

## ТВЕРДОПЛАМЕННОЕ ГОРЕНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБРАЗЦОВ СО СТУПЕНЧАТО ИЗМЕНЯЮЩИМСЯ ДИАМЕТРОМ

А. В. Писклов, В. Г. Прокофьев, В. К. Смоляков

Томский государственный университет, 634050 Томск, pvg@ftf.tsu.ru

Численно исследовано нестационарное распространение волны безгазового горения в цилиндрическом образце с резко меняющимся диаметром. В зависимости от параметров Зельдовича и Аррениуса рассчитаны значения критического диаметра меньшего цилиндра, поджигающего больший, при которых происходит срыв горения. При диаметре больше критического волна горения переходит в полуограниченный объем реакционной среды. Показано, что критический диаметр является характеристикой реакционной среды.

Ключевые слова: зажигание, твердопламенное горение, критический диаметр образца.

### ВВЕДЕНИЕ

Безгазовое горение образцов сложной формы сопровождается перестройкой структуры волны горения и изменением скорости распространения фронта [1]. В [2] исследован стретч-эффект при твердопламенном горении, вызванный непрерывно меняющимся сечением образца, и введено понятие минимального диаметра зажигания (критического диаметра)  $d_s$ . В качестве такового принято минимальное значение диаметра образца, при котором уже невозможен переход горения из образца в полуограниченное пространство, заполненное той же самой реакционной смесью. Было показано, что критический диаметр является физико-химической характеристикой реакционной среды и не зависит от длины образца и условий зажигания. В цитируемой работе для углов расширения образца, меньших  $\pi/2$ , найдена аналитическая оценка для  $d_s$  в зависимости от параметра Зельдовича  $Ze$ , коэффициента температуропроводности  $a$  и скорости горения образца постоянной формы  $u_0$ :

$$d_s \approx 2eaZe/u_0. \quad (1)$$

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для исследования критических условий перехода волны горения и определения критического диаметра в настоящей работе численно решается задача твердопламенного горения цилиндрического образца с углом расширения образца  $\pi/2$ . Образец (рис. 1) рассматривается как комбинация двух цилиндров разного радиуса, соединенных по торцевой поверхности.

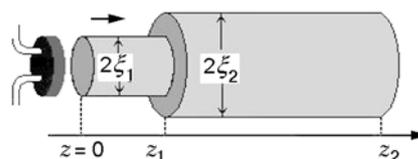


Рис. 1. Схема образца и организации горения

Горение инициируется путем кратковременно-го контакта торцевой поверхности цилиндра меньшего радиуса с накаливаемой поверхностью. После отключения источника внешнего нагрева на этой границе задается адиабатическое условие. Боковая поверхность образца и кольцевая область в точке расширения предполагаются адиабатическими. На правой торцевой поверхности образца  $z = z_2$  задается теплообмен с внешней средой по закону Ньютона. Теплообмен с внешней средой ассоциируется с теплотеплообменом в полуограниченном объеме.

Отметим, что замена внешнего теплообмена на адиабатическое условие для образца конечных размеров приводит к вырождению критических условий и реагированию расширенной части образца в режиме теплового взрыва. Необходимо также сделать следующее замечание. В случае, когда определяемый в модельной задаче критический диаметр в широком диапазоне изменения параметров не зависит от условий зажигания (времени контакта и температуры накаливаемой поверхности), длины образующих цилиндров и коэффициента теплообмена с внешней средой, можно считать, что найденный критический диаметр соответствует иницированию горения в полуограниченном объеме.

ме реакционной среды. Прямое решение задачи о переходе горения в полуограниченный объем трудноосуществимо в связи с большим объемом вычислений и неопределенностью самого критерия воспламенения и горения в полуограниченном объеме реакционной среды.

Записанная в безразмерном виде с использованием традиционных для задач горения масштабов математическая модель твердопламенного горения [3] в двумерной осесимметричной постановке включает: уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \xi \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + (1 - \eta) \exp \frac{\theta}{1 + \text{Ar}\theta}, \quad (2)$$

уравнение химической кинетики

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} = \frac{(1 - \eta)}{\text{Ze}} \exp \frac{\theta}{1 + \text{Ar}\theta}, \quad (3)$$

