тогда для определения следующего приближения $f_2(x)$ имеем

$$-2\alpha f_2(x) = \left[f_2''(x) + \frac{1}{2}(f_1^2)''\right] e^{\theta_0}.$$

Данные соотношения приводят к асимптотике

$$\theta = \theta_0 + e^{-\alpha t}[f_1(x) + O(e^{-\alpha t})].$$

Итак, групповая классификация решений уравнений влагопереноса в одномерном случае позволяет найти взаимосвязи коэффициента влагопереноса с влажностью и основной гидрофизической зависимостью, порождающие инвариантные решения. Эти решения приводят к экспоненциальному во времени расходу воды, что отвечает эксперименту. На указанные взаимосвязи не влияет вид основной гидрофизической зависимости, который, несомненно, меняется от грунта к грунту.

Полученные результаты могут служить указателем направления дальнейшего экспериментального и теоретического изучения для нахождения замкнутого феноменологического описания процессов влагопереноса. Актуальным является исследование многомерных решений, в частности, с учетом силы тяжести. В одномерном случае вертикального течения необходимые условия расширения группы при $\delta \neq \text{const}$ такие же, как и в таблице.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Овсянников Л. В.** Групповые свойства дифференциальных уравнений.— Новосибирск, 1962.
2. **Дзекунов Н. Е., Солопенко В. М., Файбишенко Б. А.** Обоснование экспресс-метода определения параметров влагопереноса в пористых средах.— ДАН УССР. Сер. А, 1984, № 7.
3. **Gardner W. R.** Calculation of capillary conductivity from porous plate outflow data.— Soil. Sci. Am. Proc., 1956, v. 20, N 3.
4. **Бэр А., Заславски Д., Ирмей С.** Физико-математические основы фильтрации воды.— М.: Мир, 1971.
5. **Fokas A. S., Yortsos Y. C.** On the exactly solvable equation $S_t' = [(\beta S + \gamma)^{-2} S_x']_x' + \alpha(\beta S + \gamma)^{-2} S_x'$, occuring in the two-phase flow in porous media.— SIAM J. Appl. Math., 1982, v. 42, N 2.

Поступила 14/I 1986 г.

УДК 532.135 : 532.517.6

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПУЛЬСИРУЮЩЕГО ТЕЧЕНИЯ РАСТВОРА ПОЛИМЕРА В КРУГЛОЙ ТРУБЕ

А. Н. Кекалов, В. И. Попов, Е. М. Хабахпашева

(*Новосибирск*)

Анализ пульсирующего режима течения ньютоновской жидкости [1] показывает, что при одинаковых средних градиентах давления пульсирующего и стационарного течений средний расход жидкости не меняется. Теоретико-экспериментальные исследования течения неньютоновской жидкости показали [2—11], что пульсации градиента давления приводят к изменению расхода по сравнению с ньютоновским случаем. Это изменение принято определять относительной величиной $I = Q_п/Q_с - 1$, где $Q_п$, $Q_с$ — средние расходы пульсирующего и стационарного течений.

Цель данной работы — изучение влияния параметров внешнего воздействия (частоты, амплитуды пульсаций и величины осредненного градиента давления) на относительное изменение расхода при пульсирующем режиме течения концентрированных растворов высокополимеров в круглой трубе.

Проведем критериальный анализ системы уравнений, описывающих пульсирующее течение вязкоупругой жидкости на участке установившегося течения. Уравнение движения с синусоидально меняющимся во времени градиентом давления безотносительно к роду жидкости имеет вид

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = -\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_c (1 + A \sin \omega t) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\tau), \tag{1}$$

