

УДК 519.17

Клеточно-автоматная модель динамики популяций трех видов организмов озера Байкал*

И.В. Афанасьев

Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук,
просп. Акад. М.А. Лаврентьева, 6, Новосибирск, 630090
E-mail: ivafanas@gmail.com

Афанасьев И.В. Клеточно-автоматная модель динамики популяций трех видов организмов озера Байкал // Сиб. журн. вычисл. математики / РАН. Сиб. отд-ние. — Новосибирск, 2014. — Т. 17, № 3. — С. 217–227.

Предложена композиционная клеточно-автоматная модель динамики популяций трех видов организмов: макроектопуса, малой и большой голомянок. Каждый из видов разделен на возрастные группы. Всего 8 групп организмов. Между группами определены демографические отношения и отношения хищник–жертва. Модель позволяет учитывать перемещение особей по области моделирования, сезонность и влияние загрязнений. Проведен вычислительный эксперимент для случая загрязнения южной части озера Байкал. Модель в результате колебаний численности приходит к устойчивому колебательно-му процессу с периодом в 1 год. Получены оценки минимального загрязнения, ведущего к полному вымиранию, и максимального загрязнения, не оказывающего заметного влияния на динамику популяций. Модель верифицирована по критерию отношения продукции к среднегодовой биомассе и относительных частот встречаемости организмов.

Ключевые слова: *клеточный автомат, дискретное моделирование, динамика численности, Байкал, хищник–жертва.*

Afanasyev I.V. A cellular automata model of three organisms populations in lake Baikal // Siberian J. Num. Math. / Sib. Branch of Russ. Acad. of Sci. — Novosibirsk, 2014. — Vol. 17, № 3. — P. 217–227.

A cellular automata model of population dynamics of three organisms in Lake Baikal is proposed and investigated. Each species is divided into age groups. There are eight groups all together. The model allows one to take into account a spatial organisms distribution, a seasonal dependency of birth rates, a possible habitat pollution and water streams. A computational experiment was carried out for the case of pollution that is in the south area of lake Baikal. It demonstrates that the population dynamics tends to the oscillating process with a period equal to 1 year. The assessment of the critical pollution intensity which leads to the total extinction is presented. The model was verified within production-to-biomass and frequency of occurrence ratios.

Key words: *cellular automata, discrete modeling, populations dynamics, lake Baikal, prey-predator systems.*

Введение

Клеточно-автоматное моделирование — подход к исследованию самоорганизующихся процессов, позволяющий, используя сравнительно простые правила, моделировать сложные нелинейные процессы. Исследования клеточно-автоматных (КА) моделей для процессов самоорганизации были проведены в работах Wolfram [1], Chua [2], Вананага [3].

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 11-01-00567а) и Программы Президиума РАН (№ 15.9; 2012 г.).

Предложены КА-модели для некоторых реакций Белоусова–Жаботинского [4]. Исследованы КА-модели для процесса “разделения фаз” [5, 6]. КА-модели динамики популяций исследовались в [7].

Длительное время исследования динамики популяций проводились с помощью систем дифференциальных уравнений [8, 9]. При этом принимались следующие ограничения:

1. Параметры популяций усреднены по области моделирования.
2. Число взаимодействующих организмов не превосходит 3.

В работе [10] предложена и исследована модель 8 групп организмов, базирующаяся на системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Таким образом, с помощью численного моделирования было снято второе ограничение.

В данной статье предложена композиционная КА-модель динамики популяций 8 групп организмов озера Байкал, снимающая также и первое ограничение. Данные о популяциях взяты из [10].

Первый пункт работы посвящен постановке задачи, во втором — дана математическая интерпретация КА-модели. Экспериментальные результаты с загрязнением южной части озера и поиск критических значений интенсивности загрязнения представлены в третьем пункте. В четвертом пункте приведена верификация модели.

1. Постановка задачи

Среди рыб озера Байкал по биомассе лидирует голомянка. Ее основной корм — макрогектопус. Аналогично [10] в статье рассмотрены 3 вида организмов: макрогектопус (*macrohectopus*), малая (*comephorus dybovski*) и большая (*comephorus baikalensis*) голомянки.

Каждый из видов разделен на возрастные группы (в скобках указаны используемые далее сокращения: вид — буква m , d , b ; цифра — возрастная группа 1, 2, 3):

1. Макрогектопус — неполовозрелые m_1 , половозрелые m_2 .
2. Малая голомянка — однолетки d_1 , неполовозрелые d_2 , половозрелые d_3 .
3. Большая голомянка — однолетки b_1 , неполовозрелые b_2 , половозрелые b_3 .

