

АЭРОДИНАМИКА ТОРЦЕВОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ В ВИХРЕВОЙ КАМЕРЕ

Э. П. Волчков, С. В. Семенов, В. И. Терехов

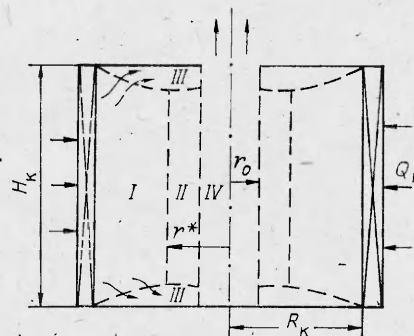
(Новосибирск)

При расчете аэродинамики вихревых устройств в литературе неоднократно упоминалось о необходимости учета течения в пограничных слоях, образующихся на торцевых поверхностях. Однако из-за ограниченности экспериментального материала [1—3], содержащего достоверную информацию о течении в этих пристенных зонах, существующие методы расчета торцевых пограничных слоев недостаточно обоснованы. Спорным остается вопрос о том, какие параметры будут определяющими в формировании торцевого течения. В некоторых работах (например, [4, 5]) вихревые камеры условно подразделяются на короткие и длинные. Однако отсутствует единое мнение о роли торцевых течений в камерах различной длины. Не установлено также, при каких геометрических и расходных параметрах камеры следует считать длинными или короткими.

В данной работе, как и в [1, 5—8], приведено решение уравнений торцевого пограничного слоя интегральными методами, при этом пограничный слой в радиальном направлении рассматривается в виде пристенной затопленной струи. Такое модельное представление позволило использовать закономерности развития пристенных струй [9] и получить достаточно простые соотношения для интегральных параметров, трения, расхода газа через пограничный слой и других характеристик. Приводятся сравнение полученных результатов с имеющимися экспериментальными данными и расчетами других авторов, рассмотрен турбулентный режим течения; результаты расчета ламинарного пограничного слоя приведены в [10].

1. Постановка задачи. Вывод интегральных соотношений импульсов торцевого пограничного слоя. В первых теоретических работах [6, 7] учитывалось взаимодействие закрученного потока с торцевыми стенками в вихревых камерах. В них предполагалось, что пограничный слой на торце в процессе его развития по радиусу камеры можно разбить на две зоны (рис. 1): *I* ($\bar{r}^* \leq \bar{r} \leq 1$) — развивающееся течение, *II* ($\bar{r}_0 \leq \bar{r} \leq \bar{r}^*$) — развитое течение. Здесь $\bar{r}^* = r^*/R_K$ — радиус, ограничивающий область *II*, где весь газ Q_K проходит через торцевые пограничные слои и радиальная компонента скорости в области вне пограничных слоев равна нулю. В [4, 6—8] полагалось также, что течение в ядре потока вихревой камеры невязкое, при котором в зоне *I* вращение газа происходит с сохранением циркуляции $\Gamma_0 = v_0 r = v_K R_K = \text{const}$. В зоне *II* радиальная компонента скорости в ядре течения $u_0 = 0$, а циркуляция потока к центру камеры снижается таким образом, чтобы удовлетворить условию $2Q_T = Q_K$, $2Q_T$ — суммарный объемный расход газа через верхний и нижний торцы камеры. В итоге задача сводится к нахождению значения $\bar{r}^*$ и закона изменения циркуляции в зоне *II*. Следуя [4, 6, 8], используем схему течения, приведенную на рис. 1. Имеющиеся экспериментальные данные [11, 12] показывают, что общая картина течения в зонах *I* и *II* сохраняется при изменении величины радиуса выходного отверстия $\bar{r}_0$. Область *IV*, ограниченная значением радиуса $\bar{r}_0$, безусловно, важна для описания полной аэродинамической картины в камере, однако в данной работе не рассматривается.

Перейдем к анализу пограничных слоев *III*, развивающихся симметрично на нижнем и верхнем торцах камеры. Используя обычные упрощения, запишем уравнения движения и неразрывности для торцевого погра-



Р и с. 1

ничного слоя в цилиндрической системе координат [13]:

$$(1.1) \quad \begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z}, \\ u \frac{\partial v}{\partial r} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{\varphi z}}{\partial z}, \\ \partial p / \partial z &= 0, \quad \partial u / \partial r + u/r + \partial w / \partial z = 0. \end{aligned}$$

Здесь τ — вектор тензора касательных напряжений, равный сумме вязких и турбулентных составляющих; u , v и w — радиальная, тангенциальная и осевая компоненты скорости.