где A — амплитуда пульсаций; ω — частота пульсаций; ρ — плотность жидкости; u — скорость; $(\partial p/\partial z)_c$ — средний градиент давления. Воспользуемся выражением для касательного напряжения сдвига τ, следующим из структурно-феноменологической модели для нелинейно-вязкоупругой среды [12]:

$$\tau = \varepsilon \left[\langle x_r x_z\rangle + \frac{\alpha\varkappa}{4} (\langle x_r x_r\rangle + \langle x_z x_z\rangle) \frac{\partial u}{\partial r}\right]; \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle x_z x_z\rangle = \alpha \langle x_r x_z\rangle \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{2}{\varkappa} (\langle x_z x_z\rangle - 1), \tag{3}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle x_r x_r\rangle = 2 \langle x_r x_z\rangle \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{2}{\varkappa} (\langle x_r x_r\rangle - 1),$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle x_r x_z\rangle = -\frac{\alpha}{2} \langle x_r x_r\rangle \frac{\partial u}{\partial r} + $$

$$+ \langle x_z x_z\rangle \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{2}{\varkappa} \langle x_r x_z\rangle.$$

Здесь ε — параметр высокоэластичности; $\varkappa$ — время релаксации; $\langle x_i x_j\rangle$ — моменты функции распределения узлов сетки полимера; α — кинетическая жесткость цепей полимера.

Введем безразмерные переменные: $t \to t/T$, $r \to r/R$, $\tau \to \tau/\tau_w$, $u \to u/V$, где $T = 2\pi/\omega$ — период пульсаций; R — радиус трубы; $\tau_w = 0{,}5R(\partial p/\partial z)_c$ — касательное напряжение сдвига на стенке для данного среднего градиента давления; $V = \tau_w R/\varepsilon_w \varkappa_w$ — масштабная скорость стационарного течения. Если принять ε, $\varkappa$, и α не зависящими от градиента скорости, то в безразмерном виде система уравнений (1)—(3) примет вид

$$\mathrm{Re}_\omega \frac{\partial u}{\partial t} = 1 + A \sin 2\pi t + 0{,}5\, \mathrm{We}^{-1} r^{-1} \frac{\partial}{\partial r} (r\tau); \tag{4}$$

$$\tau = \langle x_r x_z\rangle + 0{,}25\alpha\, \mathrm{We} (\langle x_r x_r\rangle + \langle x_z x_z\rangle) \frac{\partial u}{\partial r}; \tag{5}$$

$$\mathrm{De} \frac{\partial}{\partial t} \langle x_z x_z\rangle = \alpha\, \mathrm{We} \frac{\partial u}{\partial r} \langle x_r x_z\rangle - 2 (\langle x_z x_z\rangle - 1), \tag{6}$$

$$\mathrm{De} \frac{\partial}{\partial t} \langle x_r x_r\rangle = 2\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \mathrm{We} \langle x_r x_z\rangle \frac{\partial u}{\partial r} - 2 (\langle x_r x_r\rangle - 1),$$

$$\mathrm{De} \frac{\partial}{\partial t} \langle x_r x_z\rangle = -\frac{\alpha}{2} \mathrm{We} \frac{\partial u}{\partial r} \langle x_r x_r\rangle + $$

$$+ \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \mathrm{We} \frac{\partial u}{\partial r} \langle x_z x_z\rangle - 2 \langle x_r x_z\rangle.$$

Здесь комплекс $\mathrm{Re}_\omega = \rho R^2/2T\varepsilon_w \varkappa_w$ — отношение между временем прохождения сдвиговой волны поперек трубы и периодом пульсаций градиента давления (колебательное число Рейнольдса); комплекс $\mathrm{We} = \tau_w/\varepsilon_w \equiv \varkappa_w V/R$ — произведение времени релаксации на характерную скорость сдвига (число Вейссенберга); $\mathrm{De} = \varkappa_w/T$ — соотношение между характерным временем релаксации и периодом градиента давления (число Деборы).

Изменение параметров ε, $\varkappa$ и α по сечению трубы можно приближенно учесть в виде симплексов $\varepsilon_w/\varepsilon_0$, $\varkappa_w/\varkappa_0$ и α_w/α_0, где индекс 0 означает величину параметра при $\tau \to 0$ (на оси трубы). Тогда относительное изменение расхода будет функцией следующих безразмерных параметров:

$$I = f(\mathrm{Re}_\omega, \mathrm{We}, \mathrm{De}, A, \varepsilon_w/\varepsilon_0, \varkappa_w/\varkappa_0, \alpha_w/\alpha_0, \alpha_w). \tag{7}$$