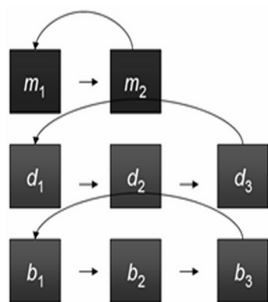


Рис. 1. Демографические межгрупповые отношения

Между группами определены взаимоотношения хищник – жертва и демографические взаимоотношения. Хищниками являются особи неполовозрелых и половозрелых голомянок (d_2 , d_3 , b_2 , b_3). Жертвами являются макрогектопус и однолетки голомянок (m_1 , m_2 , d_1 , b_1).

Все хищники питаются всеми жертвами с разными коэффициентами предпочтений. Демографические отношения (кто в кого вырастает и кто кого порождает) отображены на рис. 1.

2. Композиционная КА-модель

Следующие предположения использованы при построении КА-модели:

1. Влияние других видов предполагается постоянным. Например, макрогектопусу всегда хватает еды, а нерпа поедает строго одинаковый процент голомянок в год.
2. Параметры особей (скорость, размер, диета) усреднены по группам.
3. Размножаются только особи последней возрастной группы.

КА-модель динамики популяций организмов озера Байкал определяется четверкой понятий:

$$\aleph = \langle \Sigma, M, F, \rho \rangle, \quad (1)$$

где Σ — алфавит состояний клеток, M — множество имен клеток, F — глобальный оператор перехода, ρ — режим функционирования.

Модель — параллельная композиция [5] восьми КА, каждый из которых предназначен для моделирования численности конкретной группы организмов.

Пусть Q — квадратная сетка, покрывающая озеро Байкал. Множество имен клеток M — объединение восьми попарно непересекающихся множеств M_i^α :

$$M = M_1^m \cup M_2^m \cup M_1^d \cup M_2^d \cup M_3^d \cup M_1^b \cup M_2^b \cup M_3^b. \quad (2)$$

Предполагается, что каждой ячейке из Q соответствует восемь имен клеток — ровно по одному из каждого из множеств M_i^α , т. е. $\forall i \forall \alpha \exists$ биекция ψ_i^α между множеством M_i^α и множеством ячеек сетки Q :

$$\psi_i^\alpha : Q \rightarrow M_i^\alpha. \quad (3)$$

Клеткой называется элемент множества $M \times \Sigma$. *Состояния клетки* — элементы множества Σ (целые числа) обозначают модельную плотность числа организмов в клетке.

Конечный набор

$$S(c) = \langle (\phi_1(c), n_1), \dots, (\phi_k(c), n_k) \rangle \quad (4)$$

называется *локальной конфигурацией*, где $n_i \in \Sigma$ — состояния клеток, $\phi_i : M \rightarrow M$, ϕ_i — *именующие функции* — функции, определяющие для клетки c имена клеток, взаимодействующих с ней.

В общем случае локальный оператор перехода

$$f : \{S(c)\} \rightarrow \{S(c)\}, \quad (5)$$

f принимает на вход локальную конфигурацию $S(c)$. Его результат — локальная конфигурация $f(S(c))$, в которой изменены состояния клеток (возможно, не всех) из $S(c)$. *Итерация* или *применение глобального оператора* F — применение локального оператора f ко всем клеткам.

В модели глобальный оператор F является последовательной композицией двух операторов [5]:

$$F = F_1 \circ F_2, \quad (6)$$

где F_1 — для моделирования перемещения организмов, F_2 — для моделирования процессов поедания, вымирания и роста.

Известны два основных режима применения глобального оператора: *синхронный* и *асинхронный*. Синхронный режим предполагает, что сначала вычисляются новые состояния клеток согласно локальному оператору перехода, а затем все клетки одновременно

изменяют свои старые состояния на новые. В асинхронном режиме случайно выбирается клетка, вычисляется ее новое состояние и сразу заменяется старое состояние клетки на новое [11].

В предложенной КА-модели используются оба режима. Сначала асинхронно применяется F_1 , затем синхронно применяется F_2 .

2.1. Оператор перемещения

Оператор перемещения F_1 , в свою очередь, является последовательной композицией оператора собственного перемещения F_d и оператора перемещения под действием течений F_s :

$$F_1 = F_d \circ F_s. \quad (7)$$

2.1.1. Собственное перемещение организмов

Пусть f_z и F_z — локальный и глобальный операторы целочисленной диффузии, предложенной в статье [12]:

$$f_z : \{S_1(c)\} \rightarrow \{S_1(c)\}, \quad (8)$$

где $S_1(c)$ — набор соседей клетки с именем c , включая саму клетку c . *Соседями* назовем клетки с именами $c_i^\alpha, c_i^{\alpha'} \in M_i^\alpha$, соответствующими соседним ячейкам сетки Q . Клетки с именами из разных подмножеств M_i^α соседями не являются, т. е. $c_i^\alpha \in M_i^\alpha$ и $c_j^\beta \in M_j^\beta$ — соседи $\Rightarrow i = j, \alpha = \beta$.