краевые условия

$$\tau \leq \tau_{ign}: \quad \theta(0, \xi, \tau) = 0, \quad (4)$$

$$\tau > \tau_{ign}: \quad \frac{\partial \theta(0, \xi, \tau)}{\partial z} = 0,$$

$$\xi = \xi_1, \quad 0 < z < z_1: \quad \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = 0, \quad (5)$$

$$\xi = \xi_2, \quad z_1 < z < z_2: \quad \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = 0, \quad (6)$$

$$z = z_1, \quad \xi_1 < \xi < \xi_2: \quad \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0, \quad (7)$$

$$z = z_2: \quad \frac{\partial \theta}{\partial z} + \text{Bi}(\theta + \text{Ze}) = 0, \quad (8)$$

$$\theta(z, \xi, 0) = -\text{Ze}, \quad \eta(z, \xi, 0) = 0. \quad (9)$$

Здесь

$$\text{Ze} = \frac{(T_a - T_0)E}{RT_a^2}, \quad \text{Ar} = \frac{RT_a}{E},$$

$$\theta = \frac{(T - T_a)E}{RT_a^2}, \quad \xi = \frac{r}{r_*}, \quad \xi_i = \frac{r_i}{r_*}, \quad r_* = \sqrt{\frac{\lambda t_*}{c\rho}},$$

$$t_* = \frac{cRT_a^2}{QEk_0} \exp \frac{E}{RT_a}, \quad \text{Bi} = \frac{\alpha r_*}{\lambda}, \quad \tau = \frac{t}{t_*},$$

$$\tau_{ign} = \frac{t_{ign}}{t_*}, \quad z = \frac{x}{r_*}, \quad z_i = \frac{x_i}{r_*}, \quad d_* = \frac{d_s}{r_*},$$

где  $d_s, d_*$  — размерный и безразмерный критический диаметр;  $\text{Ze}$  — параметр Зельдовича;  $\text{Ar}$  — параметр Аррениуса;  $\text{Bi}$  — параметр Био;  $a$  — коэффициент температуропроводности;  $u_0$  — скорость горения образца постоянной формы;  $T, T_a, T_0$  — текущая температура, адиабатическая температура горения, начальная температура;  $\theta$  — безразмерная температура;  $t, \tau$  — размерное и безразмерное время;  $t_{ign}, \tau_{ign}$  — размерное и безразмерное время действия стенки;  $x, r, z, \xi$  — размерные и безразмерные пространственные переменные;  $\eta$  — полнота превращения;  $E, R, Q$  — энергия активации, универсальная газовая постоянная, тепловой эффект реакции;  $\alpha$  — коэффициент теплообмена с внешней средой;  $\lambda, \rho, c$  — коэффициент теплопроводности, плотность и теплоемкость. В качестве масштабной температуры принята адиабатическая температура горения —  $T_a = T_0 + Q/c$ . Размеры цилиндрического образца (см. рис. 1) характеризуются следующими параметрами:  $z_1, \xi_1$  — длина и радиус образца до расширения;  $z_2, \xi_2$  — длина и радиус расширенной части. В качестве температуры накаленной поджигающей поверхности выбрана адиабатическая температура горения. Все расчеты выполнены в области устойчивости плоского фронта горения  $9.1/\text{Ze} - 2.5\text{Ar} > 1$  [3] и для времени внешнего нагрева  $\tau_{ign} = 200$ .

Близкая по математической постановке задача о зажигании конденсированного вещества нагретой инертной частицей рассматривалась в работе [4], в которой выгорание не учитывалось, а в качестве критерия зажигания использовалось условие равенства на контактной поверхности тепловых потоков от частицы и реагирующей среды. Было показано, что время задержки зажигания сильно зависит от начальной температуры и размера частицы. Однако критические условия зажигания в зависимости от указанных параметров исследованы не были.

Уравнение (2) с крайевыми условиями (4)–(9) решалось методом покоординатного расщепления с использованием неявных четырехточечных разностных схем по каждому направлению. Все расчеты выполнены на равномерной сетке с шагом  $h = 0.5$ . Достоверность результатов определялась проведением тестов.

вых вычислений при сгущении узлов разностной сетки.

### РЕЗУЛЬТАТЫ

После зажигания и выгорания части образца малого радиуса начинает формироваться очаг горения в расширенной части. Дальнейшее развитие этого очага ограничено двумя предельными вариантами. В первом случае, когда диаметр малого цилиндра меньше некоторого критического значения, обязательно существует определенное значение радиуса большого цилиндра, начиная с которого переход горения в расширенную часть образца становится невозможным. С течением времени температура сгоревшей части образца падает, стремясь к начальной температуре. Реакционное вещество в расширенной части образца остается непрореагировавшим. Этот вариант развития процесса показан на рис. 2.

