

5. Алиханов С. Г., Белан В. Г., Кичигин Г. Н., Чеботаев П. З. Расширение плазмы в вакуум и обтекание пластинки потоком бесстолкновительной плазмы. — ЖЭТФ, 1970, т. 59, вып. 6.
6. Масленников М. В., Сигов Ю. С., Фадеев И. Н., Чуркина Г. П. Двумерная задача о формировании возмущенной зоны при сверхзвуковом обтекании тела разреженной плазмой. Препринт № 81. М., ИПМ АН СССР, 1974.
7. Liu V., Jew P. Rarefied Gas Dynamics. Ed. by C. L. Brundin. N. Y., 1967.
8. Gurevich A. V., Pitaevsky L. P. Hypersonic body motion through rarefied plasma. — «Phys. Rev. Lett.», 1965, vol. 15, N 8.
9. Анисимов С. И., Медведев Ю. В. Кинетика расширения плазмы в вакуум. Препринт. Черноголовка, ИТФ им Л. Д. Ландау АН СССР, 1977.
10. Хейз У. Д., Пробстин Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений. М., ИЛ, 1962.
11. Морз Р. Моделирование многомерной плазмы с помощью метода частиц в ячейке. — В кн.: Вычислительные методы в физике плазмы. М., «Мир», 1974.

УДК 532.529.6

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ СКОРОСТНОЙ СТРУИ, ОБРАЗУЮЩЕЙСЯ ПРИ ЗАХЛОПЫВАНИИ ПУЗЫРЯ

О. В. Воинов

(Москва)

Как известно, захлопывание паровых пузырей в жидкости может вызывать интенсивное разрушение граничных твердых поверхностей. Экспериментальные и теоретические исследования захлопывания пузыря привели к выводу, что поверхность пузыря может деформироваться и образовывать при этом струю жидкости, направленную к твердой поверхности [1, 2]. В теоретических работах [3, 4] получены слишком низкие скорости струи, недостаточные для объяснения разрушения поверхности при однократном ударе. В работе [5] в результате численных расчетов обнаружено, что возможно образование струй, обладающих огромными скоростями. Найдено также, что при захлопывании пузыря около стенки возможны две принципиально различные схемы образования струи. Переход от одной схемы к другой происходит при относительно малом изменении начальной формы пузыря.

В данной работе исследуется случай достаточно малых начальных деформаций пузыря, когда при образовании струи область, занятая пузырем, остается односвязной, т. е. не происходит отделения от пузыря маленького пузырька. В случае второй схемы захлопывания пузыря около стенки связность свободной границы нарушается, при образовании струи отделяется пузырек.

В идеальной несжимаемой жидкости, ограниченной плоской твердой поверхностью и покоящейся на бесконечности, находится пузырь. На границе пузыря давление жидкости $p = 0$, на бесконечности $p = p_\infty$. В начальный момент $t = 0$ заданы форма и положение пузыря. Необходимо определить движение жидкости и форму границы пузыря S при $t > 0$.

Расчет движения жидкости производился численно на ЭВМ БЭСМ-6 при помощи метода расчета потенциальных движений жидкости со свободными границами, предложенного в [6]. Контур пузыря в осесимметричной задаче представлялся при помощи интерполяции на большом числе опорных точек (от 17 до 41). Неизвестными величинами являются координаты опорных точек и значения потенциала скоростей в этих точках. Нестационарная задача решалась по специально разработанной явной схеме. На каждом шаге по времени решалось интегральное уравнение 1-го рода от

носителем нормальной скорости жидкости на контуре при известных в фиксированный момент времени значениях потенциала.

Расчеты производились в безразмерных переменных длины x и времени t , следующим образом связанных с соответствующими размерными:

$$x' = xa, \quad t' = ta\sqrt{\rho/p_\infty}, \quad v' = v\sqrt{p_\infty/\rho},$$

где v — безразмерная скорость; a — размер пузыря.