Применение f_z к клетке (c, n) выполняется в соответствии со следующим алгоритмом:

1. Пусть $(c_1, n_1) \dots (c_k, n_k)$ — клетки — соседи клетки (c, n) , $k \leq 4$.

Случайно равновероятно выбирается (c_i, n_i) .

2. Новые состояния n' и n'_i вычисляются по формулам:

$$n' = n - [\sigma \cdot n] + [\sigma \cdot n_i], \quad n'_i = n_i + [\sigma \cdot n] - [\sigma \cdot n_i], \quad (9)$$

σ — коэффициент целочисленной диффузии, $0 \leq \sigma \leq 1$.

Оператор F_z применяется в асинхронном режиме.

Оператор F_d определяется следующим образом. Пусть l — физический размер квадратной ячейки, v_{cr} — крейсерская скорость организмов вида α возраста i , Δt — физическое время, соответствующее одной глобальной итерации КА. Тогда максимальное число ячеек, пройденное организмом за время t , может быть вычислено как

$$K_i^\alpha = \frac{v_{cr} \Delta t}{l}. \quad (10)$$

Так как применение f_z перемещает организм только на одну клетку, то перемещение с крейсерской скоростью достигается K_i^α -кратным применением оператора F_z на множестве M_i^α :

$$F_d|_{M_i^\alpha} = (F_z)^{K_i^\alpha}. \quad (11)$$

2.1.2. Перемещение под действием водных течений

Пусть $\text{stream}(c): M \rightarrow R^2$ — карта течений — отображение множества имен клеток M в пространство двумерных вещественных векторов.

Вектор $\text{stream}(c) = (v_x, v_y)$ — физическая скорость течения в клетке с именем c . Направление x соответствует направлению запад–восток, направление y — направлению юг–север.

Локальный оператор f_s моделирует перемещение организмов вдоль траектории течения. Алгоритм применения f_s к клетке с именем c рекурсивен. Сначала просматривается клетка с именем c , затем ее соседи, в которые течение переносит организмы, затем соседи соседей и т. д. Рекурсия обрывается на расстоянии, дальше которого течение не может перенести организмы за время, соответствующее одной итерации.

Пусть l — физический размер ячейки, Δt — физическое время, соответствующее одной итерации.

Алгоритм применения f_s к клетке с именем c :

1. Найти c_x^k и c_y^k — имена соседей клетки с именем c^k в направлении v_x^k и v_y^k , где k — уровень вложенности рекурсии, c^k — имя просматриваемой клетки. На первом уровне рекурсии просматривается клетка с именем c ($c^1 = c$). На втором уровне рекурсии просматриваются две клетки — соседи клетки с именем c^1 , в которые попадает течение ($c^2 \in \{c_x^1, c_y^1\}$). На k -м уровне просматривается не более 2^k клеток, $(v_x^k, v_y^k) = \text{stream}(c^k)$ — вектор течения в клетке с именем c^k .
2. Вычислить n_x^k, n_y^k — числа организмов клетки с именем c^k , перемещаемых течением в клетки с именами c_x^k и c_y^k соответственно:

$$n_x^k = \begin{cases} n^k \frac{v_x^k}{|v_x^k| + |v_y^k|}, & \text{if } s_x^k > 1, \\ n^k \frac{v_x^k}{|v_x^k| + |v_y^k|} s_x^k, & \text{if } s_x^k \leq 1, \end{cases} \quad n_y^k = \begin{cases} n^k \frac{v_y^k}{|v_x^k| + |v_y^k|}, & \text{if } s_y^k > 1, \\ n^k \frac{v_y^k}{|v_x^k| + |v_y^k|} s_y^k, & \text{if } s_y^k \leq 1, \end{cases} \quad (12)$$

где n^k — модельное число перемещаемых организмов клетки с именем c^k . Число n^k при $k > 1$ вычисляется на $(k - 1)$ -м уровне рекурсии на шаге 3, n^1 — состояние клетки с именем c при $k = 1$, т. е. на первом уровне вложенности под действием течения перемещаются все особи, находящиеся в клетке с именем c ; s_x^k, s_y^k — модельные расстояния, преодолеваемые течением за время τ^k в количестве клеток:

$$s_x^k = \frac{\tau^k v_x^k}{l}, \quad s_y^k = \frac{\tau^k v_y^k}{l}, \quad (13)$$