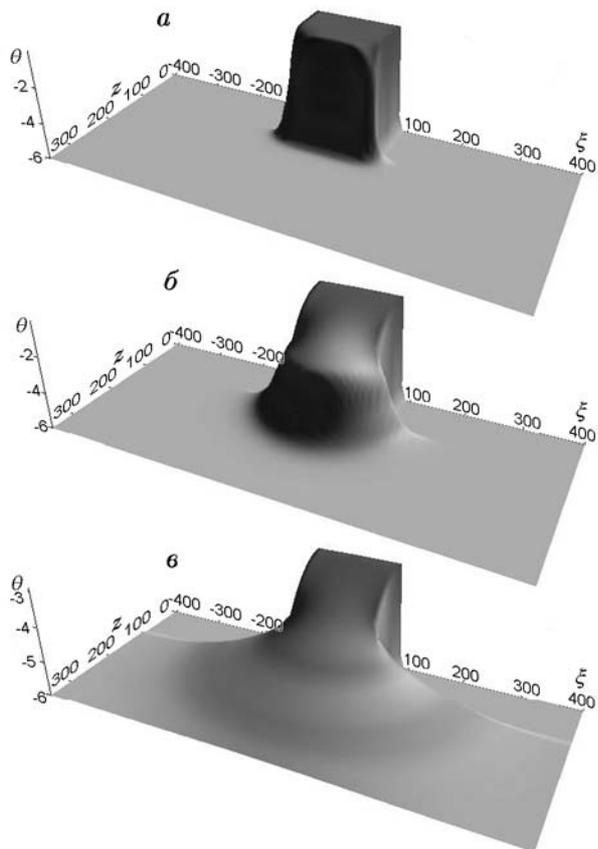


Рис. 2. Изменение поля температур в осевом сечении образца в докритическом режиме:

$Ze = 6$ ,  $Ar = 0.1$ ,  $z_1 = 100$ ,  $z_2 = 450$ ,  $\xi_1 = 84$ ,  $\xi_2 = 400$ ,  $Bi = 0.1$ ;  $a - \tau = 700$ ,  $б - \tau = 1700$ ,  $в - \tau = 1200$

В другом случае, когда радиус малого цилиндра больше некоторого критического значения, горение всегда переходит в расширенную часть образца через определенное время задержки, зависящее от радиуса большого цилиндра. На рис. 3 представлено изменение поля температур в этом случае. Поверхность горения с момента выхода очага горения в расширенную часть образца приобретает форму полусферы (аналитический анализ процесса в [2] выполнен в предположении плоского фронта горения). Радиус  $\xi_1$  определяет радиус очага горения, формирующегося за точкой расширения  $z > z_1$ . Значения  $\xi_1$  на рис. 2 и 3 определяют нижнюю и верхнюю границы критического диаметра  $d_* = 2\xi_{1*} = 170$ . Точность определения  $d_*$  во всех расчетах не превышала 4 %.

Время контакта с поджигающей поверхностью при достаточно больших значениях образующих цилиндров ( $z_1 \geq 100$  и  $z_2 \geq 300$ ) не

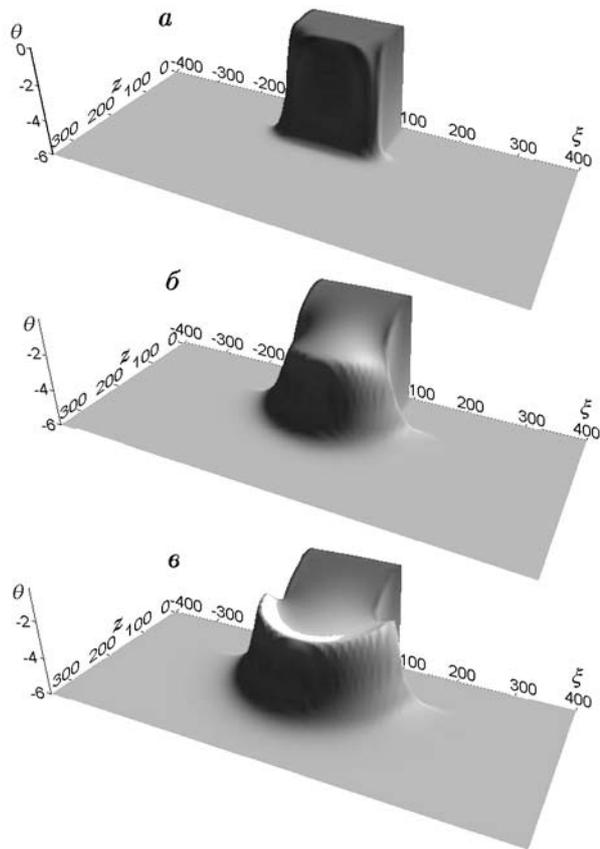


Рис. 3. Изменение поля температур в осевом сечении образца в надкритическом режиме:

