решения задачи Коши (в нашей задаче используется метод Рунге — Кутта четвертого порядка). Система (14) будет решена, если найти значение p, при котором $F_1(-\beta)$ окажется равным нулю ($G(p) = 0$). Получается функциональная зависимость между случайно выбранным p и $F_1(-\beta)$, G: $p \to F_1(-\beta)$. Функция $G(p)$ в явном виде не известна, однако ее значение можно вычислить для любого p численным интегрированием системы (14). Для каждого α, изменяя β дискретно с постоянным шагом, начиная с $\beta = 0$, находим первое значение β (наименьшее), для которого полученное решение системы удовлетворяет дополнительному седьмому условию $\tau_1(-\beta) = -1$.

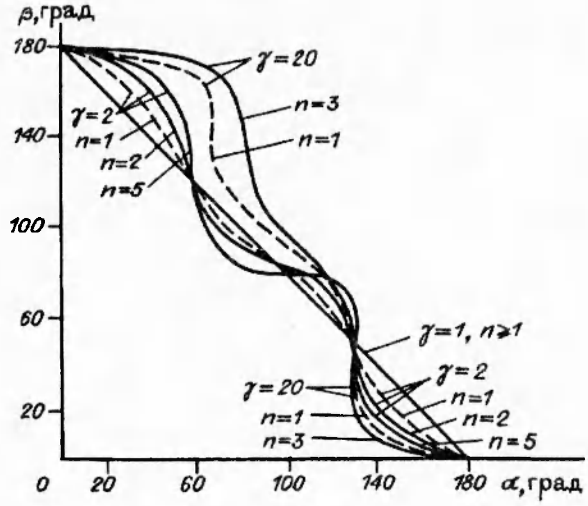

Рис. 2

ЛИТЕРАТУРА

1. Чобанян К.С. Напряжения в составных упругих телах. — Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1987.
2. Задоян М.А. Пространственные задачи теории пластичности. — М.: Наука, 1992.
3. Акопян А.Б., Задоян М.А. Малонапряженность неоднородно-составных клиньев // Изв. РАН. МТТ. — 1992. — № 5.
4. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений / Под ред. Дж. Холла и Дж. Уатта. — М.: Мир, 1979.

г. Ереван *Поступила 30/III 1994 г.*

УДК 539.374+539.376

Б.В. Горев, И.Д. Клопотов, Т.Э. Захарова

МЕТОДИКА ОПИСАНИЯ ПРОЦЕССА ДЕФОРМИРОВАНИЯ МАТЕРИАЛОВ ВПЛОТЬ ДО РАЗРУШЕНИЯ В РЕЖИМАХ, БЛИЗКИХ К СВЕРХПЛАСТИЧНОСТИ

Способность металлических материалов деформироваться на сотни и даже тысячи процентов при значительном снижении сопротивления деформированию получила название эффекта сверхпластичности.

В [1—6] для сплавов на основе титана, железа и алюминия экспериментально показано, что деформирование в режимах, близких к сверхпластичности, включая как подобласть режимы сверхпластичности, следует описывать, опираясь на подходы, развитые в теории ползучести с позиций теории течения. Предложены и экспериментально обоснованы определяющие уравнения для описания процесса деформирования при произвольном изменении напряжений и температуры без учета третьей стадии ползучести. Вместе с тем четко выраженная продолжительная стадия установившейся ползучести вплоть до разрушения наблюдается, как правило, только вблизи температуры сверхпластичности T_c. Вне этого диапазона для многих сплавов процесс деформирования перед разрушением завершается третьей (разупрочняющейся) стадией ползучести.

Ниже на примере титанового сплава ВТ-9 (пруток диаметром 16 мм в состоянии поставки) при чистом растяжении показывается возможность распространения определяющих уравнений, предложенных для описания ползучести и длительной прочности при умеренной температуре [7], на диапазон близких к сверхпластичности температур $T > 0{,}6T_{пл}$. Используются определяющие уравнения с одним скалярным параметром поврежлаемости, который находится посредством замеряемых в одноосном эксперименте величин $\omega = \varepsilon/\varepsilon_*$ (ε — текущие деформации, ε_* — деформации при разрушении). Приводится методика определения параметров уравнений ползучести и повреждаемости с учетом третьей стадии ползучести в широких температурно-силовых диапазонах.