τ^k — физическое время, оставшееся для перемещения организмов под действием водных течений в течение одной итерации с учетом времени, затраченного на предыдущих уровнях рекурсии:

$$\tau^1 = \Delta t, \quad \tau^k = \tau^{k-1} - \Delta\tau^{k-1}, \quad (14)$$

$\Delta\tau^{k-1}$ — физическое время, затраченное течением на преодоление клетки на $(k - 1)$ -м уровне вложенности рекурсии:

$$\Delta\tau^{k-1} = \frac{l}{v_x^{k-1}} \quad \text{или} \quad \Delta\tau^{k-1} = \frac{l}{v_y^{k-1}}. \quad (15)$$

3. Если $s_x^k > 1$ (т. е. течение за время τ^k может пересечь более одной клетки в направлении x), то алгоритм рекурсивно выполняется для клетки $c^{k+1} = c_x^k$ с числом перемещаемых организмов $n^{k+1} = n_x^k$ и временем, затраченным на перемещение $\Delta\tau^k = \frac{l}{v_x^k}$. Аналогичная проверка выполняется в направлении y .

Чтобы учесть влияние замерзания озера на скорость течений, физическая скорость водных течений в период замерзания считается равной половине от физической скорости в период, когда озеро свободно ото льда.

2.2. Оператор изменения численности

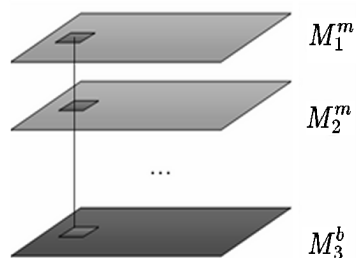


Рис. 2. $S_2(c)$

Пусть f_2 — локальный оператор изменения численности:

$$f_2 : \{S_2(c)\} \rightarrow \{S_2(c)\}, \quad (16)$$

$S_2(c)$ — набор клеток-близнецов (рис. 2). Клетки с именами c_i^α и c_j^β называются *близнецами*, если они соответствуют одной и той же ячейке квадратной сетки Q , т. е. $(\psi_i^\alpha)^{-1}(c_i^\alpha) = (\psi_j^\beta)^{-1}(c_j^\beta)$.

$$\exists i \exists \alpha : c \in M_i^\alpha,$$

$$q = (\psi_i^\alpha)^{-1}(c), \quad q \in Q, \quad (17)$$

$$S_2(c) = \langle \psi_1^m(q), \psi_2^m(q), \psi_1^d(q), \psi_2^d(q), \psi_3^d(q), \psi_1^b(q), \psi_2^b(q), \psi_3^b(q) \rangle.$$

Локальный оператор f_2 применяется синхронно для всех клеток с именами $c \in M$. Новое состояние клетки вычисляется по формуле

$$(n_i^\alpha)' = n_i^\alpha + (\rho_i^\alpha n_j^\alpha - \lambda_i^\alpha n_i^\alpha - \theta_i^\alpha n_i^\alpha) \Delta t,$$

где j — возрастная группа особей, порождающих особей возраста i ; Δt — физическое время, соответствующее одной итерации КА; $\rho_i^\alpha n_j^\alpha$ — приток в группу за счет рождаемости или старения предыдущей группы; $\lambda_i^\alpha n_i^\alpha$ — отток из группы за счет смертности; $\theta_i^\alpha n_i^\alpha$ — отток из группы за счет старения.

Коэффициенты рождаемости ρ_i^α , смертности λ_i^α и старения θ_i^α взяты из статьи [10]:

1. Коэффициенты старения θ_i^α постоянны.
2. Коэффициенты смертности $\lambda_2^d, \lambda_3^d, \lambda_2^b, \lambda_3^b$ постоянны.
3. Коэффициенты смертности $\lambda_1^m, \lambda_2^m, \lambda_1^d, \lambda_1^b$ имеют вид

$$\lambda_i^\alpha = a_i^\alpha + b_i^\alpha (n_2^d + n_3^d) + d_i^\alpha (n_2^b + n_3^b), \quad (18)$$

где $a_i^\alpha, b_i^\alpha, d_i^\alpha$ — постоянные величины, b_i^α и d_i^α характеризуют смертность от выедания хищниками (малыми и большими голомянками) и зависят от вкусовых предпочтений хищников, a_i^α характеризует смертность от остальных причин.

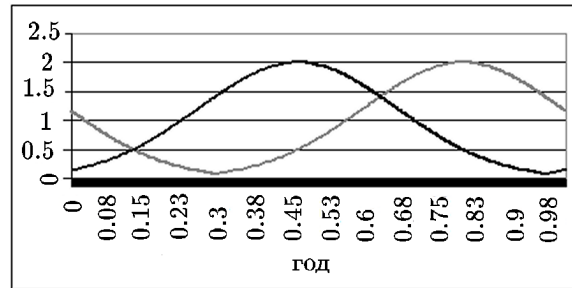
4. Коэффициент рождаемости ρ_1^m постоянен.
5. Коэффициенты рождаемости ρ_1^d, ρ_1^b имеют вид

$$\rho_1^\alpha = \mu_1^\alpha (n_1^m + n_2^m) + \nu_1^\alpha (n_1^d + n_1^b), \quad (19)$$

где постоянные коэффициенты μ_1^α и ν_1^α зависят от рациона хищников.

