

**О НЕКОТОРЫХ ЗАКОНОМЕРНОСТЯХ
ДИНАМИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ ЗАЖИГАНИЯ**

*В. И. Розенбанд,
А. Э. Аверсон, В. В. Барзыкин, А. Г. Мержанов*
(Москва)

В настоящей работе в рамках тепловой теории воспламенения, предполагающей, что основные процессы, приводящие к зажиганию, имеют место в конденсированной фазе, рассматриваются некоторые закономерности динамических режимов зажигания. В этих режимах параметры теплообмена не являются постоянными, а зависят от времени. Будем рассматривать зажигание полубесконечного тела внешним тепловым потоком вида $q(t) = at^{\nu}$, где $\nu \geq -1/2$, что позволяет охватить как условия падающего, так и нарастающего со временем потока. Исследуется возможность применения в этих условиях предложенного в работе [1] приближенного критерия зажигания и влияние на время задержки зажигания кинетических и теплофизических параметров вещества при различной зависимости внешнего потока тепла от времени.

**ВЛИЯНИЕ ДИНАМИКИ ТЕПЛООБМЕНА
НА ВОЗМОЖНОСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ ПРИБЛИЖЕННОГО МЕТОДА РАСЧЕТА
ЗАДЕРЖЕК ЗАЖИГАНИЯ**

Предложенный в работе [1] метод расчета характеристик зажигания основан на физическом предположении о том, что зажигание происходит, когда тепловыделение за счет химической реакции становится соизмеримым с теплоприходом от внешнего источника. При этом в расчетах за условие зажигания берется равенство этих величин. В работе [1] показывается, что для статических условий теплообмена, когда параметры теплообмена постоянны, предложенное условие дает хорошее совпадение с численным счетом. В работе [2] с помощью этого условия рассматриваются динамические режимы зажигания. Представляется интересным исследовать справедливость применения этого условия в различных режимах теплообмена, сравнивая полученные с его помощью результаты с численным счетом. Для получения качественных выводов о применимости такого метода расчета параметров зажигания будем решать задачу о распределении температуры в полубесконечном теле с химическими источниками тепла при указанной выше зависимости внешнего потока тепла от времени

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{Q k_0}{\rho c} e^{-E/RT(x, t)} \quad (1)$$

с начальными и граничными условиями:

$$\begin{aligned} T(x, 0) &= T(\infty, t) = T_0, \\ -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} &= q(t) = at^3. \end{aligned} \quad (1')$$

Решение этой задачи будем проводить интегральным методом [3], для чего вводим величину $\delta(t)$, называемую глубиной прогретого слоя. Будем считать, что для всех $x > \delta(t)$ температура среды начальная и тепло за пределы этого расстояния не распространяется.

Математически это запишется так:

$$\begin{aligned} T(\delta, t) &= T_0, \\ \frac{\partial T}{\partial x}(\delta, t) &= 0, \\ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(\delta, t) &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Аппроксимируя $T(x, t)$ многочленом третьей степени от x : $T(x, t) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \beta_3 x^3$ с учетом (1') и (2), получим

$$T(x, t) = T_0 + \frac{q(t) [\delta(t) - x]^3}{3\lambda [\delta(t)]^2}. \quad (3)$$

Интегрируя уравнение (1) от 0 до $\delta(t)$ по x с учетом (2) и (3), получим

$$\frac{1}{12\lambda} \cdot \frac{d}{dt} [\delta^2(t) q(t)] = \frac{\alpha q(t)}{\lambda} + \frac{Q k_0}{\rho c} \int_0^{\delta(t)} e^{-E/RT(x, t)} dx. \quad (4)$$

Относительно последнего члена можно сделать следующее замечание. Ввиду сильной экспоненциальной зависимости скорости тепловыделения, согласно [4], можно написать

$$\int_0^{\delta(t)} e^{-E/RT(x, t)} dx \approx \frac{[T(0, t)]^2 \lambda R e^{-E/RT(0, t)}}{E \cdot q(t)}, \quad (5)$$

