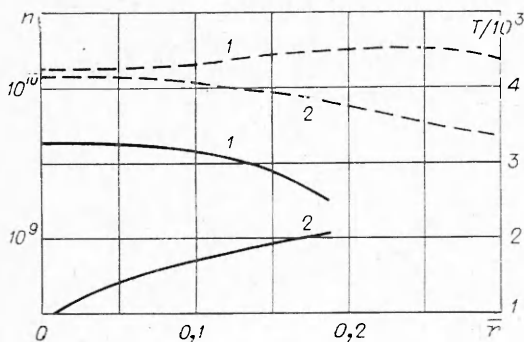
Число Шмидта в расчете принимается равным 0,7 для нейтральных компонент и 0,35 для заряженных.

По соотношениям (1.3), (1.4), (2.3)—(3.4) вычисляются координата точки 2 и значения в этой точке скорости, теплосодержания, температуры и концентраций отдельных компонент. По формулам (1.1), (1.2) вычисляется показатель адиабаты эффективного потока совершенного газа.

В расчетах для простоты след предполагался изоэнергетическим со значением полного теплосодержания  $H_2$ .

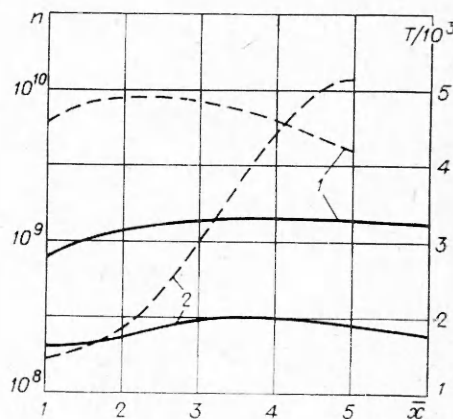
На фиг. 2—4 представлены результаты расчетов параметров за затупленными к сфере конусами с углом полураствора  $10^\circ$ , движущимися в атмосфере Земли на высоте 50 км, с температурой поверхности 1000 К. Сплошные кривые на фиг. 2—4 относятся к случаю  $r_c = 0,7$  м,  $r_4 = 1$  м,  $v_\infty = 5,5$  км/с, штриховые —  $r_c = 0,15$  м,  $r_4 = 0,5$  м,  $v_\infty = 6,5$  км/с. На фиг. 2 показаны разделяющие линии тока. Обозначено  $\bar{x} = x/r_4$ ,  $\bar{r} = r/r_4$ . На фиг. 3 приведены распределения температуры (кривые 1) и плотности электронов (кривые 2) вдоль разделяющей линии тока. На фиг. 4 приведены профили этих же параметров в сечении, содержащем заднюю критическую точку.

Полученные в расчете значения теплосодержания в задней критической точке, отнесенные к полному теплосодержанию набегающего потока, составляют 0,274 и 0,328. Соответствующие значения равновесной температуры равны 2500 и 2950 К, что сильно отличается от данных фиг. 3, 4. Отсюда следует, что учет неравновесности физико-химических процессов в вязком ближнем следе является существенным.



Ф и г. 4

с учетом неоднородности невязкого потока. Таким образом, при таком подходе к расчету концентраций внутри пограничного слоя неравновесность физико-химических превращений учитывается лишь через ее влияние на параметры невязкой области.



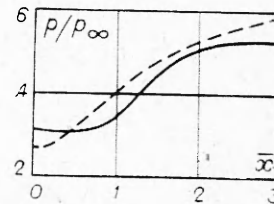
Ф и г. 3

Следовательно, рассмотренный приближенный метод основывается на учете лишь определяющих эффектов, т. е. эффектов вязкости и теплопроводности (п. 1) и неравновесности физико-химических превращений (п. 2). Поскольку в настоящее время отсутствуют опытные данные или данные более точных расчетов по составу смеси газов в ближнем следе,

для обоснования этой методики ограничимся лишь указанием того, что решение динамической задачи согласуется с данными других работ.