Экспериментальная установка представляет собой разомкнутый контур (рис. 1). Раствор полимера из бака *1* под давлением подается в бачки

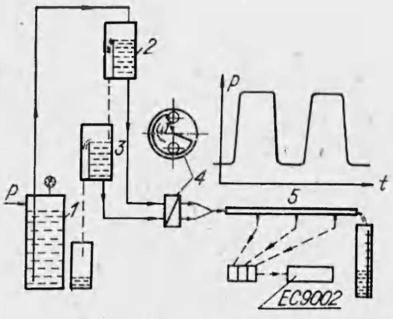

Рис. 1

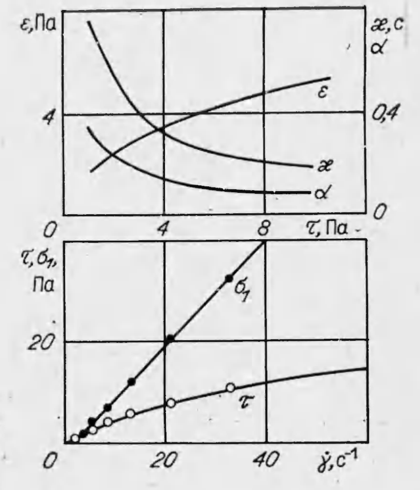

Рис. 2

постоянного уровня *2*, *3*, затем в пульсатор *4*, представляющий собой камеру с обтюратором. Из пульсатора раствор проходит в рабочий участок *5* — трубу диаметром 10 и длиной 1100 мм. Диапазон изменения осредненных градиентов давления $2000 < -(\partial p/\partial z)_c < 9000$ Па/м. Частота пульсаций $f = 1/T$ менялась в пределах $0{,}15 < f < 1{,}8$ Гц. Амплитуда пульсаций задавалась разницей высот между бачками.

Диапазон изменения амплитуды пульсаций $0{,}4 < A < 0{,}7$. Во всем диапазоне изменения внешних параметров форма пульсирующего сигнала давления $\partial p(i)/\partial z$ близка к прямоугольной (рис. 1).

Измерение пульсирующего и стационарного расходов осуществлялось объемным способом с погрешностью около 1%. Градиент давления в трубе определялся по значениям давления на стенке, измеренным тензометрическими датчиками, установленными по длине канала. Точность измерения абсолютного давления $\pm 0{,}2\%$ от номинального значения. Частотный рабочий диапазон датчиков давления от 0 до 7 Гц. Электрический сигнал с датчика давления через усилитель записывался на ленту магнитофона ЕС 9002. Информация с магнитной ленты обрабатывалась на ЭВМ.

В качестве рабочей жидкости в опытах использован 1%-ный раствор полиакриламида (ПАА) в воде. Реологические характеристики раствора измерены на ротационном приборе «Инстрон-3250». Величины ε, $\varkappa$, α (рис. 2) определены по методике [12].

На рис. 3, 4 приведены экспериментальные результаты для установившегося пульсирующего режима течения раствора ПАА в круглой трубе. Линейный характер зависимости I от A^2 ранее определен теоретически [9—11] и подтвержден экспериментально до значения $A \leqslant 0{,}3$ [5—7]. Опыты показали (рис. 3), что это соотношение справедливо во всем диапазоне A, имевшем место в наших измерениях. Точки *1* на рис. 3 получены при $\tau_w = 10{,}8$ Па, а *2* — при $\tau_w = 12{,}8$ Па. На рис. 4, *а* — *г* представлены результаты измерения величины I/A^2 в зависимости от частоты пульсаций f, найденные при четырех различных значениях касательного напряжения. Характеризующие процесс течения безразмерные критерии для этих режимов, определенные при значениях касательного напряжения сдвига на стенке, представлены в таблице. Следует отметить, что, несмотря на значительные амплитуды пульсаций градиента давления и удовлетворительную точность измерения градиента давления и расхода жидкости, малость измеряемой величины разности расходов, входящей в определение I/A^2, приводит к значительной погрешности в определении этой величины и разбросу экспериментальных данных.