Для течения в невязких областях *I* и *II* из уравнений Навье — Стокса имеем

$$(1.2) \quad \begin{aligned} u_0 \frac{\partial u_0}{\partial r} - \frac{v_0^2}{r} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}, \\ u_0 \partial v_0 / \partial r + u_0 v_0 / r &= 0, \quad \partial p / \partial z = 0, \quad \partial u_0 / \partial r + u_0 / r + \partial w_0 / \partial z = 0. \end{aligned}$$

При этом полагалось, что радиальная u_0 и окружная v_0 компоненты скорости в этих областях не изменяются по высоте камеры. Индекс 0 в (1.2) означает параметры вне торцевого пограничного слоя. Представив второе уравнение системы (1.2) в виде

$$\frac{1}{r} u_0 \frac{\partial \Gamma_0}{\partial r} = 0,$$

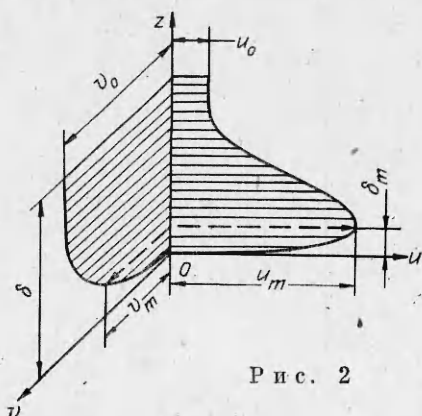
получаем, что при $u_0 \neq 0$ $\Gamma_0 = \Gamma_K = v_K R_K = \text{const}$, т. е. вращение потока вне торцевого слоя в зоне *I* ($r^* < r < 1$) потенциальное (Γ_K — циркуляция на входе в камеру).

В действительности за счет проявления вязкости во вращающемся потоке движение в области вне пограничных слоев происходит с потерей циркуляции:

$$(1.3) \quad \frac{v_0}{v_K} \frac{r^m}{R_K^m} = \bar{v}_0 \bar{r}^m = 1,$$

где v_K — окружная скорость на периферии камеры $r = R_K$; $m < 1$. Этот факт подтверждается результатами опытов по измерению полей тангенциальных скоростей в вихревых камерах [1, 2, 12]. В частности, в [1, 2] установлено, что в зависимости от тангенциального числа Рейнольдса на периферии $Re_K = v_K R_K / \nu$ значения m изменяются в пределах 0,65—0,85, причем большим Re_K соответствует меньшее m и большая потеря циркуляции в камере.

Как показали измерения [1—3], в тангенциальном направлении пограничный слой представляет собой типичный слой сдвига толщиной δ (рис. 2). Профиль скорости радиального течения в торцевом пограничном



Р и с. 2

слое подобен распределению скорости в пристенной струе. Влияние стенки на профиль радиального течения сказывается на слое толщиной δ_m , в котором радиальная скорость возрастает от нуля до максимального значения u_m .

Интегрируя первое уравнение системы (1.1) по толщине пристенного радиального слоя δ_m с использованием уравнения неразрывности для непроницаемой и невращающейся торцевой стенки и с учетом граничных условий $z = 0$: $u = v = w = 0$, $\tau_{rz} = (\tau_{rz})_w$; $z = \delta_m$: $u = u_m$, $\tau_{rz} = 0$,

после преобразований получим интегральное соотношение импульсов в радиальном направлении:

$$(1.4) \quad \frac{1}{r} \frac{d(\text{Re}_r^{**} r)}{dr} + \frac{1}{u_m} \frac{du_m}{dr} \left(1 + \frac{\delta_r^*}{\delta_r^{**}} + \frac{\delta_m}{\delta_r^{**}} \right) - \\ - \text{Re}_r \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{u_m^2} \frac{\int_0^{\delta_m} (1 - \bar{v}^2) dz}{\int_0^{\delta_m} \bar{u} (1 - \bar{u}) dz} - \frac{c_{fr}}{2} \text{Re}_m.$$

Здесь $\bar{u} = u/u_m$, $\bar{v} = v/v_0$ — безразмерные профили радиальной и тангенциальной компонент скорости в пограничном слое;

$$\text{Re}_r^{**} = u_m \delta_r^{**} / \nu; \quad \delta_r^{**} = \int_0^{\delta_m} \bar{u} (1 - \bar{u}) dz; \quad \delta_r^* = \int_0^{\delta_m} (1 - \bar{u}) dz; \\ c_{fr}/2 = (\tau_{rz})_w / \rho u_m^2; \quad \text{Re}_m = u_m R_k / \nu.$$

Таким образом, (1.4) совпадает с аналогичным выражением для пристенных струй [9]. Исключение составляет третий член в левой части уравнения (1.4), обусловленный воздействием центробежных сил на перенос импульса в радиальном направлении. Для тангенциального направления интегральное уравнение может быть получено аналогичным образом. В итоге, интегрируя второе уравнение системы (1.1) по толщине всего пограничного слоя δ (при граничных условиях $z = 0$: $u = v = w = 0$, $\tau_{\varphi z} = (\tau_{\varphi z})_w$; $z = \delta$: $u = w = 0$, $v = v_0$, $\tau_{\varphi z} = 0$), имеем

$$(1.5) \quad \frac{1}{r} \frac{d(\text{Re}_\varphi^{**} r)}{dr} - \text{Re}_\varphi^{**} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{v_0} \frac{\partial \bar{v}_0}{\partial r} \right) \bar{W} = \frac{c_{f\varphi}}{2} \text{Re}_m,$$

