

ИССЛЕДОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ  
ОСТРОГО ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО КОНУСА  
ПОД УГЛОМ АТАКИ

В. Н. Ветлуцкий, В. Л. Ганимедов  
(Новосибирск)

Картина обтекания конусов потоком идеального газа при нулевом и малом углах атаки хорошо изучена с помощью приближенных методов [1], а при больших углах атаки результаты, в основном, получены численно [2-7].

При больших углах атаки имеет смысл рассматривать невязкое обтекание только до некоторой образующей на подветренной стороне конуса, на которой происходит отрыв пограничного слоя. Причем область, где течение может быть рассмотрено как невязкое, дает основной вклад в величины аэродинамических сил и тепловых потоков [5,9].

В данной работе путем численного решения уравнений газовой динамики получена картина сверхзвукового обтекания острого эллиптического конуса. При малых углах атаки рассчитана вся область течения, а при больших — получено решение в области, ограниченной некоторой поверхностью пространственного типа [10]. Изучена зависимость параметров течения от угла атаки, когда ударная волна присоединена к вершине конуса. При малых углах атаки в отличие от кругового на поверхности эллиптического конуса имеют место две линии растекания, которым соответствует максимум давления. С увеличением угла атаки эти линии сближаются и, начиная с некоторого момента, сливаются. При больших углах атаки картина течения аналогична круговому конусу с максимумом давления в плоскости симметрии.

1. Нестационарные уравнения газовой динамики записываются в переменных  $t, n, \beta$  в предположении коничности течения аналогично [5]. Здесь  $t$  — время,  $n$  — нормированное расстояние по нормали к контуру тела в плоскости поперечного сечения,  $\beta$  — угол между этой нормалью и плоскостью симметрии течения. Координата  $\beta$  более предпочтительна по сравнению с длиной дуги вдоль контура тела, поскольку в этом случае растягивается область с большей кривизной контура, где велики градиенты параметров течения.

Система уравнений является всегда  $t$ -гиперболической. Поэтому нахождение стационарного конического течения установлением по времени имеет преимущество по сравнению с установлением по осевой координате [2], которое можно применять только в случае, когда осевая компонента скорости в ударном слое больше скорости звука.

В силу симметрии течения задача решается в половине области ударного слоя. Для исходной системы уравнений ставятся обычные граничные условия симметрии при  $\beta=0$  и  $\pi$ , непротекания — на теле и условия сохранения — на ударной волне. В случае режима «запирания» [1], когда на подветренной стороне зона конически сверхзвукового течения замкнута на тело и ударную волну, область решения ограничивалась некоторым значением  $\beta_k < \pi$ . Если луч  $\beta = \beta_k$  выбрать так, что соответствующая ему плоскость  $\bar{r}(x, y, z) = \beta_k$  в физическом пространстве является поверхностью пространственного типа, то граничные условия на нем ставить не нужно [10]. Следует заметить, что режим «запирания» обычно имеет место при больших углах атаки, когда давление на подветренной стороне мало и прак-

тически не оказывает влияния на аэродинамические характеристики конуса [5].

Задача решалась численно методом установления, подробно описанным в монографии [11]. Более подробно постановка данной задачи и ее решение приведены в [12].

2. Рассматриваемое коническое течение симметрично относительно плоскости, проходящей через малую ось эллипса поперечного сечения. При нулевом угле атаки имеется вторая плоскость симметрии течения, содержащая большую ось эллипса. В этом случае на поверхности конуса две линии растекания располагаются во второй плоскости симметрии и две линии стекания — в первой плоскости [13]. Через плоскость симметрии, линию растекания и поверхность конуса проходит коническая поверхность тока с максимальной энтропией. С увеличением угла атаки обе линии растекания смещаются вдоль поверхности конуса на наветренную сторону, а обе линии стекания остаются на месте. Начиная с некоторого угла атаки, линии растекания сливаются в плоскости симметрии с линией стекания и далее реализуется режим течения с одной линией растекания с наветренной стороны и одной линией стекания с подветренной стороны, аналогично круговому конусу. Поскольку нельзя предсказать заранее, который из двух указанных режимов течения реализуется при заданных параметрах, был создан алгоритм расчета, автоматически учитывающий наличие или отсутствие линии стекания с наветренной стороны.