1. Основные соотношения. Определяющие уравнения с одним скалярным параметром повреждаемости q применительно к неупрочняющимся материалам для одноосного деформирования в диапазоне температур выписываются в виде

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{f(\sigma,T)}{(1-q)^{\mu(T)}},\quad \frac{dq}{dt} = \frac{\Phi(\sigma,T)}{(1-q)^{k(T)}}\quad (0 \leq q \leq 1), \tag{1.1}$$

где коэффициенты уравнений μ и k есть функции температуры.

Считая температуру параметром и проделав выкладки, аналогичные [7], преобразуем систему (1.1) к более простому виду, когда показатели разупрочнения в уравнениях ползучести и повреждаемости будут одинаковыми для любой температуры. Проинтегрировав второе уравнение (1.1), получим

$$1 - \tau = (1-q)^{k(T)+1}\quad (0 \leq \tau \leq 1) \tag{1.2}$$

($\tau = (k(T)+1)\int\limits_0^t \Phi(\sigma,T)dt$ — нормированное время). Интегрируя первое соотношение (1.1) при произвольном напряженном состоянии с учетом соотношения (1.2), находим

$$1 - \omega = (1-q)^{k(T)-\mu(T)+1}. \tag{1.3}$$

Здесь ω — безразмерная скалярная величина:

$$\omega = (k(T) - \mu(T) + 1)\int\limits_0^t \frac{\Phi(\sigma)}{f(\sigma)}\dot{\varepsilon}dt\quad (0 \leq \omega \leq 1).$$

С учетом полученного соотношения система исходных уравнений приводится к более простому виду

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{f(\sigma,T)}{(1-\omega)^{m(T)}},\quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{\varphi(\sigma,T)}{(1-\omega)^{m(T)}}\quad (0 \leq \omega \leq 1), \tag{1.4}$$

где $\varphi(\sigma,T) = (k-\mu+1)\Phi(\sigma,T)$; $m(T) = \mu/(k-\mu+1)$.

Из (1.2), (1.3) с учетом введенных обозначений (1.4) имеем уравнение

$$(1-\omega)^{m(T)+1} = 1 - \tau, \tag{1.5}$$

которое в нормированных координатах $\omega - \tau$ для каждой фиксированной температуры представляет уравнение единой кривой [7].

Следует отметить, что система (1.1) неэквивалентна системе (1.4), так как содержит на один параметр больше. Независимое определение величины k в системе (1.1) невозможно, поэтому остается некоторый произвол. Он может быть снят путем наделения параметра q физическим смыслом или из каких-либо других предположений. Однако поскольку величина ω функционально связана с исходным параметром повреждаемости q и изменяется в тех же пределах, то с феноменологических позиций о повреждаемости