где $T(0, t)$ — значение температуры поверхности. С учетом этого уравнение (4) запишется в виде

$$\frac{1}{12\lambda} \cdot \frac{d}{dt} [\delta^2(t) q(t)] = \frac{\alpha q(t)}{\lambda} + \frac{Q k_0 e^{-E/RT(0, t)} \lambda R [T(0, t)]^2}{\rho c \cdot E \cdot q(t)}. \quad (6)$$

При получении приближенного решения в уравнение (6) можно подставить зависимость $T(0, t)$, полученную из решения соответствующей задачи для химически инертного тела. Относительно применимости интегрального метода можно отметить следующее: согласно [3], этот метод дает хорошее совпадение с точным решением для значения температуры поверхности и несколько худшее во внутренних точках. Но поскольку в уравнении (6) стоит значение $T(0, t)$, то применимость этого метода правомерна. При решении уравнения (6) значение интеграла

$\int_0^t \frac{[T(0, t)]^2 e^{-E/RT(0, t)}}{q(t)} dt$ можно найти интегрированием по частям, пренебрегая членами высшего порядка малости, поскольку вели-

чина $\frac{E}{RT}$ велика. Значение $T(0, t)$ из решения задачи для химически инертного тела определяется зависимостью

$$T(0, t)_n = T_0 + \frac{2a \sqrt{x} t^{\nu+1/2}}{\lambda \sqrt{3(\nu+1)}}. \quad (8)$$

При решении уравнения (6) с граничным условием, определяемым (1'), было получено

$$T(0, t)_r = T_0 + \frac{2a \sqrt{x} t^{\nu+1/2}}{\lambda \sqrt{3(\nu+1)}} \sqrt{1 + \frac{B(t)(\nu+1)}{\theta(t)(\nu+1/2)}} \quad (9)$$

для значений $\nu > -\frac{1}{2}$, где $\theta(t) = \frac{E [T_n(0, t) - T_0]}{R [T_n(0, t)]^2}$,

для значения $\nu = -1/2$ решение уравнения (6) дает

$$T(0, t)_r = T_0 + \frac{a}{\lambda} \sqrt{\frac{8}{3} x} \sqrt{1 + \frac{B(t)}{3}}. \quad (9')$$

где $T(0, t)_r$ — температура поверхности вещества при наличии в нем химической реакции, а $T_n(0, t)$ — температура поверхности вещества, рассматриваемого как инертное тело;

$$B(t) = \frac{Q k_0 \int_0^{\delta(t)} e^{-E/RT(x, t)} dx}{q(t)} = \frac{Q k_0 \cdot R \cdot \lambda [T_n(0, t)]^2 e^{-E/RT_n(0, t)}}{E \cdot q^2(t)} \quad (10)$$

есть отношение тепловыделения за счет химической реакции во всем объеме вещества к теплоприходу от внешнего источника в каждый момент времени.

Поскольку для широкой области температур величина $\theta(t)$ меняется слабо (действительно, при изменении $T(0, t)$ от 400 до 700° К эта величина меняется на 20%), то из (9) видно, что влияние химической реакции на рост температуры определяется отношением тепловыделения за счет химической реакции к величине теплоприхода извне, т. е.