где $\bar{v}_0 = v_0/v_k$; $\bar{W} = \left(\int_0^\delta \bar{u} \bar{v} dz \right) / \delta_\varphi^{**}$;

$$\text{Re}_\varphi^{**} = u_m \delta_\varphi^{**} / \nu; \quad \delta_\varphi^{**} = \int_0^\delta \bar{u} (1 - \bar{v}) dz; \quad c_{f\varphi}/2 = (\tau_{\varphi z})_w / \rho v_0 u_m.$$

Число Рейнольдса в (1.5) определено по максимальной радиальной скорости u_m , которая является определяющей в процессе переноса момента количества движения в пограничном слое. Интегральная величина δ_φ^{**} характеризует толщину потери момента количества движения. В частном случае потенциального вращения газа в области вне торцевого слоя ($m = 1$) над неподвижной поверхностью второй член в (1.5) равен нулю и уравнение значительно упрощается.

Очевидно, что уравнения (1.4), (1.5) справедливы как для ламинарного, так и для турбулентного режима обтекания. Для их решения необходимо знать профили окружной и радиальной компонент скорости по высоте торцевого слоя, распределение максимальной скорости по радиусу камеры $u_m = f(r)$, а также законы сопротивления, связывающие коэффициент трения с интегральными параметрами пограничного слоя. Однако расчет значительно упрощается, если принять отношение толщин пограничных слоев постоянным ($\bar{\delta}_m = \delta_m/\delta = \text{const}$) по радиусу торцевой поверхности. Такой подход широко используется при анализе пристенных струй [9, 14, 15]. Как будет показано ниже, результаты расчета слабо зависят от отношения толщин пограничных слоев при изменении его в широких пределах $\delta_m/\delta = 0,05-0,3$. Тогда уравнения (1.4) и (1.5) можно решить независимо друг от друга. Поскольку основная цель — определение толщины пограничного слоя и расхода через него, в данной работе большее внимание уделено решению интегрального соотношения (1.5).

2. Распределение скоростей в торцевом пограничном слое вихревой камеры. В большинстве исследований турбулентных вращающихся пограничных слоев профиль окружной скорости описывается обычной степенной зависимостью

$$(2.1) \quad v/v_0 = \bar{v} = (z/\delta)^n, \quad n = 1/7.$$

В [10] показано, что использование подобной степенной аппроксимации справедливо только при достаточно больших числах Рейнольдса ($Re_R > 10^5$). Проведенный анализ опытных данных показал, что $Re_R > 10^5$ соответствует развитому турбулентному режиму течения в торцевом пограничном слое.

Для описания профиля радиальной скорости, на наш взгляд, эффективным может быть подход, используемый при анализе полуограниченных струй [9, 14]. Пограничный слой разбиваем на две зоны: пристенную часть $0 < z < \delta_m$ (см. рис. 2) с закономерностями пристенной турбулентности $u/u_m = (z/\delta_m)^n$ и струйную часть $\delta_m < z < \delta$, где преобладают процессы струйного смещения. Профиль скорости в струйной зоне описывается формулой Шлихтинга [15]

$$(2.2) \quad \frac{u - u_0}{u_m - u_0} = \left[1 - \left(\frac{z - \delta_m}{\delta - \delta_m} \right)^{1,5} \right]^2.$$

Такая методика, как показывают сопоставления, дает хорошее соответствие с экспериментом для различных случаев взаимодействия струй с поверхностями [9, 10].

Используя профили окружной и радиальной компонент в виде (2.1) и (2.2), найдем величину полной скорости и ее направление в торцевом слое, полагая

$$V_{\Sigma} = \sqrt{u^2 + v^2}, \quad \alpha = \arctg u/v,$$

где α — угол между вектором полной скорости и окружным направлением. В пристенной части пограничного слоя ($z < \delta_m$) его значение постоянно по толщине и равно углу закрутки на стенке

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha_w = \frac{u_m}{v_0} \frac{\bar{u}}{\bar{v}} = \frac{u_m}{v_0} \bar{\delta}_m^{-n}.$$

Величина $\bar{\delta}_m^{-n} = (\delta_m/\delta)^{-n}$ практически постоянна в интервале значений $\delta_m/\delta = 0,05-0,3$, поэтому принимаем

$$(2.3) \quad \operatorname{tg} \alpha_w = 1,4 u_m/v_0.$$

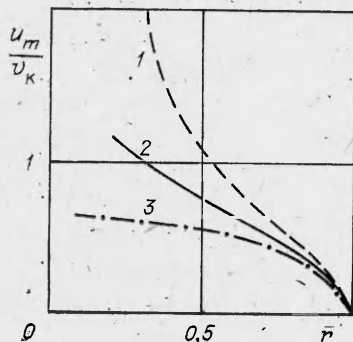
Перейдем к анализу распределения максимального значения радиальной компоненты скорости по радиусу торцевой стенки. Эта зависимость определяется из системы уравнений (1.4), (1.5) и является искомым параметром при решении уравнений пограничного слоя [1, 4-8]. Однако, если воспользоваться методом, подобным предложенному для расчета максимальной скорости в пристенных струях [9, 14], можно получить достаточно простое соотношение для u_m . Запишем уравнение движения в радиальном направлении для $z = \delta_m$, положив в первом приближении $(\partial \tau_{rz}/\partial z)_{z=\delta_m} \rightarrow 0$. Тогда из (1.1) следует

$$(2.4) \quad u_m \frac{\partial u_m}{\partial r} - \frac{v_m^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = u_0 \frac{\partial u_0}{\partial r} - \frac{v_0^2}{r},$$