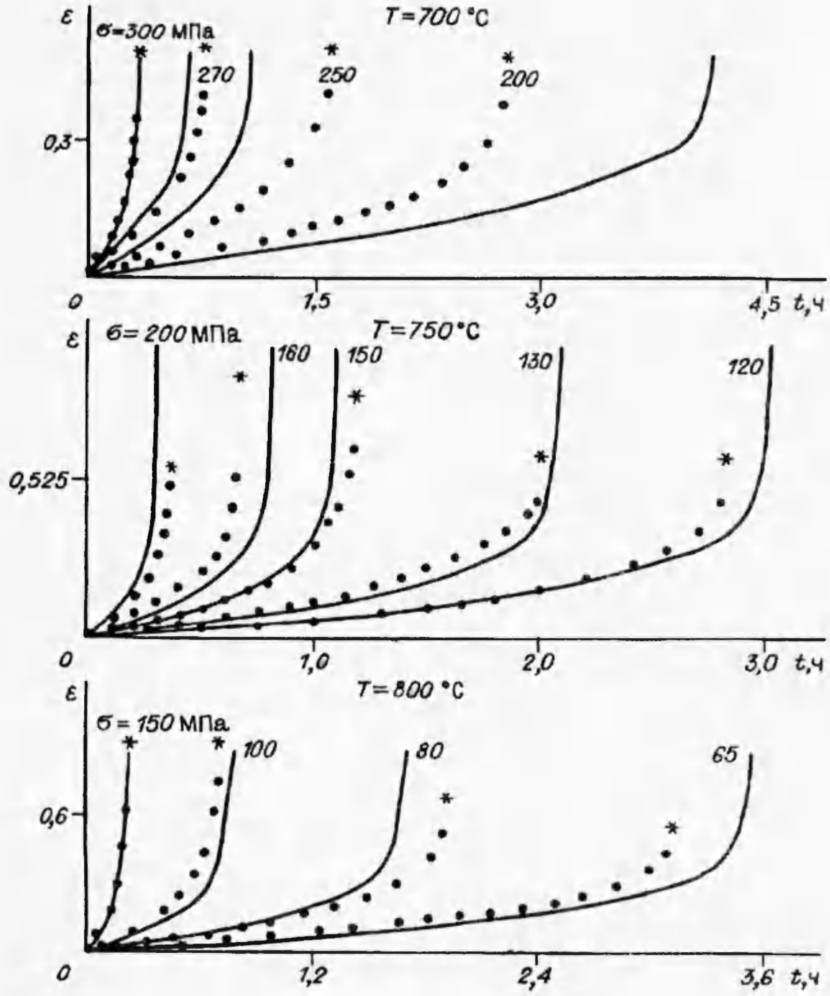

Рис. 1

материала будем судить по параметру ω и, не ограничивая общности, в дальнейшем придавать ему смысл параметра повреждаемости.

Полученная таким образом система определяющих уравнений (1.4) с одинаковыми функциями разупрочнения $m(T)$ в обоих уравнениях позволяет связать параметр ω с замеряемыми в одноосных стационарных экспериментах величинами ε, ε_*, причем деформации в момент разрушения произвольным образом зависят от напряжения и температуры ($\varepsilon_* = \varepsilon_*(\sigma,T)$).

Действительно, интегрируя систему (1.4) при стационарных условиях ($T = \mathrm{const}$, $\sigma = \mathrm{const}$), находим

$$\omega = 1 - [1 - (m+1)\varphi(\sigma,T)t]^{1/(m+1)}, \quad \varepsilon = \frac{f(\sigma,T)}{\varphi(\sigma,T)}\omega, \tag{1.6}$$

$$\omega = \varepsilon/\varepsilon_*, \quad \varepsilon_* = f(\sigma,T)/\varphi(\sigma,T),$$

$$\tau = t/t_*, \quad t_* = \frac{1}{(m+1)\varphi(\sigma,T)}.$$

Отсюда следует, что в этом случае параметр повреждаемости равен отношению текущей деформации к деформации в момент разрушения $\omega =$