Ранее авторами было проведено аналитическое исследование конического течения в окрестности линии растекания, расположенной на поверхности тела [12]. Показано, что минимуму радиальной компоненты скорости в сферической системе координат соответствует максимум давления и плотности и что образующая конуса, вдоль которой это имеет место, является линией растекания. Кроме того вдоль линии растекания коническая поверхность тока ортогональна к поверхности конуса.

В расчетах параметры течения на линиях стекания, где имеет место особенность течения, брались различными при подходе вдоль плоскости симметрии и вдоль поверхности тела, как и в [2]. Принималось, что энтропия при подходе вдоль поверхности тела равна энтропии на линии растекания, положение которой определялось по минимуму радиальной компоненты скорости (максимум давления). В случае с одной линией растекания энтропия на ней будет автоматически однозначна, а следовательно, будут однозначны и остальные параметры течения.

Явление перемещения максимума давления (линии растекания) с изменением угла атаки допускает наглядную интерпретацию с точки зрения теории Ньютона. По этой теории коэффициент давления максимален там, где местный угол атаки поверхности максимален. Таким образом, линия растекания совпадает с образующей, вдоль которой касательная плоскость к поверхности конуса имеет максимальный угол с вектором скорости набегающего потока.

Местный угол атаки  $\alpha'$  определяется следующим образом:

$$\sin \alpha' = \frac{(U_\infty \cdot \text{grad } F)}{|U_\infty| \cdot |\text{grad } F|}.$$

Находя экстремум этой функции по параметру эллипса поперечного сечения  $\psi$ , получим

$$(2.1) \quad \cos \psi = \frac{a^2 + 1}{a^2 - b^2} b \cdot \text{tg } \alpha,$$

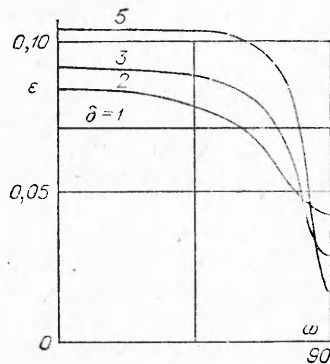
где  $\alpha$  — угол атаки,  $a$  и  $b$  — большая и малая полуоси эллипса в сечении

$x=1, \psi = \arctg(a/b \cdot \operatorname{tg} \beta)$ . Если выражение в правой части больше или равно единице, то  $\alpha'$  максимально в плоскости симметрии течения с наветренной стороны. С увеличением числа  $M_\infty$  ньютоновская концепция все лучше совпадает с численным решением полных уравнений газовой динамики.

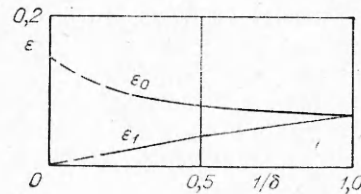
3. Проведены расчеты полей течения совершенного газа в ударном слое эллиптических конусов. Каждый вариант характеризуется отношением полуосей эллипса поперечного сечения  $\delta = a/b$ , углом полураствора конуса в плоскости большей оси эллипса  $\vartheta$ , углом атаки  $\alpha$  и числом Маха набегающего потока  $M_\infty$ . Значительный интерес представляет распределение конического числа Маха  $M_s$ , которое вычисляется по компоненте скорости, ортогональной к радиусу-вектору, проведенному в данную точку из вершины конуса, и местной скорости звука. Это число Маха определяет тип системы стационарных уравнений газовой динамики, описывающих коническое течение и, следовательно, области влияния.

Ранее в [12] авторами были приведены линии  $M_s = \text{const}$ , изобары и изоэнтропы (линии пересечения конических поверхностей тока плоскостью поперечного сечения) при  $\delta = 1,788, \vartheta = 21,97^\circ, M_\infty = 6$  и различных углах атаки.