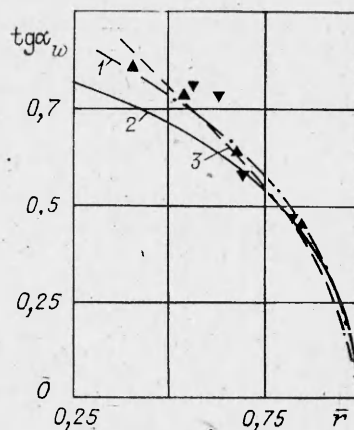
где v_m — окружная скорость в точке $z = \delta_m$. Поскольку $u_0 \ll u_m$, член $u_0 \partial u_0 / \partial r$ в уравнении (2.4) опускается.

Интегрируя (2.4) с учетом (1.3) и граничного условия $u_m = u_R$ при $r = R_R$, получим

$$(2.5) \quad u_m/v_R = [(u_R/v_R)^2 + (1 - \bar{\delta}_m^{2n})(\bar{r}^{-2m} - 1)/m]^{1/2}.$$



Р и с. 3



Р и с. 4

В диапазоне $\bar{\delta}_m = 0,05-0,3$ величина $(1 - \bar{\delta}_m^{2n}) \simeq 0,4$. Тогда

$$(2.6) \quad u_m/v_k = [(u_k/v_k)^2 + 0,4(\bar{r}^{-2m} - 1)/m]^{1/2}.$$

Следует отметить, что формула (2.6) дает результаты, близкие к полученным численным решениям системы (1.4), (1.5).

Для течения в вихревой камере с интенсивной закруткой $u_k \ll v_k$ из (2.6) имеем

$$(2.7) \quad u_m/v_k = \sqrt{0,4(\bar{r}^{-2m} - 1)/m} \text{ при } m \neq 0, u_m/v_k = \sqrt{0,8 \ln(1/\bar{r})} \text{ при } m = 0.$$

На рис. 3 представлено изменение максимального значения радиальной компоненты скорости по радиусу камеры в торцевом пограничном слое, рассчитанное в соответствии с формулой (2.7). Характерно, что закон распределения тангенциальной компоненты скорости вне пограничных слоев сильно сказывается на закономерностях развития радиального течения. Из рис. 3 видно, что наиболее мощное радиальное течение в окрестности торцов имеет место при вращении газа с сохранением циркуляции (кривая 1), течение с постоянной скоростью отражает кривая 2, а с постоянной угловой скоростью — 3.

Используя (2.3) и (2.7), найдем изменение угла закрутки потока на стенке при движении по радиусу торца:

$$(2.8) \quad \operatorname{tg} \alpha_w = \bar{\delta}_m^{-n} \bar{r}^m [0,4(\bar{r}^{-2m} - 1)/m]^{1/2} \text{ при } m \neq 0;$$

$$(2.9) \quad \operatorname{tg} \alpha_w = \bar{\delta}_m^{-n} [0,8 \ln(1/\bar{r})]^{1/2} \text{ при } m = 0;$$

$$(2.10) \quad \operatorname{tg} \alpha_w = 0,83 \sqrt{1 - \bar{r}^2} \text{ при } m = 1.$$

Экспериментальные значения угла закрутки потока на торцевой стенке вихревой камеры [1, 2] практически совпадают с рассчитанными по формуле (2.8) для среднего в опытах значения $m = 0,7$ (рис. 4, линия 1). Здесь же для сравнения линией 2 представлен расчет по формуле (2.10) для течения с постоянной циркуляцией ($m = 1$). Достаточно близкими к экспериментальным и настоящим расчетным данным оказались результаты численного решения [8] (кривая 3). Видно, что угол закрутки потока интенсивно возрастает при движении от периферии камеры к центру, что вызвано увеличением к центру радиального течения по торцу.