$Ze = 6$ ,  $Ar = 0.1$ ,  $z_1 = 100$ ,  $z_2 = 450$ ,  $\xi_1 = 86$ ,  $\xi_2 = 400$ ,  $Bi = 0.1$ ;  $a - \tau = 700$ ,  $б - \tau = 1500$ ,  $в - \tau = 2500$

влияет на критическое значение диаметра. Для значений параметров, соответствующих рис. 3, проводились расчеты с неограниченным временем действия нагревателя:  $\tau_{ign} \rightarrow \infty$ . Найденное при этом значение критического диаметра в пределах точности вычисления  $d_*$  не отличается от полученного при  $\tau_{ign} = 200$ .

Время горения образца  $\tau_b$  складывается из времени горения образца постоянного радиуса (в силу адиабатичности боковой поверхности все равно  $\xi_1$  или  $\xi_2$ ) той же длины ( $\tau_0$ ) и времени перехода волны горения в расширенную часть. Соотношение времен зависит от соотношения радиусов образца ( $\xi_1$  и  $\xi_2$ ) и близости  $\xi_1$  к критическому значению радиуса зажигания  $\xi_{1*}$ . В надкритических условиях  $\xi_1 > \xi_{1*}$ ,  $\xi_2 > \xi_1$  время перехода (задержки)  $\tau_b - \tau_0$  много больше времени горения образца с постоянным радиусом  $\tau_0$ . На рис. 4 представлены зависимости относительного времени горения образца от радиуса расширенной части  $\xi_2$ . При  $\xi_1 > \xi_{1*}$  время горения образца  $\tau_b$  зависит от радиуса большого цилиндра  $\xi_2$  только до значений, сравнимых с длиной расширенной части образца  $z_2 - z_1$  (кривая 3, рис. 4, а). Это связано с фиксацией времени горения образца  $\tau_b$  по моменту выхода фронта горения на «холодную» торцевую поверхность на оси симметрии образца. Поэтому при больших значениях  $\xi_2$  фронт достигает торцевой поверхности раньше, чем боковой поверхности цилиндра. При радиусах малого цилиндра меньше критического ( $\xi_1 < \xi_{1*}$ ) время горения сильно зависит от соотношения радиусов образца (кривая 1, рис. 4). В этой области значений  $\xi_1$  переход волны горения в больший объем ограничен определенным интервалом значений  $\xi_2$ .

Сопоставление значений критических радиусов, полученных по формуле (1) и в настоящей работе, приведено в таблице. Расчет показывает более сильную зависимость критического значения диаметра от числа Зельдовича,

чем это следует из [2]. Толщина прогретого слоя — одна из экспериментально определяемых характеристик волны горения — пропорциональна параметру Зельдовича  $Ze$ . Значения безразмерного критического диаметра (см. таблицу) при  $Ze > 6$  намного превышают толщину прогретого слоя. Определить критиче-