Таблица 1

Условия теплообмена		t_3 , сек	
a	ν	из счета на ЭВМ	расчетное по условию $B=1$
2	-0,45	0,23	0,58
2	-0,25	1,31	1,76
1	0	5,92	6,88
5	1,5	0,99	1,02

величиной B , что подтверждает предложенное в работе [1] физическое предположение о связи этих величин, причем это влияние различно в зависимости от условий теплообмена. Действительно, в случае падающего потока $\nu < 0$ влияние химической реакции на рост температуры поверхности скажется при меньшем значении величины B , чем в случае постоянного или нарастающего со временем потока $\nu \geq 0$. Следовательно надо ожидать, что предложенное в работе [1] однозначное условие зажигания $B=1$ должно давать при расчете времени зажигания разную точность для

различных форм внешнего потока тепла. Для проверки этого качественного вывода было рассчитано с помощью ЭВМ время задержки зажигания для различной формы внешнего теплового потока. В табл. 1 это время задержки сравнивается со временем, полученным из расчета по условию $B=1$. Результаты сравнения подтверждают, что в случае быстропадающих со временем потоков условие $B=1$ дает сильно завы-

шенные результаты. Наоборот, в случае постоянного или нарастающего со временем потока тепла это условие дает хорошее совпадение с результатами численного счета. Полученные результаты могут быть объяснены следующим образом.

Условие зажигания, согласно [1], имеет вид

$$B \cdot q^2(t_3) = \frac{Q k_0 \lambda R [T_n(0, t_3)]^2 e^{-E/RT_n(0, t_3)}}{E}, \quad (11)$$

где $q(t_3)$ и $T_n(0, t_3)$ — значения потока тепла и температуры поверхности вещества, рассматриваемого как инертное тело в момент зажигания t_3 . Рассмотрим, насколько сильно влияет выбор величины B на значение t_3 для случая разных потоков. Дифференцируя обе части этого уравнения по B , считая, что $t_3 = f(B)$, можно получить

$$\frac{dt_3}{t_3} = \frac{dB}{B} \frac{1}{\theta(t_3)(\nu + 1/2) - 2\nu}, \quad (12)$$

откуда видно, что поскольку обычно при зажигании $\theta(t_3)$ довольно велика ($\theta(t_3) > 10$) и слабо меняется, то для случая разных ν получаем разную зависимость ошибки в t_3 в зависимости от ошибки в B . Так, при $\nu = -1/2$ она максимальна и пропорциональна сделанной ошибке в подборе величины B ; чем больше величина ν , тем меньше ошибка в выборе величины B сказывается на ошибке в значении t_3 . Все это подтверждает полученные выше результаты. Следовательно, при применении приближенного метода расчета задержек зажигания надо учитывать характер динамики внешнего теплообмена, поскольку в некоторых случаях непрерывный выбор величины B может давать большую ошибку при расчете времени зажигания. Тем не менее, из (12) видно, что для широкого класса случаев влияние этой величины на время задержки зажигания t_3 малосущественно и ее можно с достаточной точностью считать постоянной и равной единице.

ВЛИЯНИЕ ДИНАМИКИ ТЕПЛООБМЕНА НА ЗАВИСИМОСТЬ ЗАДЕРЖКИ ЗАЖИГАНИЯ ОТ КИНЕТИЧЕСКИХ И ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ВЕЩЕСТВА

При анализе экспериментальных данных по зажиганию различных веществ в различных условиях эксперимента [5, 6] (табл. 2) было обнаружено, что в случае сложных динамических, нарастающих со временем потоков тепла [5] различные вещества дают близкие между собой задержки зажигания, тогда как в случае ньютоновского теплообмена (падающего со временем теплового потока) эти же вещества дают существенно отличающиеся между собой времена задержек зажигания. Для понимания этих экспериментальных фактов был проведен в рамках тепловой теории зажигания анализ зависимости времени задержки зажигания от параметров вещества при различных условиях теплообмена. Если поток тепла $q = at^\nu$, то из решения инертной задачи получаем выражение для температуры поверхности

$$T_n(0, t) = T_0 + \frac{a \sqrt{x} \Gamma(\nu + 1) t^{\nu + 1/2}}{\lambda \Gamma(\nu + 3/2)}, \quad (13)$$

где $\Gamma(\nu)$ — гамма-функция Эйлера. С учетом (13) уравнение (11) представляет, по сути дела, неявно выраженную связь времени задержки