Основное отличие рассмотренного в п. 1 метода от методов, изложенных в работах [1, 8], состоит, во-первых, в учете влияния донного давления вверх по течению и, во-вторых, в использовании для определения начальной толщины следа условий (1.3), (1.4). Как показывают расчеты, в случаях затупленных тел и больших чисел Рейнольдса ( $Re_\infty$ ) значения донных давлений оказываются близкими к соответствующим значениям, рассчитанным по методу работы [8], которые, как показано в [8], согласуются с опытными данными. Вместе с тем настоящий метод обладает рядом существенных преимуществ. Не имея возможности подробно остановиться здесь на этом вопросе, отметим лишь, что расчетные значения поглощенной вязким следом массы газа оказываются существенно более низкими, что качественно согласуется с данными более точных расчетов [9], с тем настоящим методом (в отличие от методов [1, 8]) позволяет рассчитывать ближние следы в значительно более широком диапазоне внешних условий и, в частности, в таких трудных случаях, как случай небольших чисел Рейнольдса ( $\sim 10^4$ ) и случай тонких тел, движущихся с гиперзвуковой скоростью.

На фиг. 5 приводится сравнение расчетных распределений давления вдоль следа, полученных в помощью более строгого метода — численного интегрирования полной системы уравнений Навье — Стокса для совершенного газа [10] (сплошная кривая). Расчетные данные относятся к короткому конусу со сферическим затуплением (угол полураствора  $10^\circ$ ), движущемуся при  $M_\infty = 15$ ,  $Re_\infty = 1,3 \cdot 10^4$ . При расчете вышеизложенным методом в начальном сечении  $0-I$  задавались те же условия, что и в [10] (эти данные любезно предоставлены авторам Н. С. Кокошинской). Видно, что расчетные данные достаточно хорошо согласуются между собой.



Ф и г. 5

Поступила 28 II 1977

## ЛИТЕРАТУРА

1. Reeves B. L., Lees L. Theory of laminar near wake of blunt bodies in hypersonic flow. — «AIAA J.», 1965, vol. 3, N 11. Рус. пер. Теория ламинарного ближнего следа за затупленными телами в гиперзвуковом потоке. — «Ракетн. техника и космонавтика», 1965, т. 3, № 11.
2. Скурин Л. П. О расчете ламинарного ближнего следа с массообменом и химическими реакциями. — «Гидроаэромеханика и теория упругости», 1972, вып. 15.
3. Матвеева Н. С., Нейланд В. Я. Ламинарный пограничный слой вблизи угловой точки тела. — «Изв. АН СССР. МЖГ», 1967, № 4.
4. Sand-Wook Kang. Nonequilibrium, ionized hypersonic flow over a blunt body at low Reynolds number. — «AIAA J.», 1970, vol. 8, N 7. Рус. пер. Неравновесное ионизованное гиперзвуковое течение около затупленного тела при низких числах Рейнольдса. — «Ракетн. техника и космонавтика», 1970, т. 8, № 7.
5. Полянский А. Ф., Скурин Л. П. Гиперзвуковой невязкий след в воздухе. — В кн.: Газодинамика и теплообмен. Л., изд. Ленингр. ун-та, 1976, № 5.
6. Blottner. Correlation of the mass flow rate in the laminar boundary layer on a sphere. — «AIAA J.», 1973, vol. 11, N 7. Рус. пер. Соотношение для массового расхода в ламинарном пограничном слое на конфигурации сфера — конус. — «Ракетн. техника и космонавтика», 1973, т. 11, № 7.
7. Дорренс У. Х. Гиперзвуковые течения вязкого газа. М., «Мир», 1966.
8. Скурин Л. П., Юрков А. В. Конвективный тепломассообмен в гиперзвуковом ближнем следе. — В кн.: Тепломассообмен. Т. 1. Минск, 1976.
9. Ohrenberger J. T., Baum E. A theoretical model of the near wake of slender body in supersonic flow. AIAA Paper 70-792, 1970.
10. Кокошинская Н. С. Течение вязкого газа в следе за притупленным телом. — В кн.: Труды V Всесоюзного семинара по численным методам механики вязкой жидкости. Ч. II. Новосибирск, изд. ВЦ СО АН СССР, 1975.