3. Законы трения пространственного турбулентного пограничного слоя. При выводе законов трения воспользуемся гипотезой Прандтля для пространственного турбулентного пограничного слоя. Выражение для турбулентного трения имеет вид

$$(3.1) \quad \tau_\Sigma = \sqrt{\tau_{\varphi z}^2 + \tau_{rz}^2} = \rho l (\partial V_\Sigma / \partial z)^2,$$

где $V_{\Sigma} = \sqrt{v^2 + u^2}$ — суммарная скорость в пристенной части пограничного слоя. Угол закрутки потока не изменяется по толщине пристенной зоны $0 < z < \delta_m$, поэтому направления векторов полной скорости и касательного напряжения здесь совпадают. Тогда

$$(3.2) \quad \tau_{\varphi z} = \tau_{\Sigma} \cos \alpha_w, \quad \tau_{rz} = \tau_{\Sigma} \sin \alpha_w.$$

Принимая, что закон трения для полного касательного напряжения в пространственном пограничном слое такой же, как и при обтекании пластины [14], запишем

$$(3.3) \quad (\tau_{\Sigma})_w / \rho V_{\Sigma m}^2 = B/2 (\text{Re}_{\Sigma m}^{**})^{-1/4},$$

где при $\text{Re}_{\Sigma m}^{**} < 10^4$ $B/2 = 0,0128$. При этом необходимо иметь в виду, что характерная скорость в (3.3) — суммарная скорость на границе пристенного слоя ($z = \delta_m$)

$$(3.4) \quad V_{\Sigma m} = \sqrt{u_m^2 + v_m^2} = \delta_m^n v_0 \sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha_w}.$$

Соответственно и число Рейнольдса в (3.3) построено по величине этой скорости:

$$\text{Re}_{\Sigma m}^{**} = V_{\Sigma m} \delta_{\Sigma m}^{**} / \nu, \quad \delta_{\Sigma m}^{**} = \int_0^{\delta_m} V_{\Sigma} / V_{\Sigma m} (1 - V_{\Sigma} / V_{\Sigma m}) dz.$$

Используя (3.2), (3.3), найдем выражения для трения на стенке в тангенциальном

$$(3.5) \quad c_{f\varphi}/2 = (\tau_{\varphi z})_w / \rho u_m v_0 = B/2 (\text{Re}_{\varphi}^{**})^{-1/4} \bar{\delta}_m^{n-1/4} [(1 + \text{tg}^2 \alpha_w) / \text{tg}^2 \alpha_w]^{3/8}$$

и радиальном направлении

$$(3.6) \quad c_{fr}/2 = (\tau_{rz})_w / \rho u_m^2 = B/2 (\text{Re}_r^{**})^{-1/4} [(1 + \text{tg}^2 \alpha_w) / \text{tg}^2 \alpha_w]^{3/8}.$$

Таким образом, полученные соотношения для максимального значения радиальной компоненты скорости (2.7), угла закрутки потока на стенке (2.8)–(2.10) и законы трения (3.5) и (3.6) позволяют решить интегральные уравнения (1.4) и (1.5) для зоны развивающегося течения.

4. Решение интегральных соотношений импульсов. Обсуждение результатов. Используя закон трения в форме (3.5) и распределение скорости вне торцевого слоя (1.3), соотношение (1.5) представим в виде

$$(4.1) \quad \frac{d \text{Re}_{\varphi}^{**}}{d\bar{r}} + \frac{\text{Re}_{\varphi}^{**}}{\bar{r}} [1 - \bar{W} (1 - m)] = \\ = - \frac{B}{2} (\text{Re}_{\varphi}^{**})^{-1/4} \bar{\delta}_m^{2n-1/4} \text{tg}^{1/4} \alpha_w (1 + \text{tg}^2 \alpha_w)^{3/8} \bar{r}^{-m} \text{Re}_K.$$

Здесь $\text{Re}_K = v_K R_K / \nu$ — тангенциальное число Рейнольдса на периферии камеры.

Вначале проведены расчеты относительного значения толщины потери потока момента импульса $\delta_{\varphi}^{**} / \delta$, интегрального параметра $\bar{W}$ и параметра $C = \left(\int_0^{\delta} u dz \right) / \delta_{\varphi}^{**}$, характеризующего расход газа через торцевой слой. Результаты расчетов в интервале $\bar{\delta}_m = 0,05$ – $0,3$, охватывающие диапазон экспериментальных значений, представлены в таблице. Слабая зависимость интегральных параметров от $\bar{\delta}_m$ значительно упрощает дальнейший анализ. Поэтому, как указывалось выше, уравнение (4.1) можно решить независимо от интегрального соотношения импульсов в радиальном направлении (1.4).

$\bar{\delta}_m$	$\delta_{\varphi}^{**}/\delta$	c	$\bar{W}$	$\bar{\delta}_m$	$\delta_{\varphi}^{**}/\delta$	c	$\bar{W}$
0,05	0,092	5,147	4,150	0,2	0,095	5,620	4,618
0,1	0,093	5,302	4,305	0,25	0,096	5,779	4,780
0,15	0,094	5,465	4,46	0,3	0,097	5,942	4,947

С учетом выражения для угла закрутки потока на стенке (2.8) запишем (4.1) как

$$(4.2) \quad \frac{d \operatorname{Re}_{\varphi}^{**}}{d\bar{r}} + \frac{\operatorname{Re}_{\varphi}^{**}}{\bar{r}} [1 - \bar{W}(1 - m)] = -\frac{B}{2} (\operatorname{Re}_{\varphi}^{**})^{-1/4} \bar{\delta}_m^{2n-1/4} (\bar{\delta}_m^{2n} - 1)^{1/8} \bar{r}^{-(m+1/4)} \operatorname{Re}_K M(\bar{r}),$$

$$\text{где } M(\bar{r}) = \left\{ \left[1 + \frac{1 - \bar{\delta}_m^{2n}}{m \bar{\delta}_m^{2n}} (1 - \bar{r}^{2m}) \right]^3 \bar{r}^2 (1 - \bar{r}^{2m}) / m \right\}^{1/8}.$$