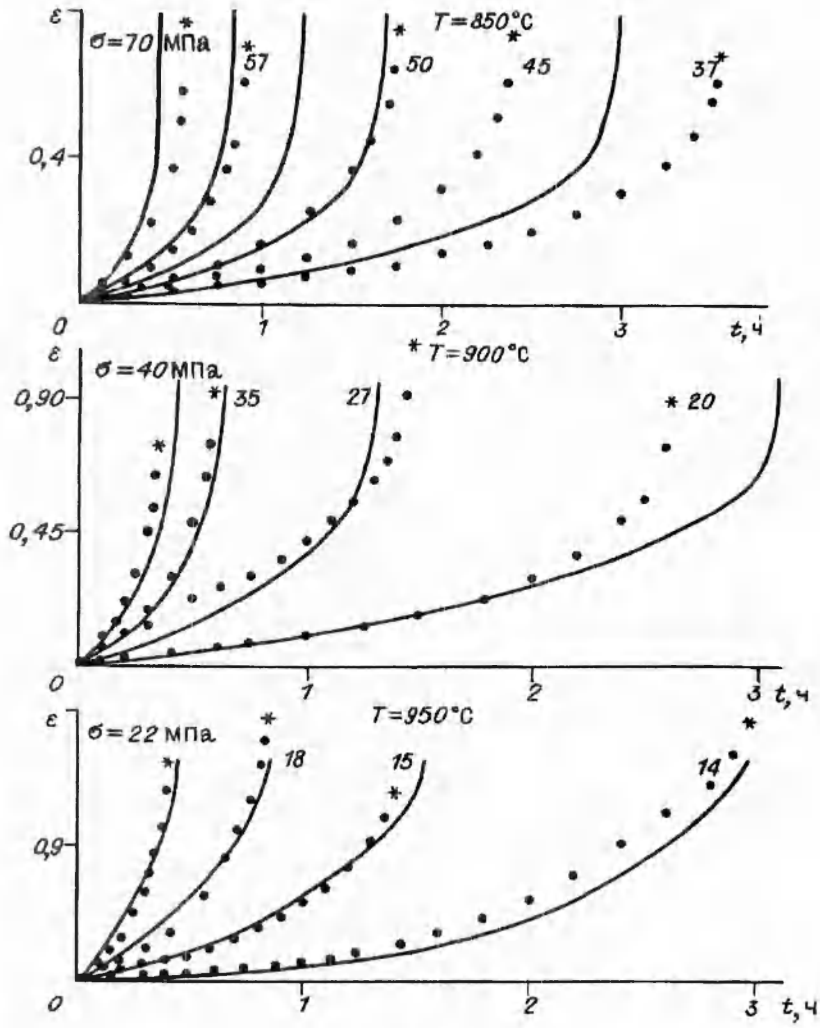

Рис. 2

$= \varepsilon/\varepsilon_*$ ($\varepsilon_* \neq \mathrm{const}$), нормированное время есть отношение текущего времени к времени разрушения $\tau = t/t_*$. Возможностью правильного использования определяющих уравнений в форме (1.4) будет проверка уравнения единой кривой (1.5) при фиксированной температуре в относительных координатах $\omega - \tau$. Другими словами, следуя уравнению единой кривой (1.5), необходимо проверять подобие первичных кривых деформирования вплоть до разрушения в терминах поврежденность материала — время.

На рис. 1—3 точками в виде диаграмм $\varepsilon = \varepsilon(t)$ представлены экспериментальные данные на растяжение при $\sigma = \mathrm{const}$ для различных температур в интервале от 700 до 1000 °С (величины деформаций в момент разрушения показаны звездочками). Учитывая, что упругая деформация при этих температурах $\varepsilon^e < 0{,}5$ % [1, 9], при построении кривых деформирования с развитыми (более нескольких процентов) деформациями она включалась в необратимую деформацию ползучести. При насчитывании конечных деформаций использовались логарифмические деформации. Напряжение в экспериментах поддерживалось постоянным вплоть до разрушения посредством корректировки нагрузки из условия полной несжимаемости материала при развитых [8] и больших деформациях [9, с. 75] (через каждые 0,5 ÷ 1 % деформации пересчитывались площадь образца и соответственно нагрузка). В испытаниях применялись цилиндрические образцы диаметром 7 мм с «короткой» рабочей длиной 40 мм. Удлинение образца во времени записывалось на самописец с использованием потенциометрических датчиков типа ПОС и ИУЗ, укрепленных снаружи печи посредством экстензометра. Время прогрева образцов до приложения нагрузки во всех экспериментах не превышало 1 ч. Видно, что деформация в момент разрушения ε_* произвольным образом изменяется в зависимости от напряжения и температуры, но при каждой фиксированной температуре в интервале длительностей до 4 ч практически постоянна, и ее максимальное значение из полученных при различных σ_n = const растет с повышением температуры от $\varepsilon_* \approx 0{,}5$ при 700 °C до $\varepsilon_* \sim 2$ при 1000 °C, а при температурах, превышающих 1000 °C, понижается. Так, при 1050 °C максимальное значение ε_* порядка 1,6.