Расстояние отхода ударной волны  $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$  в плоскости поперечного сечения  $x=1$  по нормали к контуру эллипса представлено на фиг. 1. Здесь



Фиг. 1

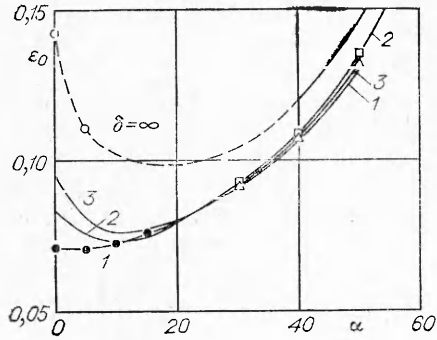


Фиг. 2

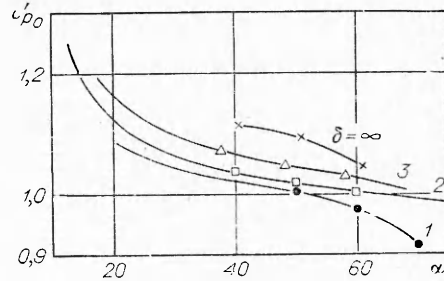
$\vartheta = 20^\circ, \alpha = 0^\circ, M_\infty = 7$ ;  $\omega$  — меридиональный угол для данной точки контура, отсчитываемый от плоскости симметрии с наветренной стороны. С уменьшением меньшей полуоси эллипса  $b$  вблизи большей оси градиент  $\varepsilon$  вдоль контура возрастает. Ударная волна удаляется от поверхности конуса в плоскости меньшей оси эллипса и приближается в плоскости большей оси. Если построить расстояние отхода ударной волны  $r_0 = \varepsilon(0)$  в плоскости меньшей оси в зависимости от  $1/\delta$  (фиг. 2), то, как и следует ожидать,  $\varepsilon_0$  при  $1/\delta \rightarrow 0$  будет стремиться к своему значению в волне Маха при стремлении эллиптического конуса к треугольной пластине. Величина  $\varepsilon_1 = \varepsilon(\pi/2)$  в этом случае стремится к нулю (сплошные линии соответствуют расчетному интервалу). Зависимость  $\varepsilon_0$  от угла атаки  $\alpha$  для различных значений  $\delta$  представлена на фиг. 3 ( $\vartheta = 20^\circ, M_\infty = 7$ ). Здесь точки соответствуют [2], треугольники и квадратики — [5], сплошная кривая для треугольной пластины ( $\delta = \infty$ ) взята из [14], кружочки — результаты Г. П. Воскресенского и волна Маха ( $\alpha = 0$ ). С ростом угла атаки величина  $\varepsilon_0$  уменьшается, проходя через минимум, а затем увеличивается, и кривые для различных значений  $\delta$  сближаются. С ростом  $\delta$  немонотонность становится более существенной.

На фиг. 4 приведены значения  $c_{p_0}'$  — отношения коэффициентов давления в плоскости симметрии  $c_{p_0}$  к своему значению, вычисленному по тео-

рии Ньютона,  $2 \sin^2 \alpha'$  ( $\vartheta = 20^\circ$ ,  $M_\infty = 7$ ). По оси абсцисс отложены значения местного угла атаки поверхности  $\alpha'$ . Обозначения те же, что и на фиг. 3, крестики соответствуют [14]. Значения коэффициента давления при различ-



Фиг. 3



Фиг. 4

ных эллиптичностях близки к значению по теории Ньютона в широком диапазоне углов атаки, за исключением области  $\alpha' \leq 20^\circ$ . Этот результат объясним с точки зрения [15]. Приняв  $K_1 = \operatorname{tg} \vartheta \operatorname{ctg} \alpha'$ ,  $K_2 = M_\infty \sin \alpha'$ , как это сделано в [1], вблизи углов  $\alpha' = 60^\circ$  получим  $K_1 \approx 0.2$  и  $K_2 \approx 6$ . Относительный коэффициент давления  $c_{r_0}$  при этих значениях  $K_1$  и  $K_2$  от них практически не зависит. При  $\alpha \leq 20^\circ$  оба параметра — порядка единицы.