Анализ показал, что комплекс $M(\bar{r})$ весьма слабо изменяется по радиусу и в диапазоне $0,7 < m < 1$ можно принять $M(\bar{r}) \simeq 0,85$. Уравнение (4.2) при граничном условии $\bar{r} = 1$, $\operatorname{Re}_{\varphi}^{**} = 0$ имеет аналитическое решение

$$(4.3) \quad \operatorname{Re}_{\varphi}^{**} = \left[\frac{1,25A \operatorname{Re}_K}{N - m + 0,75} \frac{(1 - \bar{r})^{N-m+0,75}}{\bar{r}N} \right]^{0,8},$$

$$N = 1,25 [1 - \bar{W}(1 - m)],$$

$$A = B/2 \bar{\delta}_m^{2n-1/4} (\bar{\delta}_m^{2n} - 1) M(\bar{r}) \simeq 0,1.$$

При вращении газа с сохранением циркуляции вне пограничных слоев ($m = 1$) (4.3) значительно упрощается:

$$(4.4) \quad \operatorname{Re}_{\varphi}^{**} = 0,03 \frac{(1 - \bar{r})^{0,8}}{\bar{r}} \operatorname{Re}_K^{0,8}.$$

Проведенное сравнение полученных аналитических формул (4.3) и (4.4) с численным решением уравнения (4.1) методом Рунге — Кутты свидетельствует о хорошем соответствии результатов. Дальнейший анализ с целью упрощения и наглядности будем проводить для потенциального течения в области вне пограничных слоев.

На рис. 5 представлено изменение $\operatorname{Re}_{\varphi}^{**}$ по радиусу торца при потенциальном течении газа в ядре потока ($\operatorname{Re}_K = 1,3 \cdot 10^5$). Видно, что расчет по формуле (4.4) (линия 1) хорошо описывает эксперимент [1, 2]. При этом необходимо иметь в виду, что формула (4.4) справедлива только для зоны развивающегося течения, внутренний радиус которой $\bar{r}^* \simeq 0,6$ для опытов, приведенных на рис. 5, где линия 2 — расчет для развитой зоны течения по формуле (4.11).

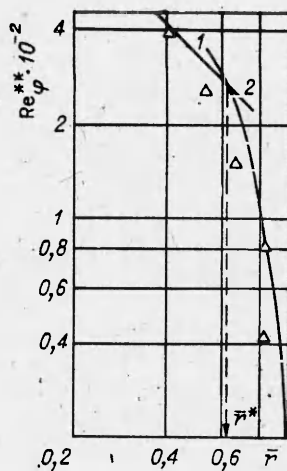
Из соотношения (4.4) найдем выражение для толщины потери импульса в тангенциальном направлении

$$(4.5) \quad \delta_{\varphi}^{**} = 0,0475 \frac{(1 - \bar{r})^{0,3}}{(1 + \bar{r})^{0,5}} \operatorname{Re}_K^{-0,2} R_K$$

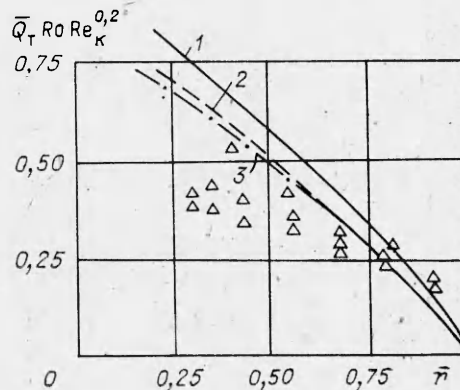
и соответственно для толщины торцевого пограничного слоя, используя при этом данные таблицы:

$$(4.6) \quad \delta = 0,512 \frac{(1 - \bar{r})^{0,3}}{(1 + \bar{r})^{0,5}} \operatorname{Re}_K^{-0,2} R_K.$$

Согласно выражению (4.6), толщина торцевого пограничного слоя слабо зависит от Re_K и линейно возрастает с увеличением радиуса камеры. Оп-



Р и с. 5



Р и с. 6

ределим объемный расход газа, переносимый в радиальном направлении пограничным слоем на одном из торцов. С учетом выражения для интегрального параметра C имеем

$$(4.7) \quad Q_T = 2\pi r \int_0^{\delta} u dz = 2\pi r C Re_{\phi}^{**} Re_K^{-1} \Gamma_K R_K.$$

Принимая во внимание (4.4) и положив, согласно данным таблицы, $C = 5,4$, получим

$$(4.8) \quad Q_T \simeq (1 - \bar{r})^{0.8} \Gamma_K Re_K^{-0.2} R_K.$$

Отнеся расход через торцевой пограничный слой к расходу всего газа, подаваемого в камеру, найдем

$$(4.9) \quad \bar{Q}_T = Q_T/Q_K = (1 - \bar{r})^{0.8} Re_K^{-0.2} Ro^{-1}.$$

Здесь $Ro = Q_K/\Gamma_K R_K$ — число Россби, характеризующее интенсивность закрутки на входе в вихревую камеру.