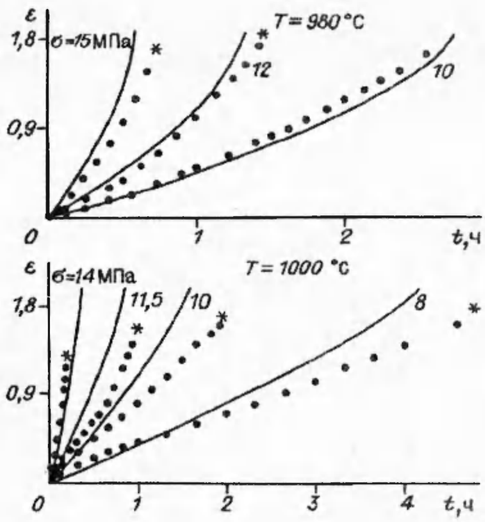

Рис. 3

На рис. 4 представлены те же самые экспериментальные данные, что и на рис. 1—3, перестроенные в приведенных координатах $\omega = \varepsilon/\varepsilon_*$, $\tau = t/t_*$ (температура указана против соответствующих диаграмм): *а* — σ = 8; 10; 11,5; 200; 250; 300 МПа (точки *1—6*), *б* — σ = 10; 12; 15; 120; 130; 200 МПа (точки *1—6*), *в* — σ = 65; 80; 100; 150 МПа (точки *1—4*), *г* — σ = 37; 45; 50; 70 МПа (точки *1—4*), *д* — σ = 20; 27; 35; 40 МПа (точки *1—4*), *е* — σ = 14; 15; 18; 22 МПа (точки *1—4*). Видно, что построенные таким образом первичные кривые деформирования группируются плотным пучком в одну кривую для каждой рассматриваемой температуры, тем самым подтверждая запись уравнения повреждаемости в форме уравнения состояния (1.4) и гипотезу единой кривой при фиксированной температуре (1.5).

Следует отметить, что в интервале температур 980 ÷ 1000 °C наблюдается самая малая интенсивность накопления повреждений. В указанном диапазоне процесс ползучести подчиняется установившемуся течению вплоть до разрушения, при этом реализуются наибольшие деформации в момент разрушения. По-видимому, данный характерный температурный интервал является оптимальным для процессов ОМД и совпадает с областью оптимальной температуры T_c (с точки зрения механики сплошной среды деформирование по законам вязкого течения можно считать основным признаком режима сверхпластичности).

2. Определение параметров уравнений ползучести и повреждаемости. С учетом экспериментального обоснования уравнения повреждаемости в форме (1.4) и выражения параметра повреждаемости через замеряемые в одноосном эксперименте величины $\omega = \varepsilon/\varepsilon_*$ укажем методику определения функциональных зависимостей определяющих уравнений. В [7] достаточно подробно описана методика определения коэффициентов уравнений при постоянной температуре. Считая зависящими их от температуры как от параметра, несложно получить функциональные зависимости в диапазоне температур по экспериментальным данным, приведенным на рис. 1—4.

Показатель разупрочнения m_* в выражении (1.4) при фиксированной температуре T_* находится в соответствии с (1.5) по наклону прямой $\ln(1 - \tau) = (m + 1)\ln(1 - \omega)$ как среднее квадратичное значение m_n для различных σ_n = const. Функция $\varphi(\sigma, T_*)$ в соответствии с зависимостью (1.6)