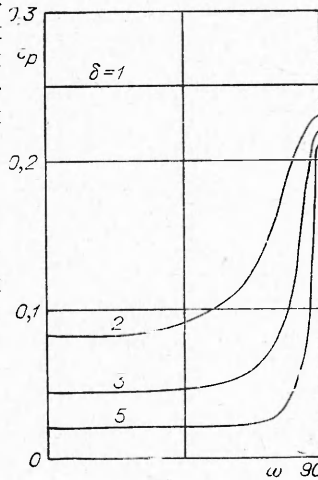
Распределения местного коэффициента давления  $c_p$  в зависимости от меридионального угла  $\omega$  для различных эллиптичностей представлены на фиг. 5 ( $\vartheta = 20^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $M_\infty = 7$ ). Из графика видно, что градиент  $c_p$  вблизи большей оси эллипса возрастает с увеличением эллиптичности, а абсолютное значение  $c_p$  везде убывает. При  $\delta \rightarrow \infty$  указанная величина стремится к нулю в плоскости меньшей оси. На фиг. 6 распределение коэффициента давления сравнивается с экспериментальными данными [16]:

а)  $\delta = 1,788$ ,  $\vartheta = 21,97^\circ$ ,  $M_\infty = 6$ ; б)  $\delta = 1,788$ ,  $\vartheta = 21,97^\circ$ ,  $M_\infty = 3,09$  и [17]:  $\delta = 2$ ,  $\vartheta = 22,5^\circ$ ,  $M_\infty = 3$ . Результаты расчетов удовлетворительно согласуются с данными экспериментов.

Значения конического числа Маха  $M_s$  на фиг. 7, 8 принимались положительными, если ортогональная к радиусу-вектору компонента скорости на поверхности конуса направлена в сторону увеличения угла  $\omega$ , и отрицательными — в противном случае. Таким образом, линиям растекания и стекания на графиках соответствует  $M_s = 0$ , причем на линии растекания  $\frac{dM_s}{d\omega} > 0$ , а на линии стекания —

$\frac{dM_s}{d\omega} < 0$ . При нулевом угле атаки (см. фиг. 7) первое имеет место в плоскости большей оси эллипса, а второе — в плоскости меньшей оси ( $\vartheta = 20^\circ$ ,  $M_\infty = 7$ ). С увеличением эллиптичности абсолютная величина  $M_s$  возрастает, и, начиная с некоторого значения  $\delta$ , конически сверхзвуковые зоны ( $|M_s| > 1$ ) существуют уже при нулевом угле атаки.

Перемещение линии растекания ( $M_s = 0$ ,  $\frac{dM_s}{d\omega} > 0$ ) в зависимости от угла атаки хорошо



Фиг. 5

видно на фиг. 8 ( $\delta=1,788$ ,  $\vartheta=21,97^\circ$ ,  $M_\infty=6$ ). При  $\alpha \approx 18^\circ$  линия растекания смещается в плоскость симметрии течения, где и остается при дальнейшем увеличении угла атаки. Конически сверхзвуковые зоны в этом варианте появляются при  $\alpha=8^\circ$  [12], с увеличением угла атаки они достигают поверхности тела ( $\alpha=10^\circ$ ), и затем реализуется режим «запирания».