Таблица 2

Условия эксперимента		t_3 , сек		
		поливинил-нитрат	пироксилин	смесь на основе перхлората аммония
Теплообмен III рода (падающий поток) [6]	$\alpha = 5,1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кал}}{\text{см}^2 \cdot \text{сек} \cdot \text{г}}$ $T_0 = 600^\circ \text{C}$	1,3	1,5	5,5
	$\alpha = 5,5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кал}}{\text{см}^2 \cdot \text{сек} \cdot \text{г}}$ $T_0 = 500^\circ \text{C}$	1,5	1,7	9,5
	$\alpha = 3,5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кал}}{\text{см}^2 \cdot \text{сек} \cdot \text{г}}$ $T_0 = 450^\circ \text{C}$	4,2	7,2	30,3
Моделная камера (растущий поток) [5]	$\bar{q} = 18,2 \frac{\text{кал}}{\text{см}^2 \cdot \text{сек}}$ *	0,05	0,05	0,051
	$\bar{q} = 4,4 \frac{\text{кал}}{\text{см}^2 \cdot \text{сек}}$	0,42	0,44	0,56
	$\bar{q} = 2,5 \frac{\text{кал}}{\text{см}^2 \cdot \text{сек}}$	1,29	1,35	1,53

* $\bar{q}$ — средний поток за время зажигания.

зажигания t_3 с кинетическими и теплофизическими параметрами вещества E , Qk_0 , λ и т. д.

Исследуем влияние этих параметров на t_3 , для чего будем проводить дифференцирование (11) по этим параметрам, считая, что $t_3 = f(E, Qk_0, \lambda \dots)$. Тогда, например, для зависимости t_3 от энергии активации получим выражение

$$\frac{\partial \lg t_3}{\partial \lg E} = \frac{T_{\text{и}}(0, t_3)}{(\nu + 1/2) [T_{\text{и}}(0, t_3) - T_0]} \quad \text{при } \nu > -1/2, \quad (14)$$

для зависимости t_3 от Qk_0 и λ при $\nu > -1/2$ получаются аналогичные закономерности:

$$\frac{\partial \lg t_3}{\partial \lg (Qk_0)} = - \frac{R [T_{\text{и}}(0, t_3)]^2}{E (\nu + 1/2) [T_{\text{и}}(0, t_3) - T_0]}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial \lg t_3}{\partial \lg \lambda} = \frac{1}{2 (\nu + 1/2)}. \quad (16)$$

Из анализа (14)–(16) видно, что влияние E , Qk_0 и λ на t_3 тем меньше, чем больше показатель степени ν в выражении теплового потока. В табл. 3 показана рассчитанная на ЭВМ зависимость задержки зажигания t_3 от E и λ при различной форме теплового потока, подтверждающая полученные качественные закономерности.

На основании всех этих данных можно сделать вывод о разной зависимости t_3 от кинетических и теплофизических параметров вещества в зависимости от вида внешнего теплового потока. При нарастающем потоке влияние этих параметров на t_3 существенно меньше, чем в случае постоянного или падающего со временем потока. При быстросрастающем потоке влияние этих параметров может оказаться несуще-

ственным и задержка зажигания будет целиком обусловлена динамикой внешнего теплового потока. В этом случае при расчете задержки зажигания требование к точности критерия зажигания значительно ослабляется и в качестве последнего можно использовать достижение какой-либо достаточно произвольной температуры на поверхности вещества, рассматриваемого как инертное тело. Все это объясняет как указанные выше экспериментально наблюдаемые факты о различном соотношении между собой времен задержек зажигания для разных веществ в различных условиях теплообмена, так и имевшее место в работе [5] очень хорошее совпадение между расчетными и экспериментальными задержками зажигания.