Учитывалась плавная начальная деформация пузыря. Эта деформация может появиться из-за наличия градиентов давления в потоке, из-за асимметрии течения вблизи пузыря, растущего около стенки, и других факторов. Принято, что пузырь имеет форму эллипсоида вращения с полуосями, равными a и b . Полуось a перпендикулярна стенке. Решение задачи зависит от отношения полуосей $\chi = b/a$ и от расстояния центра эллипсоида от плоскости z_0 .

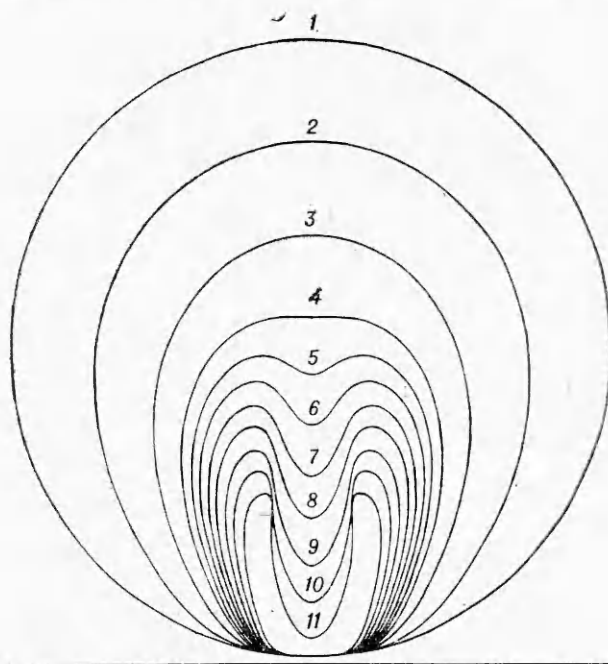
Расчеты процесса захлопывания пузыря проведены в широком диапазоне изменения расстояния от плоскости z_0 . На фиг. 1 представлено решение задачи захлопывания сферического пузыря ($\chi = 1$) при $z_0 = 1,025$, когда пузырь практически контактирует со стенкой. Стенке соответствует горизонтальная линия. Изображены положения границы пузыря 1—11 в последовательные моменты времени $t = 0; 0,76; 0,935; 0,995; 1,015; 1,02906; 1,04281; 1,05406; 1,06656; 1,07656; 1,08656$. Видно, что в процессе захлопывания образуется струя, движущаяся к твердой границе. Скорость кончика струи (далее именуется просто скоростью струи) резко возрастает при прохождении границы полости от положения 3 до положения 5, далее скорость струи остается практически постоянной. Положение 5 соответствует появлению начального участка струи, когда промятие поверхности весьма невелико. Достаточно совсем небольшого отделения ускоряющейся массы жидкости от поверхности пузыря, чтобы ее скорость перестала возрастать.

Результаты, приведенные на фиг. 1, согласуются с результатами [4]. Отличие состоит в отсутствии нерегулярного выброса на кончике струи. Задача захлопывания сферического пузыря около стенки решалась также в [7]. Результаты этой работы очень сильно отличаются от приведенных выше и от результатов [4, 5]. Образование струи происходит в момент, когда пузырь имеет вдвое больший размер, причем диаметр струи оказывается значительно меньшим. В [7] применяется сглаживание при счете по некоторой сильно неустойчивой разностной схеме. Это может быть одной из причин расхождения результатов, другой причиной, видимо, являются сильная зависимость результатов от начальной формы пузыря и вытекающие отсюда повышенные требования к точности вычислений.

С увеличением начального расстояния z_0 сферического пузыря от плоскости уменьшается минимальный размер пузыря, при котором происходит образование струи, а скорость струи v увеличивается (фиг. 2).

Наибольший интерес, как следует из [5], представляет учет начальной ($t = 0$) деформации полости. Даже небольшая деформация существенно изменяет процесс формирования струи, который в случае степени деформации $\chi = 1,1$ показан на фиг. 3. По вертикали отложено расстояние от плоскости, по горизонтали — расстояние от оси симметрии. Положениям границы пузыря 1—7 соответствуют моменты времени $t = 1,08344; 1,08578; 1,08734; 1,08859; 1,08984; 1,09047; 1,09203$. Скорость струи возрастает примерно вдвое при прохождении свободной границы от положения 1 до положения 4 и далее остается практически постоянной.