Чтобы учесть зависимость рождаемости от сезонов, в КА-модели коэффициенты рождаемости d_1 и b_1 умножаются на функции $\text{season}_d(t)$ и $\text{season}_b(t)$, графики которых приведены на рис. 3.

Рис. 3. Графики функций $\text{season}_b(t)$ (серый) и $\text{season}_d(t)$ (черный). По оси абсцисс отложен один год. Ноль соответствует 1 января.



$$\begin{aligned} \text{season}_b(t) : R &\rightarrow R, & \text{season}_d(t) : R &\rightarrow R, \\ \text{season}_b(t + 1) &= \text{season}_b(t), & \text{season}_d(t + 1) &= \text{season}_d(t). \end{aligned} \tag{20}$$

2.2.1. Влияние загрязнений

Модель позволяет исследовать влияние вероятного загрязнения. Пусть $\text{poll}(c) : M \rightarrow R_+$ — карта загрязнений — функционал, ставящий в соответствие имени клетки положительное число, характеризующее интенсивность загрязнения. Предполагается, что загрязнение влияет на смертность организмов.

1. Новые коэффициенты смертности для хищников $\lambda_2^d, \lambda_3^d, \lambda_2^b, \lambda_3^b$ вычисляются по формуле

$$(\lambda_i^\alpha(c))' = \lambda_i^\alpha(1 + \text{poll}(c)). \tag{21}$$

2. Коэффициенты смертности для жертв $\lambda_1^m, \lambda_2^m, \lambda_1^d, \lambda_1^b$ вычисляются по формуле

$$(\lambda_i^\alpha(c))' = \lambda_i^\alpha + \text{poll}(c)a_i^\alpha, \tag{22}$$

где a_i^α — постоянный коэффициент смертности из (18).

Разделение для коэффициентов $\lambda_2^d, \lambda_3^d, \lambda_2^b, \lambda_3^b$ и $\lambda_1^m, \lambda_2^m, \lambda_1^d, \lambda_1^b$ при учете загрязнений сделано для того, чтобы в множитель смертности от загрязнения не попала смертность от выедания хищниками из (18).

Карта загрязнений $\text{poll}(c)$, используемая в вычислительных экспериментах, имеет вид как на рис. 4. Функционал $\text{poll}(c)$ представляет собой плотность стандартного нормального распределения с центром в точке c_0 в южной части озера Байкал, умноженную на константу.

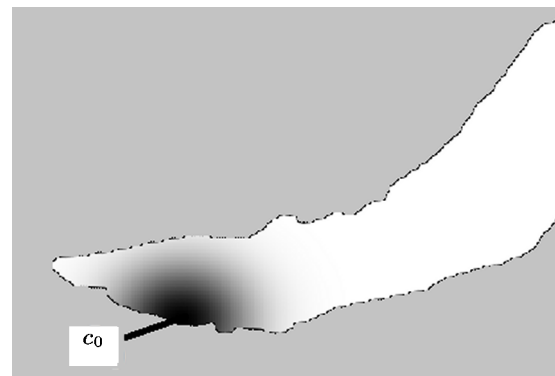


Рис. 4. Карта загрязнений. Серый цвет — земля. Белый — вода. Более темный цвет означает большую интенсивность загрязнения

3. Вычислительные эксперименты

Начальное состояние — равномерное распределение особей по области моделирования, совпадающее по значению с устойчивым состоянием численностей, взятому из [10]. Значение $\text{poll}(c_0)$ в эксперименте взято равным 14.

Несколько итераций алгоритма для половозрелого макрогектопуса представлены на рис. 5. Вне области загрязнения наблюдается устойчивый образ из пятен. Неравномерное распределение обусловлено влиянием водных течений.

Динамика популяций в клетке на севере озера (рис. 6) стремится к устойчивому колебательному процессу с периодом колебаний 1 год. Годовые колебания — следствие сезонной зависимости коэффициентов рождаемости больших и малых голомянок.