На рис. 6 приведены результаты расчетов изменения расхода газа по радиусу камеры через торцевой пограничный слой. Расчеты по формуле (4.9) (кривая 1), данные численных расчетов [1, 8] (кривые 2 и 3 соответственно) дают достаточно близкие между собой результаты; отклонение опытных данных [1—3] от расчета объясняется непотенциальностью течения, имеющегося в экспериментах.

Из (4.9) определим значение радиуса $\bar{r}^*$, начиная с которого весь газ входит в пограничные слои на верхнем и нижнем торцах, т. е. $\bar{Q}_T = 0,5$:

$$(4.10) \quad \bar{r}^* = 1 - 0,42 Re_K^{0.25} Ro^{1.25}.$$

Рассмотрим область развитого течения пограничного слоя ($\bar{r}_0 < \bar{r} < \bar{r}^*$), где зона вне торцевых слоев непроточная в радиальном направлении, т. е. $u_0 = 0$. Из (4.7) можно получить, что Re_{ϕ}^{**} в этой области обратно пропорционально радиусу:

$$(4.11) \quad Re_{\phi}^{**} = Re_K Ro / 4\pi C \bar{r} = 0,0147 Re_K Ro / \bar{r}.$$

Характер изменения чисел Рейнольдса в зонах I и II (см. рис. 1) различен, что объясняется особенностями формирования пограничных слоев в этих областях.

Распределение циркуляций по радиусу непроточной зоны II, а также радиальных скоростей, толщины пограничного слоя и других характе-

ристик находится из совместного решения (1.5) и (4.11). Полагая, что в этой зоне окружная скорость изменяется по закону $v_0 \bar{r}^{m(r)} = 1$, из (1.5) и (4.11) получим

$$(4.12) \quad \frac{dm}{d\bar{r}} \ln \bar{r} = \frac{1-m}{\bar{r}} - 0,5 \bar{r}^{1,25-m} [1 + 0,69 (1 - \bar{r}^{2m})/m]^{3/8} \times \\ \times [(1 - \bar{r}^{2m})/m]^{1/8} \text{Re}_K^{-0,25} \text{Ro}^{-1,25}.$$

В качестве граничного условия принимается $m = 1$ при $\bar{r} = \bar{r}^*$. Уравнение (4.12) численно решалось в диапазоне изменения комплекса $\text{Re}_K^{0,25} \text{Ro}^{1,25} = 0,5 - 1,8$, что имеет место в реальных вихревых устройствах. В результате численного решения в зависимости от радиуса камеры и ее расходных и геометрических параметров определен показатель степени

$$(4.13) \quad m = f(\bar{r}, \text{Re}_K^{0,25} \text{Ro}^{1,25}).$$

Используя зависимости (4.13), (4.11) и (2.7), можно рассчитать все необходимые характеристики в зоне развитого течения.

Остановимся более подробно на анализе полученных результатов. Из (4.8) следует, что расход газа Q_T через торцевой пограничный слой при фиксированном значении текущего радиуса зависит только от интенсивности циркуляции на периферии камеры Γ_K и ее радиуса. Высота камеры H_K и расход Q_K через нее при неизменных значениях Γ_K и R_K никакого влияния на характеристики пограничного слоя не оказывают. К такому выводу можно прийти, проанализировав работы [4—8], авторы которых или не подчеркивают этот, на наш взгляд, важный вывод, или полагают [4, 5], что высота камеры оказывает влияние на течение в пограничных слоях, а следовательно, и вне их. Очевидно, что в реальных условиях за счет различного вклада трения о боковую поверхность в коэффициент сохранения скорости, специфики формирования вторичных циркуляционных течений в камерах различных калибров высота камеры будет оказывать некоторое влияние на аэродинамику в целом. Однако в рассматриваемой здесь идеальной постановке, когда потери окружной скорости на периферии не происходит и отсутствуют вторичные течения, характер развития пограничных слоев определяют только радиус камеры и окружная скорость на периферии.

Формула (4.10) позволяет найти протяженность зоны I по радиусу камеры. Вихревая камера проточная, т. е. когда $\bar{r}^* < \bar{r}_0$, при

$$(4.14) \quad \text{Re}_K^{0,25} \text{Ro} > 2,38 (1 - \bar{r}_0).$$

Отметим, что численные расчеты, проведенные в [8], дали результаты, близкие к (4.10) и (4.14). В [4] автор также приходит к выводу, что распределение циркуляции зависит от единственного параметра

$$(4.15) \quad BLC^* = \frac{2fR_K v_{\infty} (u_{\infty} H_K)^{-1/4}}{H_K u_K} = 0,5 \text{Re}_K^{-0,25} \text{Ro}^{-1,25},$$

где $f = 0,021$ — коэффициент трения о торец.