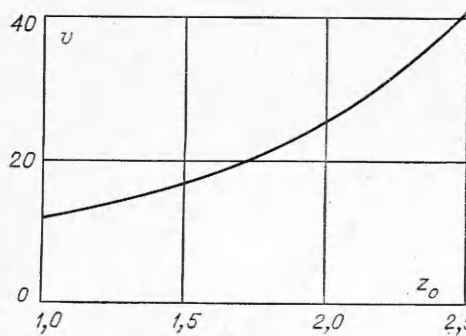
Расчеты производились с различной степенью сгущения опорных точек в области контура, где вероятно появление струи (см. фиг. 3). Ва-



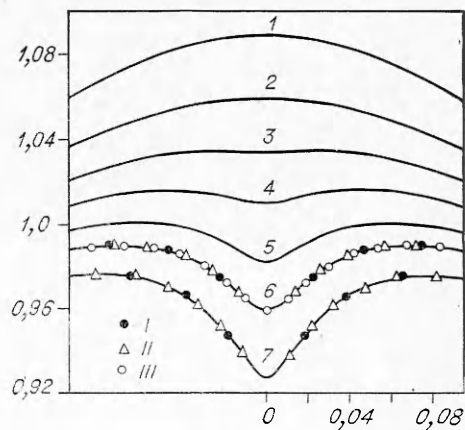
Ф и г. 1

рианту I соответствует при $t = 0$ расстояние $x_2 = 0,006047$ от оси симметрии точки, ближайшей к полюсу; варианту II — $x_2 = 0,00346$; варианту III — $x_2 = 0,0025978$. Из данных фиг. 3 видно, что результаты расчетов с существенно различным расположением опорных точек вдоль длины контура совпадают. Это дополнительно подтверждает правильность расчетов. Контроль точности вычислений производился также на каждом шаге путем проверки сохранения энергии системы.

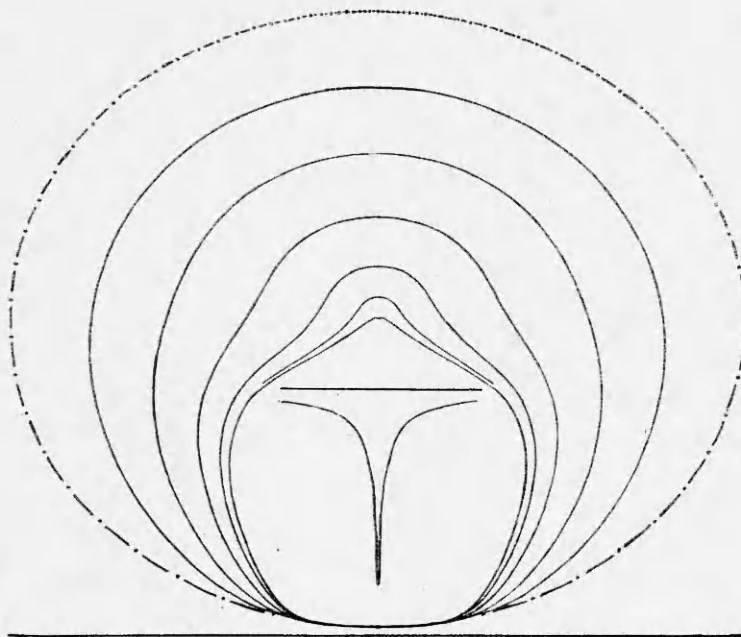
В случае начальной деформации $\chi = 1,175$ нелинейный процесс захлопывания пузыря дает практически игольчатую струйку. На фиг. 4 отображен процесс захлопывания пузыря и профиль скорости на свободной границе в первый момент после отделения от нее начальной части струи



Ф и г. 2



Ф и г. 3



Ф и г. 4

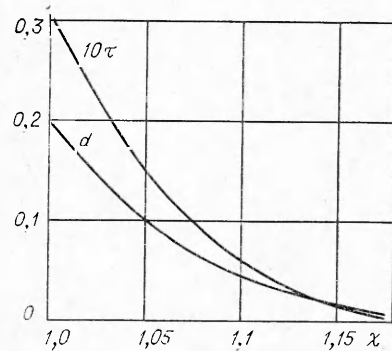
при $t = 1,14702$. Максимум скорости в центре выражен очень резко. Расчеты сильно затруднены из-за очень малого масштаба образующейся струи.