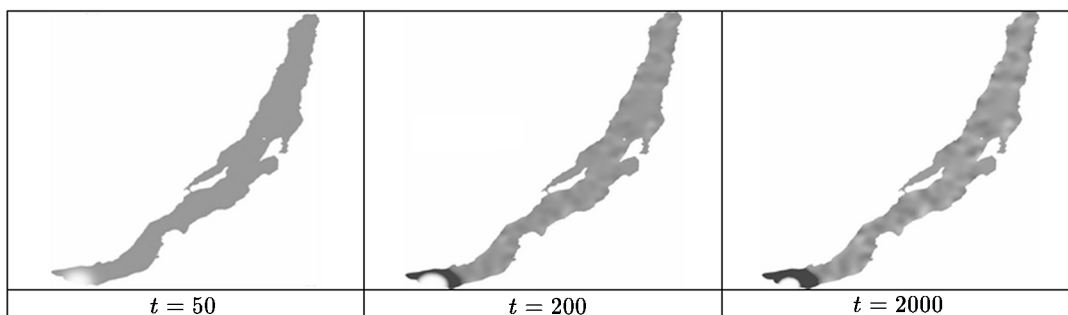


Рис. 5. Несколько итераций для половозрелого макрогектопуса. Более темный цвет означает большую плотность организмов

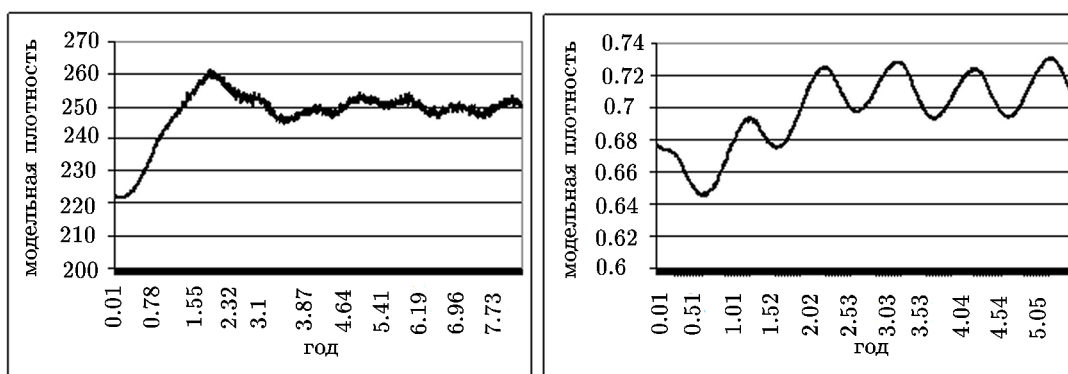


Рис. 6. Динамика модельной плотности в клетке на севере озера (без загрязнения) для неполовозрелого макрогектопуса (слева) и неполовозрелой малой голомянки (справа)

Динамика популяций в эпицентре загрязнения представлена на рис. 7. Значение $\text{poll}(c_0)$ загрязнения в эпицентре равно 14. Этого достаточно для того, чтобы все организмы погибли.

Динамика популяций в области загрязнения в клетке со значением интенсивности $\text{poll} = 2.3$ представлена на рис. 8. Численность жертв увеличилась, а численность хищников уменьшилась по сравнению со среднегодовым значением в области, где загрязнение не оказывает влияния.

Чтобы изучить зависимость среднегодовой плотности организмов от интенсивности загрязнения, были исследованы точки вдоль отрезка, указанного на рис. 9. Юго-восточный конец отрезка находится близ эпицентра загрязнения. Северо-западный — в области, не подверженной загрязнению.

Распределение интенсивности загрязнения и изменение численности макрогектопуса на 2000-й итерации алгоритма вдоль отрезка с юго-востока на северо-запад представлены на рис. 10.

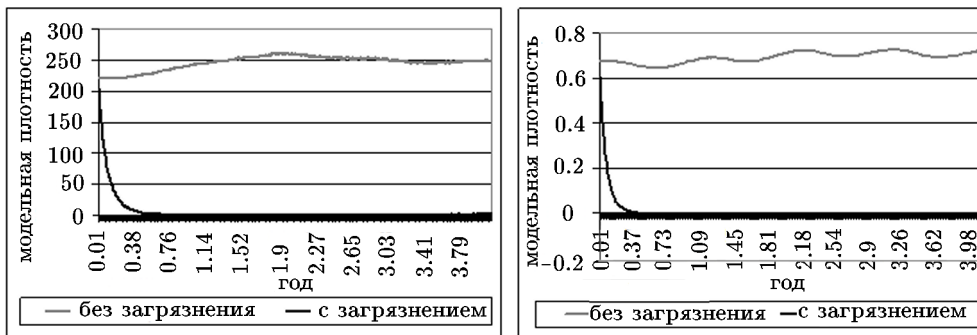


Рис. 7. Динамика модельной плотности в клетке в эпицентре загрязнения для неполовозрелого макрогектопуса (слева) и неполовозрелой малой голомянки (справа). Более светлая линия — аналогичная динамика в клетке без загрязнения