На основании полученных соотношений можно проанализировать также точность определяемых из опытов по зажиганию [6, 7] кинетических параметров и область их дальнейшего применения. Действительно, согласно (14), достаточно точно можно записать

$$\frac{dt_3}{t_3} \approx \frac{1}{(\nu + 1/2)} \cdot \frac{dE}{E}, \quad (17)$$

т. е. чем больше ν , тем точнее надо определять t_3 для получения той же точности в значении энергии активации ϵ , наоборот, при одинаковой точности определения t_3 , чем больше ν , тем меньше точность определения значения энергии активации. Следовательно, наиболее благоприятны для определения кинетических параметров экспериментальные условия, в которых имеет место падающий со временем поток (например, условия теплообмена I и III рода). Кинетические параметры, рассчитанные по времени задержки зажигания в экспериментальных условиях, в которых имеет место быстросрастающий со временем поток, являются наименее точными и определять их в таких условиях нецелесообразно.

Таблица 3

Условия, выбранные для счета на ЭВМ*	***	
	$\frac{t_{31}}{t_{32}}$	$\frac{t_{31}}{t_{32}}$
Зависимость от E	a	ν
	0,2	0,5
	0,2	1,5
	0,2	2,5
Зависимость от λ	20	0,5
	20	5,5
	20	5,5
	20	5,5

* Остальные параметры:
 $Qk_0 = 6,345 \cdot 10^{21} \frac{\text{кал}}{\text{см}^3 \cdot \text{сек}}; c = 0,31 \frac{\text{кал}}{\text{г} \cdot \text{град}};$
 $\rho = 1,5 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$

** В расчетах зависимости $\frac{t_{31}}{t_{32}}$ от E
 t_{31} вычислялось при $E = 40000 \frac{\text{кал}}{\text{моль}};$
 t_{32} — при $E = 30000 \frac{\text{кал}}{\text{моль}};$
 t_{31} вычислялось при $\lambda = 3 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кал}}{\text{см} \cdot \text{сек} \cdot \text{град}};$
 t_{32} — при $\lambda = 3 \cdot 10^{-4} \frac{\text{кал}}{\text{см} \cdot \text{сек} \cdot \text{град}}.$

ВЫВОДЫ

В работе исследовалось влияние формы внешнего теплового потока на определение задержки зажигания и зависимость ее от кинетических и теплофизических параметров вещества и точность определения кинетических параметров из опытов по зажиганию. С помощью интегрального метода решения нелинейного уравнения теплопроводности показывается, что влияние химической реакции на рост температуры обусловлено отношением тепловыделения в веществе к внешнему теплосприходу, причем это влияние различно при различной форме зависимости от времени внешнего потока тепла. Вследствие этого предложенное в работе [1] однозначное условие зажигания в некоторых случаях

может давать сильно завышенные результаты. Влияние кинетических и теплофизических параметров вещества на задержку зажигания тем меньше, чем более быстронарастающим со временем является тепловой поток. Точность определения кинетических параметров из опытов по зажиганию также зависит от условий теплообмена; наиболее оптимальными являются условия, при которых имеет место падающий со временем внешний тепловой поток.

*Поступила в редакцию
20/VI 1968*

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Э. Аверсон, В. В. Барзыкин, А. Г. Мержанов. Докл. АН СССР, 1968, 178, 1.
2. А. Э. Аверсон, В. В. Барзыкин, А. Г. Мержанов, ФГВ, 1968, 4, 1.
3. Проблемы теплообмена. Сборник статей. Под ред. П. Л. Кириллова. Атомиздат, 1967.
4. А. Эрдейи. Асимптотические разложения. М., «Наука», 1967.
5. В. И. Розенбанд, В. В. Барзыкин, А. Г. Мержанов. ФГВ, 1968, 4, 2.
6. Ю. М. Григорьев, В. И. Лисицкий, А. Г. Мержанов. ФГВ, 1967, 3, 4.
7. А. С. Штейнберг, В. Б. Улыбин и др. Инж.-физ. ж., 1966, 4.