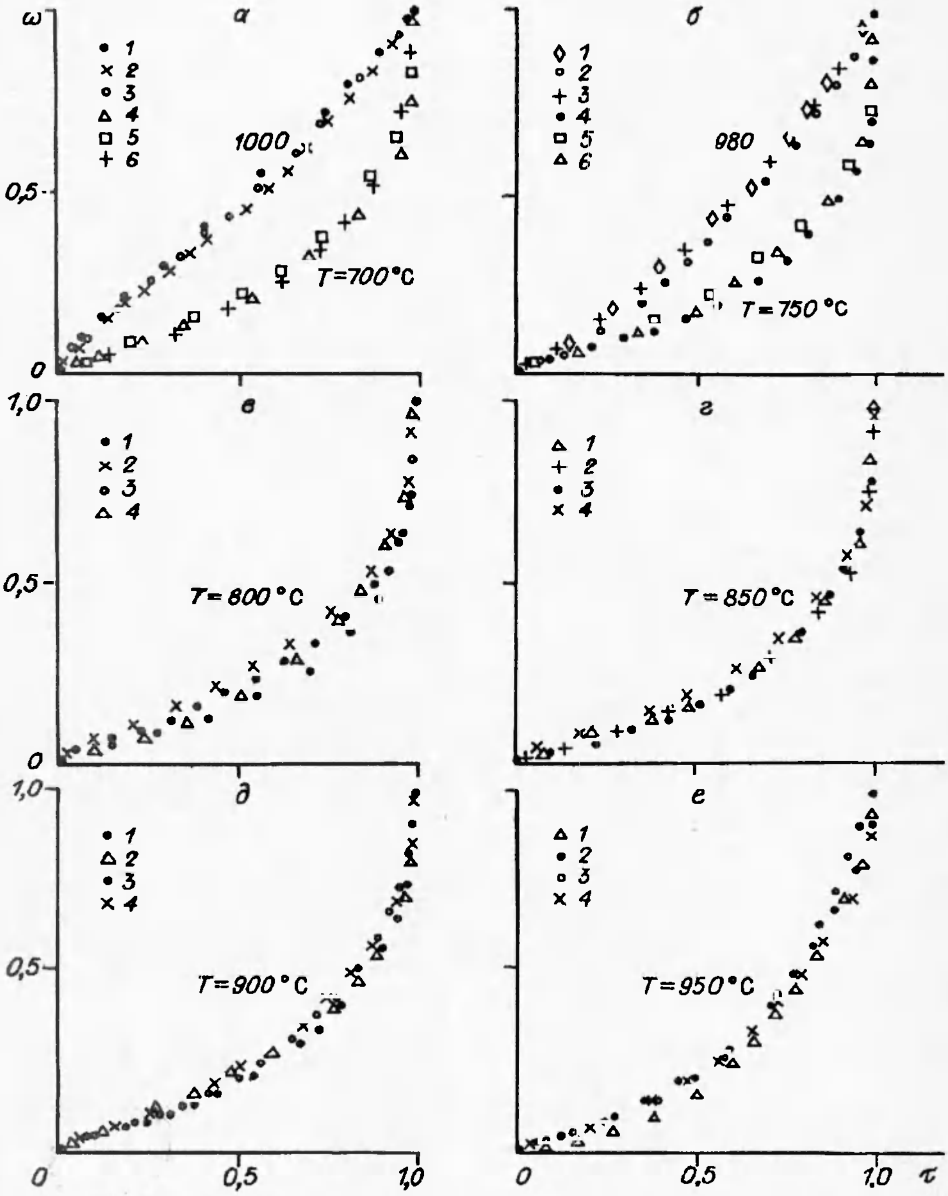

Рис. 4

выбирается исходя из наилучшей аппроксимации экспериментальной кривой зависимости времени разрушения от напряжения $\sigma - t_*$:

(2.1) $$\varphi(\sigma,T_i) = [(m_i + 1)t_*(\sigma,T_i)]^{-1}.$$

Функция $f(\sigma,T_i)$ определяется согласно (1.6) и имеет тот же вид, что и функция φ, если $\varepsilon_*(\sigma,T_i)$ — монотонная функция:

(2.2) $$f(\sigma,T_i) = \varepsilon_*(\sigma,T_i)\varphi(\sigma,T_i).$$

Наиболее распространенные зависимости, описывающие процессы ползучести материалов при постоянных температурах, следующие:

(2.3) $$f(\sigma) = B_1\sigma^n,\ f(\sigma) = B_2\exp(\alpha\sigma)$$

(B_1, B_2, n и α — характеристики материала). Если вопрос ставится об описании процессов ползучести в диапазоне температур, то упомянутые характеристики считаются функциями от температуры.

Следует отметить, что данные зависимости удовлетворительно работают только при высоких уровнях напряжений и небольших временах разрушения. Для учета малых напряжений необходимо брать более сложные зависимости, например [4]

$$f(\sigma,T) = \exp\Phi(\sigma,T) \quad (\Phi(\sigma,T) = \sum_{k=-n}^{k=m}\alpha_k\sigma^k). \tag{2.4}$$

Каждый коэффициент α_k предполагается в свою очередь зависящим от температуры. Окончательно в (2.4) под знаком exp принимается либо параболическая зависимость от напряжения, либо гиперболическая. Разработана программа для обработки экспериментальных данных на ЭВМ с автоматическим выбором аппроксимационных функций по зависимостям (2.3), (2.4). ЭВМ выбирает ту зависимость, которая наилучшим способом описывает экспериментальные данные. После того как функция определена, производится аппроксимация входящих в нее коэффициентов от температуры по описанной ниже методике.