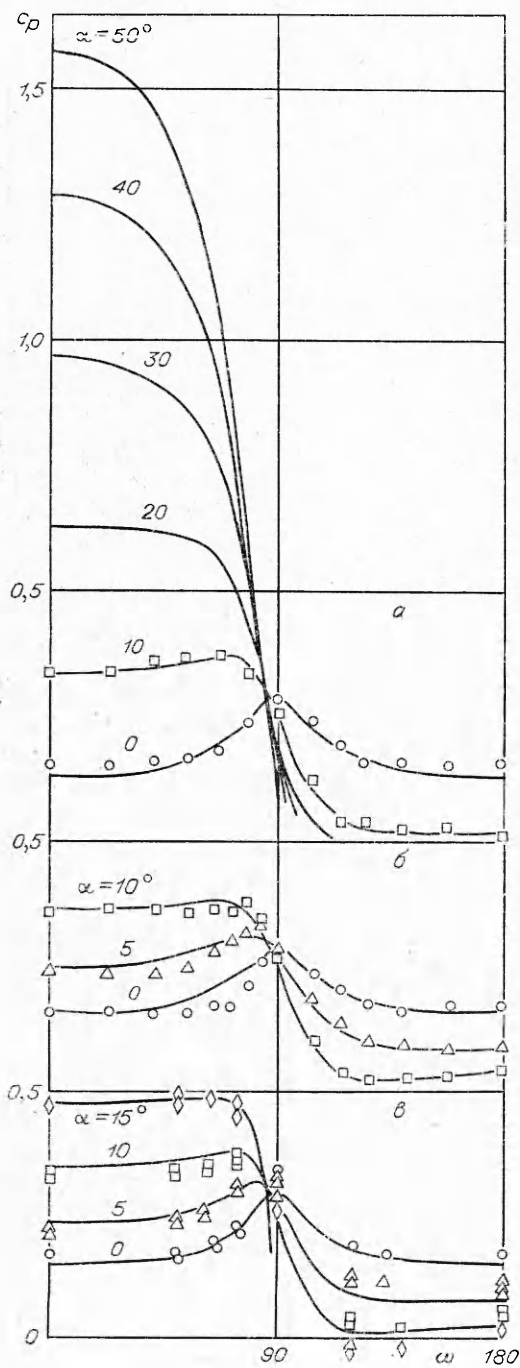
На фиг. 9 представлена зависимость угла  $\omega'$ , соответствующего линии растекания, от угла атаки для того же конуса. Углам атаки, лежащим правее точки пересечения кривой с осью абсцисс, соответствует режим течения с одной линией растекания. Пунктиром на этом графике нанесены результаты, полученные по формуле (2.1).

Формула (2.1) дает наглядное представление о влиянии параметров эллиптического конуса и угла атаки на положение линии растекания. С увеличением  $\delta$  при фиксированном  $\alpha$  координата  $\xi = a \sin \psi$  точки растекания в плоскости поперечного сечения конуса увеличивается, т. е. точка удаляется от плоскости симметрии течения. Приравняв правую часть единице, получим значение угла  $\alpha^*$ , при котором линия растекания смещается в плоскость симметрии

$$\operatorname{tg} \alpha^* = \frac{a^2 - b^2}{b(a^2 + 1)}.$$

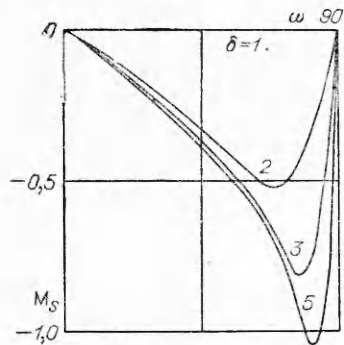
Отсюда следует, что при сплющивании конуса вдоль меньшей оси угол  $\alpha^*$  увеличивается. По-видимому, по мере приближения к нулю погрешность определения  $\alpha^*$  по этой теории возрастает. В другом предельном случае, когда конус становится круговым ( $b \rightarrow a$ ), эта формула дает точный результат —  $\alpha^* \rightarrow 0$ .

На фиг. 10 для  $M_\infty=7$ ,  $\vartheta=10^\circ$  приведена зависимость полного числа Маха потока  $M_p$  на поверхности конуса при  $\alpha=0$ . Число Маха в этой точке является минимальным, как и в слу-

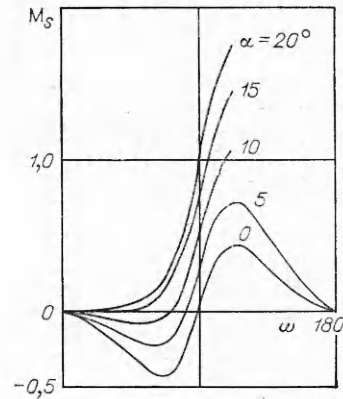


Ф и г. 6

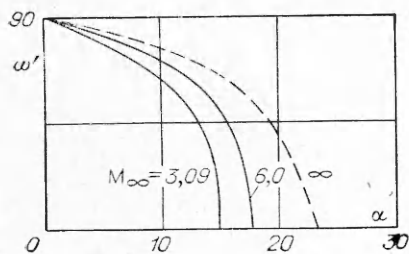
чае кругового конуса [6]. Начиная с некоторого угла атаки,  $M_{\Pi}$  становится меньше единицы. Это решение справедливо лишь для бесконечного конуса или для окрестности носика в случае конуса конечной длины. При дальнейшем увеличении угла атаки  $M_{\Pi}$  становится отрицательным, что соответствует изменению направления течения: поток на наветренной обра-