Определяющий параметр в [4, 8], как и в настоящей работе, — комплекс $\text{Re}_K^{0,25} \text{Ro}^{1,25}$. При этом Ro характеризует геометрию завихряющего аппарата, формирующего момент количества движения на периферии камеры, и от длины камеры не зависит:

$$\text{Ro} = \frac{Q_K}{\Gamma_K R_K} = \frac{F_{\text{вх}} v_{\text{вх}}}{v_{\text{вх}} \cos \beta R_K^2} = \frac{F_{\text{вх}}}{R_K^2 \cos \beta}.$$

Здесь $F_{\text{вх}}$ — площадь входных шлицов, а β — угол наклона этих шлиц-

дов к тангенциальному направлению. Если выражение (4.11) представить в форме

$$\bar{r}^* = 1 - \frac{0,42}{\nu^{0,25}} \frac{1}{\Gamma_R} \left(\frac{Q_R}{R_R} \right)^{1,25}$$

то видно, что увеличение циркуляции на периферии или снижение расхода газа через камеру приводит к сокращению протяженности развивающейся зоны и большая часть камеры становится непроточной. В предельном случае ($\Gamma_R \rightarrow \infty$ или $Q_R \rightarrow 0$) $\bar{r}^* \rightarrow 1$ и весь расход газа, начиная с периферии камеры, протекает через пограничные слои, а при $\Gamma_R \rightarrow 0$ или $Q_R \rightarrow \infty$ перехода к развитому течению не наблюдается.

Таким образом, проведенный анализ показал, что критерий, определяющий интенсивность турбулентного торцевого слоя в вихревой камере, — комплекс $Re_K^{0,25} Ro^{1,25}$; при $Re_K^{0,25} Ro^{1,25} > 2,38(1 - \bar{r}_0)$ для потенциального течения вихревая камера проточная в радиальном направлении во всем ее объеме.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kotas T. J. Turbulent boundary layer flow on the end wall of a cylindrical vortex chamber. — Heat and Fluid Flow, 1975, v. 5, N 2.
2. Kotas T. J. An experimental study of the three dimensional boundary layer on the end wall of a vortex chamber. — Proc. Roy. Soc. London, 1976, v. 352, N 1669.
3. Багрянцев В. И., Волчков Э. П., Терехов В. И. и др. Исследование течения в вихревой камере лазерным доплеровским измерителем скорости. Препринт 55—80. ИТФ СО АН СССР, 1980.
4. Wormley D. N. An analytical model for the incompressible flow in short vortex chambers. — Trans. ASME. Ser. D, 1969, v. 91, N 2. Рус. пер. — Теор. основы инж. расчетов, 1969, № 2.
5. Гольдштик М. А. Вихревые потоки. — Новосибирск: Наука, 1981.
6. Rosenzweig M. L., Lewellen W. S., Ross D. N. Confined vortex flows with boundary-layer interaction. — AIAA J., 1964, N 12. Рус. пер. — PTR, 1964, № 12.
7. Rott N., Lewellen W. Boundary layers and their interactions in rotating flows. — Progr. Aeronaut. Sci., 1965, v. 7.
8. Сухович Е. П. Аэродинамика вихревой камеры. — Изв. АН ЛатвССР. Сер. физ. и техн. наук, 1969, № 4.
9. Волчков Э. П. Пристенные газовые завесы. — Новосибирск: Наука, 1983.
10. Волчков Э. П., Семенов С. В., Терехов В. И. О торцевом пограничном слое в вихревой камере. — В кн.: Структура вынужденных и термогравитационных течений. Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1983.
11. Волчков Э. П., Смутьский И. И. Аэродинамика вихревой камеры со вдувом по боковой поверхности. Препринт 38—79. ИТФ СО АН СССР, 1979.
12. Волчков Э. П., Кислых В. И., Смутьский И. И. Экспериментальное исследование аэродинамики вихревой камеры с торцевым вдувом. — В кн.: Структура пристенного пограничного слоя. Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1978.
13. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. — М.: Наука, 1974.
14. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. — М.: Энергия, 1972.
15. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй. — М.: Физматгиз, 1960.

Поступила 25/VI 1985 г.

УДК 533,8.011,8

О ДИАГНОСТИКЕ РАЗРЕЖЕННЫХ ГАЗОВ С ПОМОЩЬЮ ТЕРМОАНЕМОМЕТРА

А. В. Булгаков, В. Г. Приходько

(Новосибирск)

В последнее время термоанемометр (метод нагретой нити) достаточно широко применяется для исследования течений газов низкой плотности [1—3]. Высокая чувствительность и хорошее пространственное разрешение метода делают эффективным его применение в сильноградиентных потоках. Метод позволяет определить две термодинамические величины — коэффициент теплоотдачи h и температуру восстановления T_r . Соотношения, связывающие h и T_r с параметрами потока, получены в [4]. В [3] эти соотношения обобщены на случай неодинаковой аккомодации поступательной и внут-