Характерная толщина d струи сильно зависит от начальной степени деформации χ (фиг. 5). Величина d определяется как ширина струи на половине ее длины в моменты времени, когда амплитуда промятия поверхности пузыря по вертикали (длина струи) составляет величину порядка d . По-видимому, где-то в области $\chi \gtrsim 1,175$ толщина струи d обращается в нуль.

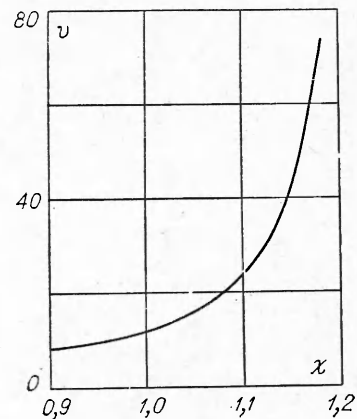
Время, за которое происходит основной рост скорости струи, является важной характеристикой процесса генерирования струи. Определим характерное время генерирования струи как время, за которое скорость струи возрастает от $0,45 v$ до $0,9 v$, где v — максимальное значение скорости. Время генерирования τ сильно зависит от степени деформации пузыря χ (см. фиг. 5). Видно, что с приближением χ к значению $\chi \sim 1,2$ время генерирования резко убывает и оказывается на порядки меньше, чем при $\chi = 1$.

Наибольший интерес представляет зависимость скорости струи от степени деформации (фиг. 6). Для вытянутого эллипсоида вращения ($\chi < 1$) значения скорости струи меньше, чем в случае сферы, для сплюснутого — больше.

Рост скорости с ростом χ столь интенсивен, что значение $v=11,9$ при $\chi = 1$ (сферический пузырь) оказывается совершенно эпизодическим, не характерным для задачи захлопывания мало деформированного пузыря. С приближением к $\chi \sim 1,2$ скорость струи резко возрастает и, по-видимому, обращается в бесконечность. Для значений $v \sim 100$, соответствующих для воды при $p_{\infty} = 1$ атм, $\rho = 1$ г/см³ скоростям около 1 км/с, необходимо учитывать сжимаемость воды. При ударе о твердую поверхность водяной струи, движущейся со скоростью такого порядка, может быть достигнута



Ф и г. 5



Ф и г. 6

величина ударного давления до нескольких десятков тысяч атмосфер.

Из качественных соображений можно заключить, что при генерировании струи параметр tv/d должен оставаться примерно одним в разных вариантах. Действительно, величина tv/d остается в пределах 2—4, когда скорость изменяется почти в 10 раз, а время генерирования струи — в 100 раз.

Может возникнуть вопрос, не повлияет ли на процесс генерирования струи поверхностное натяжение? Оценки показывают, что поверхностное натяжение σ существенно, если $v^2d \leq \sigma/(cp_\infty)$, где v и d — безразмерные скорость и диаметр струи; a — размер пузырька. Величина v^2d принимает значения 29 при $\chi = 1$, 28 и 33 при $\chi = 1,15$ и $1,175$ соответственно, т. е. v^2d остается практически постоянной с ростом χ . Следовательно, если для данного размера пузырька поверхностное натяжение не было существенно в случае образования широкой струйки при захлопывании сферического пузыря, то оно не будет иметь существенного значения и в случае образования аномально тонкой струйки ввиду ее больших скоростей (в малой области, где формируется струя, развиваются большие давления).

Приведенные результаты подтверждают вывод [5], что существует критическое значение начальной степени деформации $\chi = \chi_* \sim 1,2$, с приближением к которому скорость образующейся струи возрастает, а ее толщина уменьшается. Скорость струи обращается в бесконечность при $\chi = \chi_*$, и точка $\chi = \chi_*$ является особой.