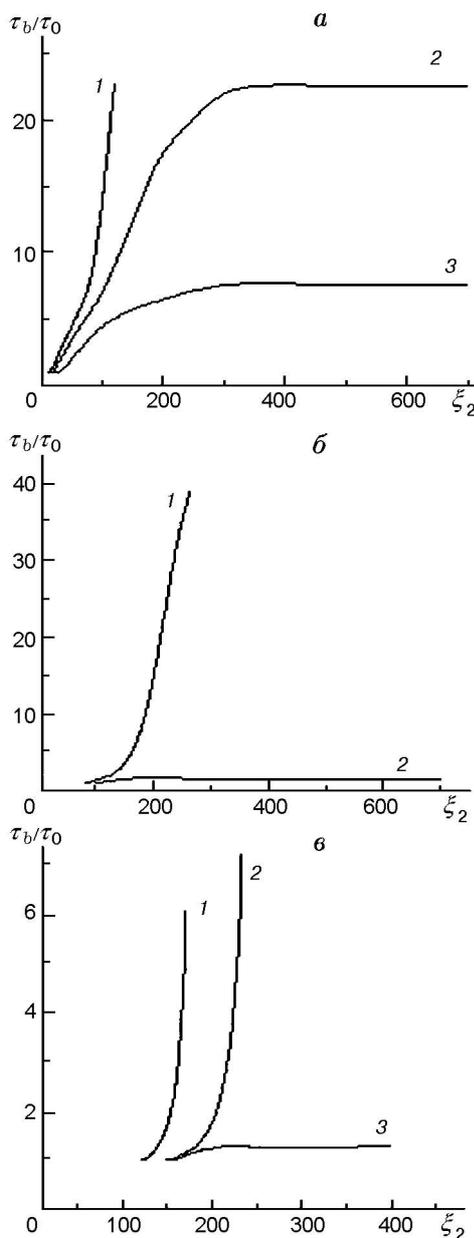


Рис. 4. Зависимость относительного времени горения от радиуса расширения образца  $\xi_2$  (время горения образца при  $\xi_1 = \xi_2$ ):  
 а —  $Ze = 5$ , 1 —  $\xi_1 = 10$ , 2 —  $\xi_1 = 13$ , 3 —  $\xi_1 = 20$ ;  
 б —  $Ze = 6$ , 1 —  $\xi_1 = 80$ , 2 —  $\xi_1 = 100$ ; в —  $Ze = 7$ ,  
 1 —  $\xi_1 = 120$ , 2 —  $\xi_1 = 150$ , 3 —  $\xi_1 = 154$

Критический радиус  $\xi_{1*}$ , рассчитанный при различных значениях параметра Зельдовича

Ze	$\xi_{1*}$		
	Ar = 0.1	Ar = 0.11	Ar = 0 (по формуле (1))
5	13	25	68
6	85	96	98
7	153	168	133

ский диаметр при  $Ag = 0$ , по крайней мере в интервале  $5 \leq Ze \leq 7$  и в области  $\xi_1 > 1$ , не удалось. Образец при  $Bi \leq 1$  реагирует полностью. Возможно, при  $Ag = 0$  наступает вырождение критических условий, что объясняется существенно большим значением константы скорости реакции при низких температурах  $\theta \approx -Ze$  в сравнении со скоростью реакции при  $Ag \geq 0.1$ . Увеличение параметра Аррениуса приводит к более сильной зависимости скорости реакции от температуры и, следовательно, к возрастанию значений критического диаметра.

Апостериори корректность используемого на внешнем торце большого цилиндра граничного условия подтверждает результаты расчетов при варьировании параметра теплообмена с внешней средой  $Bi$ . При длине большого цилиндра, многократно превышающей толщину прогретого слоя  $z_2 - z_1 \geq 300$ , влияние внешнего теплоотвода на критические условия незначительно. Образец сгорает полностью при  $Bi \leq 1$ . При  $Bi \gg 1$  волна горения переходит в расширенную область, но возможно недогорание слоя, прилегающего к «холодной» торцевой поверхности  $z = z_2$ . В расчетах параметр Био варьировался в пределах  $0.1 < Bi < 100$ . Изменение критического диаметра при этом не превышало 6 %.

Вблизи критических условий наблюдается падение температуры горения от адиабатической  $T_a$  до значений, примерно равных  $T_0 + RT_a^2/E$ . В связи с этим значение критического диаметра сильно зависит от параметра Аррениуса (см. таблицу), характеризующего чувствительность скорости химической реакции к изменению температуры и являющегося характеристикой самой реакционной среды.

Кратко подытоживая приведенные результаты, можно заключить, что критический диаметр зажигания, подобно нормальной скорости горения, является характеристикой самой реакционной среды. Наиболее значимые параметры, определяющие значения  $d_*$ , — числа Зельдовича и Аррениуса.

В дальнейшем представляется перспективным проведение экспериментальных исследований на цилиндрических образцах безгазового состава с резко меняющимся диаметром, которые могли бы подтвердить концептуальные положения [1] и полученные в настоящей работе результаты.

Авторы выражают признательность А. П. Алдушину за внимание к работе и ценные замечания.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Алдушин А. П. Масштабный эффект при распространении «твердого пламени» // Концепция развития горения и взрыва как области научно-технического прогресса / Под ред. А. Г. Мержанова. — Черногловка: Изд-во «Территория», 2001. — С. 35–37.
2. Aldushin A. P., Matkowsky B. J. Stretch and compression of solid flames // Intern. J. of SHS. — 1995. — V. 4, N 1. — P. 5–23.
3. Мержанов А. Г. Твердопламенное горение. — Черногловка: Изд-во ИСМАН, 2000.
4. Кузнецов Г. В., Мамонтов Г. Я., Таратушкина Г. В. Численное моделирование зажигания конденсированного вещества нагретой до высокой температуры частицы // Физика горения и взрыва. — 2004. — Т. 40, № 1. — С. 78–85.

*Поступила в редакцию 10/II 2009 г.*