Для сплава ВТ-9 в исследуемом диапазоне температур от 700 до 1000 °С и длительностью до разрушения, не превышающей 4 ч, соотношение (2.1) наилучшим образом описывается степенной зависимостью $\varphi(\sigma,T) = K(T)\sigma^{n(T)}$. Причем для каждой фиксированной температуры деформация в момент разрушения без ограничения общности принималась постоянной ($\varepsilon_* = \text{const}$), равной максимальному значению из полученных при различных $\sigma_n = \text{const}$. Из (2.2) следует

$$f(\sigma,T) = B(T)\sigma^{n(T)},\ \varepsilon_* = B(T)/K(T).$$

Таким образом, для сплава ВТ-9 уравнения (1.4) запишутся в виде

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{B(T)\sigma^{n(T)}}{(1-\omega)^{m(T)}},\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{K(T)\sigma^{n(T)}}{(1-\omega)^{m(T)}}. \tag{2.5}$$

После определения всех коэффициентов в соотношениях (2.5) для каждой фиксированной температуры проводилась их аппроксимация на ЭВМ для всего диапазона температур. Коэффициенты m и n в зависимости от температуры аппроксимировались полиномами

$$n = \sum_{i=0}^{i=a} n_i T^i,\ m = \sum_{i=0}^{i=b} m_i T^i. \tag{2.6}$$

Коэффициенты K и B аппроксимировались зависимостями

$$K = \exp(\sum_{i=0}^{i=c} K_i T^i),\ B = \exp(\sum_{i=0}^{i=d} B_i T^i). \tag{2.7}$$

Максимальные степени многочленов выбирались исходя из возможности удовлетворительного описания экспериментальных значений $n(T)$, $m(T)$, $\ln K(T)$ и $\ln B(T)$ в исследуемом температурном диапазоне при минимальных значениях этих степеней. Были получены следующие значения: $a = 2$; $b = c = d = 4$. Коэффициенты в соотношении (2.6) и (2.7) определялись путем решения систем линейных уравнений:

$$n(T_j) = \sum_{i=0}^{i=2} n_i T_j^i,\ m(T_j) = \sum_{i=0}^{i=4} m_i T_j^i,$$

$$\ln K(T_j) = \sum_{i=0}^{i=4} K_i T_j^i,\ \ln B(T_j) = \sum_{i=0}^{i=4} B_i T_j^i.$$

i	n_i	m_i	K_i	B_i
0	$8{,}05730\cdot 10^{1}$	$-2{,}5447147\cdot 10^{3}$	$-8{,}7995845\cdot 10^{2}$	$-2{,}270629\cdot 10^{3}$
1	$-1{,}7628\cdot 10^{-1}$	$1{,}1410843\cdot 10^{1}$	$2{,}597382$	$9{,}110224$
2	$1{,}0\cdot 10^{-4}$	$-1{,}9025853\cdot 10^{-2}$	$-2{,}6964759\cdot 10^{-3}$	$-1{,}4069883\cdot 10^{-2}$
3	—	$1{,}4016815\cdot 10^{-5}$	$1{,}0598977\cdot 10^{-6}$	$9{,}8341378\cdot 10^{-6}$
4	—	$-3{,}8568588\cdot 10^{-9}$	$-9{,}9599535\cdot 10^{-11}$	$-2{,}6219111\cdot 10^{-9}$

С использованием полученных коэффициентов (см. таблицу) были определены все константы, входящие в уравнения (2.5). На рис. 5, *а*, *б* в качестве иллюстрации приведены расчетные значения $n(T)$, $m(T)$, $\ln B(T)$ и $\ln K(T)$ в зависимости от температуры. На рис. 1—3 линиями показаны расчеты по полученным характеристикам в диапазоне температур 700 ÷ 1000 °С. На рис. 5, *в* приведены экспериментальные точки и расчетные линии, описывающие эксперименты с перегрузками, время перегрузки указано стрелками, а разрушения — звездочками, *1* — эксперимент при температуре 700 °С и σ = 300 МПа, через 0,25 ч образец перегружался на σ = 18 МПа и температуру 950 °С (время прогрева образца до 950 °С не включалось в общую продолжительность эксперимента), *2* — аналогичный эксперимент при T = 750 °С и σ = 150 МПа с перегрузкой на T = = 950 °С, σ = 18 МПа, время перегрузки 1,05 ч, *3* — эксперимент при T = 700 °С, σ = 200 МПа с перегрузкой на T = 950 °С, σ = 15 МПа, время перегрузки 1,8 ч.

Вполне удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных данных позволяет говорить о возможности использования определяющих уравнений с одним скалярным параметром повреждаемости для описания процесса деформирования в режимах, близких к сверхпластичности для материалов, у которых деформация в момент разрушения существенно зависит от температуры. Экспериментально в диапазоне температур 700 ÷ ÷ 1000 °С для исследуемого сплава установлено подобие исходных кривых деформирования при фиксированной температуре в координатах поврежденность материала — время ($\omega = \varepsilon/\varepsilon_*, t$), и тем самым обоснована запись уравнения повреждаемости в виде $d\omega/dt = \varphi(\sigma,T)\psi(\omega,T)$.