Захлопывание пузыря при деформации, большей, чем критическая, происходит по схеме, найденной в [5]. Струйка образуется как вторичная в результате захлопывания кольцевой струи, отсекающей от пузыря маленький пузырек.

Поступила 16 VI 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Kornfeld M., Suvorov L. On the destructive action of cavitation. — *J. Appl. Phys.*, 1944, vol. 15, N 3.
2. Кнэпп Р., Дэйли Дж., Хэммит Ф. Кавитация. М., «Мир», 1974.
3. Войнов О. В., Петров А. Г. Движение сферы переменного объема в идеальной жидкости около твердой поверхности. — *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1971, № 5.
4. Plesset M. S., Chapman R. B. Collapse of an initially spherical vapour cavity in the neighbourhood of a solid boundary. — *J. Fluid Mech.*, 1971, vol. 47, N 2.
5. Войнов О. В., Войнов В. В. О схеме захлопывания кавитационного пузырька около стенки и образования кумулятивной струйки. — *Докл. АН СССР*, 1976, т. 227, № 1.

6. Воинов О. В., Воинов В. В. Численный метод расчета нестационарных движений идеальной несжимаемой жидкости со свободными поверхностями. — Докл. АН СССР, 1975, т. 221, № 3.
7. Lenoir M. Numerical simulation of the collapse of a cavitation bubble. — In: Lecture Notes Physics, Vol. 59. 1976, p. 274—279.

УДК 533.6.011

К АСИМПТОТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ОБТЕКАНИЯ ПРОФИЛЯ ЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ

А. Л. Брежнев, И. А. Чернов

(Саратов)

Первое исследование задачи обтекания профиля потоком газа, скорость которого равна звуковой на бесконечности, проведено в работе [1, 2], где показано, в частности, что главный член соответствующего асимптотического разложения является автомодельным решением уравнения Трикоми, к которому сводится в первом приближении задача при годографическом изучении. Важным условием, определившим выбор показателя автомодельности $n(xy)^{-n}$ — инвариант автомодельного решения), явилось требование аналитичности функции тока в зависимости от годографических переменных на предельной характеристике. Из этого условия следует аналитичность поля скоростей всюду в течении выше ударных волн, которые с необходимостью возникают при обтекании профиля. Последнее найдено в [3], где использована в области позади ударных волн одна из ветвей решения, полученного в [1].

Главный и последующие члены асимптотического разложения, описывающего звуковой поток вдали от профиля, обсуждались в [4], где автор ограничился уравнением Трикоми.

Каждый член построенного в [4] ряда содержит произвольный коэффициент (назовем его формпараметром), который не определен в рамках локального изучения, и требуется рассмотрение задачи обтекания заданного профиля в целом, чтобы определить эти формпараметры. Из результатов [4] следует, что вопрос о высших приближениях к решению [1] совпадает с задачей построения течения в окрестности центра сопла Лавалья при аналитическом распределении скорости вдоль продольной оси (течение мейеровского типа).

Наряду с течением мейеровского типа в окрестности центра сопла, которое соответствует показателю автомодельности $n = 2$, асимптотически возможны два других типа течения с $n = 3$ и 11 , что дано в [5]. В [6] выписаны соответствующие решения в алгебраических функциях.

Результаты [5] показывают, что условие аналитичности вектора скорости на предельной характеристике в плоскости потока шире, чем условие аналитичности функции тока в зависимости от годографических переменных, использованное в [1, 2, 4]. Поэтому возникла необходимость пересмотра задачи о высших приближениях для профильного решения Ф. И. Франкля. Для области впереди ударных волн оказалось возможным использование ряда, более общего, чем в [4], что означает включение дополнительного множества формпараметров. Решение представлено на плоскости годографа в виде суммы двух слагаемых, первому соответствует ряд, рассмотренный в [4], второму — ряд, порождаемый автомодельным решением с $n = 3$ или с $n = 11$.

1. Плоские безвихревые течения идеального совершенного газа в околосзвуковом приближении описываются уравнениями [7]

$$(1.1) \quad -u u_x + v_y = 0, \quad u_y - v_x = 0,$$

где x, y — приведенные декартовы координаты; u, v — безразмерные компоненты возмущений однородного звукового потока.