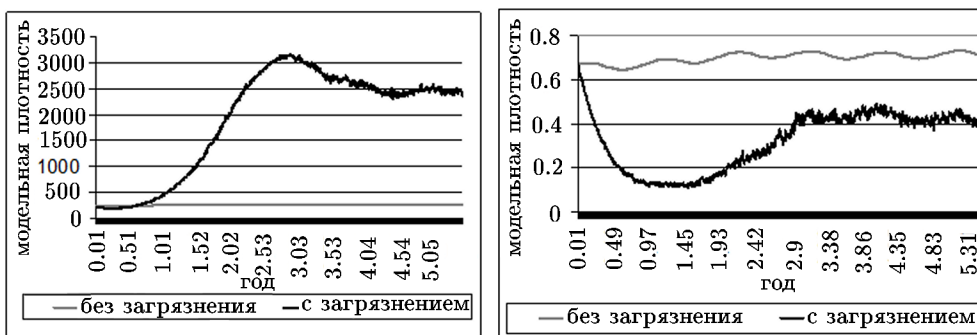


Рис. 8. Динамика модельной плотности в клетке со значением загрязнения $poll=2.3$ для неполовозрелого макрогектопуса (слева) и неполовозрелой малой голомянки (справа). Более светлая линия — аналогичная динамика в клетке без загрязнения

Рис. 9. Отрезок, вдоль которого исследовалась динамика модельной плотности. Южный конец находится в эпицентре загрязнения. Северный — в области с нулевым загрязнением

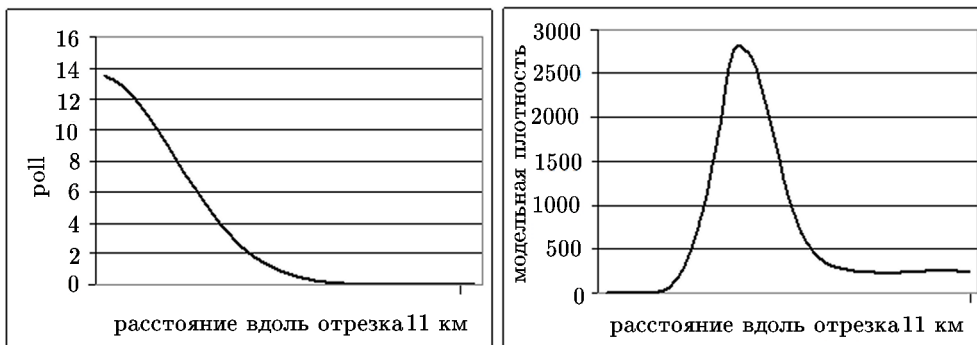


Рис. 10. Распределение интенсивности загрязнения вдоль исследуемого отрезка (слева) и модельной плотности неполовозрелого макрогектопуса на 2000-й итерации (справа). По оси абсцисс отложено расстояние на отрезке от эпицентра загрязнения

По результатам вычислительных экспериментов можно сделать следующие выводы:

- При $\text{poll}(c) > 10$ плотность макрогектопуса на 2000-й итерации падает ниже 3% от средней плотности в незагрязненной области. Что позволяет говорить о практически полном вымирании организмов в загрязненной области.
- Если $\text{poll}(c) \in (0.15, 5)$, то в этой области будет увеличено число жертв и уменьшено число хищников. Степень различий зависит от значения $\text{poll}(m)$.
- Если $\text{poll}(c) < 0.03$, то влияние загрязнения незаметно на фоне среднегодовых колебаний численности организмов.

4. Верификация модели

Верификация проводится для видов организмов (суммарно по возрастным группам).

Поскольку натуральных данных о влиянии загрязнений на динамику численности организмов найдено не было, при верификации модели загрязнение не учитывалось (т. е. $\text{poll}(c) \equiv 0$). Следующие критерии были выбраны для верификации:

- P_α/B_α — отношение годовой продукции к среднегодовой биомассе организма α ,
- N_α/N_β — отношение численности организмов различных видов. N — усредненная по пространству среднегодовая численность,

$$\begin{aligned} P_m &= P_m^1 + P_m^2, & B_m &= B_m^1 + B_m^2, & N_m &= N_m^1 + N_m^2, \\ P_d &= P_d^1 + P_d^2 + P_d^3, & B_d &= B_d^1 + B_d^2 + B_d^3, & N_d &= N_d^1 + N_d^2 + N_d^3, \\ P_b &= P_b^1 + P_b^2 + P_b^3, & B_b &= B_b^1 + B_b^2 + B_b^3, & N_b &= N_b^1 + N_b^2 + N_b^3. \end{aligned} \quad (23)$$

В [14] дана оценка биомассы макрогектопуса B_m в 110000 тонн. Оценка продукции макрогектопуса P_m варьируется от 330000 до 900000 тонн [14]. То есть коэффициент P_m/B_m должен находиться в пределах $3 \div 8$.