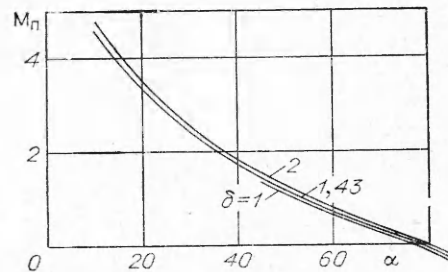
Фиг. 7



Фиг. 8



Фиг. 9



Фиг. 10

зующей начинает течь к носу. Аналогичное явление для узкой треугольной пластины было впервые обнаружено Г. Г. Черным [18], а для кругового конуса — в работе [6]. Из графика видно, что с увеличением  $\delta$  при фиксированных остальных параметрах углы атаки перехода через  $M_{\Pi}=1.0$  и  $M_{\Pi}=0$  возрастают. Это связано с уменьшением местного угла атаки по мере сплющивания конуса.

Поступила 3 VI 1974

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Булах В. М. Нелинейные конические течения газа. М., «Наука», 1970.
2. Бабенко К. И., Воскресенский Г. П., Любимов А. Н., Русанов В. В. Пространственное обтекание гладких тел идеальным газом. М., «Наука», 1964.
3. Воскресенский Г. П. Численное решение задачи обтекания верхней поверхности треугольного крыла в области расширения сверхзвуковым потоком газа. ПМТФ, 1973, № 6.
4. Чушкин П. И. Обтекание конуса со сверхзвуковой скоростью под углом атаки. Сборник теоретических работ по гидромеханике. М., ВЦ АН СССР, 1970.
5. Базжин А. П., Трусова О. Н., Челышева Н. Ф. Расчет течений совершенного газа около эллиптических конусов при больших углах атаки. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 4; Труды ЦАГИ, 1969, вып. 1144.

6. *Бачманова Н. С., Лапыгин В. И., Липницкий Ю. М.* Исследование сверхзвукового обтекания круговых конусов на больших углах атаки. Изв. АН СССР, МЖГ, 1973, № 6.
  7. *Иванов М. Я., Крайко А. Н.* К расчету сверхзвукового обтекания конических тел. ЖВММФ, 1973, т. 13, № 6.
  8. *Авдусевский В. С., Медведев К. И.* Исследование отрыва ламинарного пограничного слоя на конусе под углом атаки. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 3.
  9. *Смыгина Г. В., Юшин А. Я.* Экспериментальное исследование в ударной трубе при  $M_\infty = 13,6$  теплопередачи к моделям треугольных крыльев, составленных из двух эллиптических полуконусов с различными значениями коэффициента эллиптичности. Труды ЦАГИ, 1968, вып. 1106.
  10. *Русанов В. В.* Пространственное обтекание затупленного тела сверхзвуковыми потоками газа. ЖВММФ, 1968, т. 8, № 3.
  11. *Любимов А. Н., Русанов В. В.* Течение газа около тупых тел. М., «Наука», 1970.
  12. *Ветлуцкий В. Н., Ганимедов В. Л.* О решении задачи сверхзвукового обтекания конического тела методом установления. Сб. «Численные методы механики сплошной среды», 1973, т. 4, №3.
  13. *Ferri A.* Supersonic flow around circular cones at angles of attack. NASA Report № 1045, 1951.
  14. *Базжин А. П.* Расчет обтекания плоских треугольных крыльев потоком совершенного газа при больших углах атаки. Труды ЦАГИ, 1966, вып. 1034.
  15. *Сычев В. В.* Пространственные гиперзвуковые течения газа около тонких тел при больших углах атаки. ПММ, 1960, т. XXIV, вып. 2.
  16. *Mariellucci A.* An extension of the linearized characteristics method for calculating the supersonic flow around elliptic cones. JAS, 1960, vol. 27, No 9.
  17. *Швец А. И.* Исследование обтекания эллиптических конусов. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 1.
  18. *Черный Г. Г.* Гиперзвуковое обтекание крыльев при больших углах атаки. Докл. АН СССР, 1964, т. 155, № 2.
-