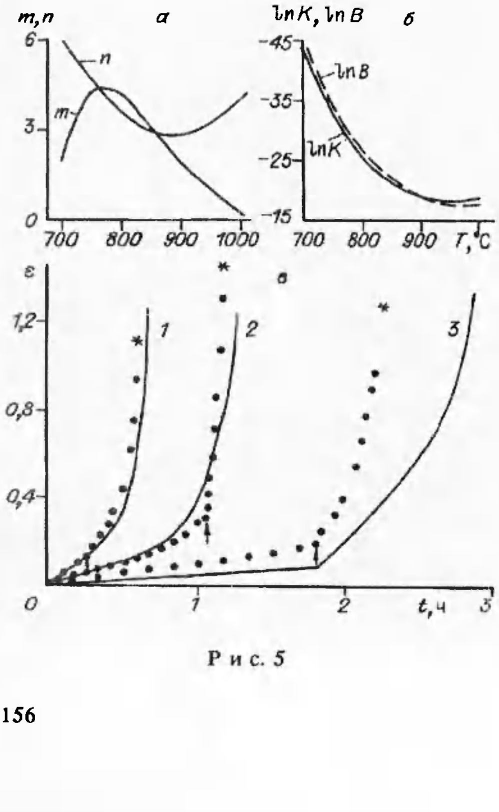

Рис. 5

Определение параметра повреждаемости посредством замеряемых в одноосном эксперименте величин позволяет констатировать возможность аппроксимации результатов испытаний и их экстраполяции с позиций описания едиными аналитическими зависимостями в широком температурно-силовом диапазоне и дать единую методику определения функциональных зависимостей с учетом эффекта разупрочнения материала.

Установлено, что для титанового сплава ВТ-9 в области оптимальной температуры сверхпластичности (T_c = 980 ÷ 1000 °С) наблюдается самая малая интенсивность накопления повреждений, при этом процесс ползучести подчиняется установившемуся течению вплоть до разрушения и реализуются наибольшие деформации к моменту разрушения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 93—0132—16506).

ЛИТЕРАТУРА

1. Горев Б.В., Ратничкин А.А., Соснин О.В. Закономерности деформирования материалов в условиях, близких к сверхпластичности. Сообщение 1. Одноосное напряженное состояние // Пробл. прочности. — 1987. — № 11.
2. Горев Б.В., Ратничкин А.А., Соснин О.В. Закономерности деформирования материалов в условиях, близких к сверхпластичности. Сообщение 2. Плоское напряженное состояние // Там же.
3. Соснин О.В., Горев Б.В., Ратничкин А.А. Обработка материалов давлением в режиме ползучести и сверхпластичности // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. — 1987. — № 11, вып. 3.
4. Соснин О.В., Горев Б.В., Ратничкин А.А. Закономерности деформирования металлов в режимах, близких к сверхпластичности // Проблемы нелинейной механики деформируемого твердого тела: Сб. науч. тр. — Свердловск, 1990.
5. Соснин О.В., Горев Б.В., Ратничкин А.А. О механике деформирования материалов в режимах, близких к сверхпластичности // Актуальные проблемы механики деформируемого твердого тела. — Алма-Ата: Изд-во АН РК, 1992.
6. Соснин О.В., Горев Б.В., Ратничкин А.А. Механика сверхпластичности и ее связь с высокотемпературной ползучестью // Сиб. физ.-техн. журн. — 1993. — Вып. 4.
7. Горев Б.В., Клопотов И.Д. К описанию процесса ползучести и длительной прочности по уравнениям с одним скалярным параметром повреждаемости // ПМТФ. — 1994. — № 5.
8. Рубанов В.В. Экспериментальная проверка гипотезы несжимаемости на алюминиевом сплаве АК4-1Т // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР, Сиб. отд-ние, Ин-т гидродинамики. — 1986. — Вып. 75.
9. Романов К.И. Механика горячего формоизменения металлов. — М.: Машиностроение, 1993.

г. Новосибирск *Поступила 29/ XII 1993 г.,*
в окончательном варианте — 2/III 1994 г.