Оценка коэффициента $\frac{P_d + P_b}{B_d + B_b}$ взята из [15] и равна 1.24.

Оценки коэффициентов $\frac{N_m}{N_d}$ и $\frac{N_m}{N_b}$ взяты из [10].

Результаты верификации:

Критерии	$\frac{P_m}{B_m}$	$\frac{P_d + P_b}{B_d + B_b}$	$\frac{N_m}{N_d}$	$\frac{N_m}{N_b}$
Оценка из [10, 14, 15]	$3 \div 8$	1.24	6.05	21.52
Модельная оценка	5.77	1.49	6.00	20.45

Модельные оценки отличаются от оценок, приведенных в [10, 14, 15] не более чем на 20%.

5. Заключение

Предложена КА-модель динамики популяции организмов озера Байкал, позволяющая учитывать особенности пространственного распределения организмов, сезонность и неравномерное влияние окружающей среды.

Показано, что моделируемая динамика популяций — колебательный процесс с периодом 1 год. Получена зависимость поведения модели от интенсивности загрязнения.

Влияние загрязнения локально и не распространяется далеко за его пределы. Найдены предельные показатели интенсивности загрязнения: минимальное, при котором происходит вымирание организмов, и максимальное, влияние которого не заметно на фоне годовых колебаний численности.

Модель верифицирована. Результаты верификации по критериям отношения продукции к биомассе и частот встречаемости отличаются от оценок, приведенных в работах [10, 14, 15], не более чем на 20%.

Литература

1. **Wolfram S.** A New Kind of Science. — USA: Wolfram Media Inc., 2002.
2. **Chua L.O.** CNN: A Paradigm for Complexity. Series A: World Scientific Series on Nonlinear Science. — Vol. 31. — Singapore: World Scientific Publishing Company, 1998.
3. **Ванар В.К.** Диссипативные структуры в реакционно-диффузионных системах. — Ижевск: ИКИ, 2008.
4. **Madore B., Freedman W.** Computer simulation of the Belousov–Zhabotinski reaction // Science. — 1983. — Vol. 222. — P. 615–618.
5. **Bandman O.L.** Cellular Automata Composition Techniques for Spatial Dynamics Simulating. Simulating Complex Systems by Cellular Automata / A.G. Hoekstra et al. eds. — Berlin: Springer, 2010.
6. **Афанасьев И.В.** Исследование эволюции клеточных автоматов, моделирующих процесс “разделения фаз” на треугольной сетке // Прикладная дискретная математика. — 2010. — № 4. — С. 79–90.
7. **Bandman O.L.** A method for construction of cellular automata simulating pattern formation processes // Theoretical backgrounds of applied discrete mathematics. — 2010. — № 4. — P. 91–99.
8. **Свирижев Ю.М., Логофет Д.О.** Устойчивость биологических сообществ. — Москва: Наука, 1978.
9. **Базыкин А.Д.** Нелинейная динамика взаимодействующих популяций. — Ижевск: ИКИ, 2003.
10. **Зоркальцев В.И., Казаева А.В., Мокрый И.В.** Модель взаимодействия трех пелагических видов организмов озера Байкал // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. — Иркутский государственный университет путей сообщения, 2008. — № 1. — С. 182–193.
11. **Бандман О.Л.** Клеточно-автоматные модели пространственной динамики // Системная информатика. — 2006. — № 10. — С. 58–113.
12. **Medvedev Y.G.** Multi-particle cellular automata models for diffusion simulation // Methods and tools of parallel programming multicomputers. — 2011. — Vol. 6083/2011. — P. 204–211.
13. **Дзюба Е.В., Тереза Е.П., Помазкова Г.И. и др.** Связь сезонной динамики зоопланктона, питания рыб и их зараженности паразитами в пелагиали озера Байкал // Теория, методы и инструменты принятия решений в живых, социальных и технических системах: Материалы к 19-му заседанию Междунар. постоянно действующего семинара “Гомеостатика живых, природных, технических и социальных систем”. — Иркутск, 2001. — С. 90–95.
14. **Мазепова Г.Ф., Тимошкин О.А., Мельник Н.Г., Оболкина Л.А., Таничев А.И.** Атлас и определитель пелагиобиянтов Байкала. — Новосибирск: Наука, 1995.
15. **Стариков Г.В.** Голомянки Байкала. — Новосибирск: Наука, 1977.

*Поступила в редакцию 17 июля 2013 г.,
в окончательном варианте 9 января 2014 г.*