Рис. 4	τ_w, Па	$100\mathrm{Re}_\omega$	10De	We	Рис. 4	τ_w, Па	$100\mathrm{Re}_\omega$	10De	We
а	6,8	0,2—2,1	0,3—4	1,47	*в*	10,8	0,2—2,4	0,2—2,6	1,73
б	9,5	0,2—2,3	0,3—3	1,67	*г*	12,8	0,2—2,5	0,2—2,5	1,82

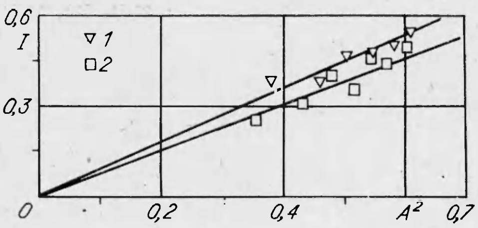

Рис. 3

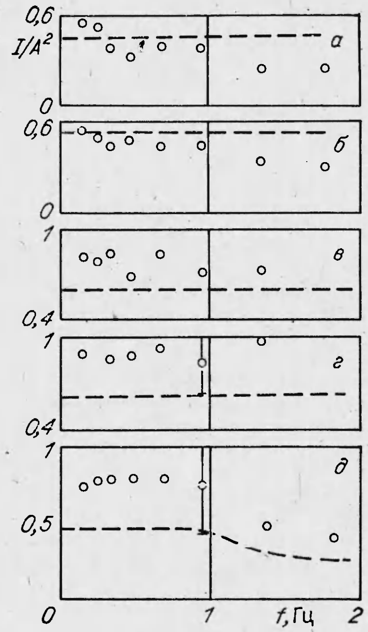

Рис. 4

Видно, что с повышением касательного напряжения сдвига (число Вейссенберга) имеет место увеличение расхода жидкости по сравнению с режимом стационарного течения. При этом слабая тенденция к снижению I/A^2 от частоты пульсаций градиента давления может быть обнаружена при $\mathrm{De} = 0{,}3-0{,}4$ (рис. 4, *а*, *б*).

Результаты, представленные на рис. 4, *д*, получены для раствора ПАА, вязкость которого в ~ 4 раза ниже. Для частот, превышающих 1 Гц, величина I/A^2 заметно уменьшалась. При этом Re_ω увеличивалось до значений порядка 0,1. Возможно, что в этих условиях пульсационная сдвиговая волна не успевает проникнуть в ядро потока и влияние пульсаций на расход жидкости снижается. Расчет, проведенный для линейного закона текучести [11] (рис. 4, штриховые линии), подтверждает это предположение.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Uchida S.** The pulsating viscous flow superposed on the steady laminar motion of incompressible fluid in a circular pipe.— Z. angew. Math. Phys., 1956, v. 7.
2. **Edwards M. F., Nellist D. A., Wilkinson W. L.** Pulsating flow of non-Newtonian fluids in pipes.— Chem. Engng Sci., 1972, v. 27, N 3.
3. **Sundstrom D. W., Kaufman A.** Pulsating flow of polymer solutions.— Ind. and Eng. Chem. Process Des. and Develop., 1977, v. 16, N 3.
4. **Sicardi S., Baldi G., Gianetto A.** Laminar pulsed flow of non-Newtonian fluids.— Quaderni dell' ingegnere chimico italiano, 1975, v. 11, N 7—8.
5. **Barnes H. A., Townsend P., Walters K.** On pulsatile flow of non-Newtonian liquids.— Rheologica Acta, 1971, v. 10, N 4.
6. **Phan-Thien N., Dudek J.** Pulsating flow revisited.— J. non-Newtonian Fluid Mech., 1982, v. 11, N 1—2.
7. **Mori N., Wakabayashi T. et al.** Measurements of pulsating and oscillating flows of non-Newtonian fluids through concentric and eccentric cylinders.— Rheologica Acta, 1984, v. 23, N 5.
8. **Хусид Б. М.** Процессы конвективного переноса в нелинейных наследственных жидкостях с упругими свойствами.— В кн.: Тепло- и массообмен в полимерных системах и суспензиях. Минск: ИТМО АН БССР, 1984, ч. 1.
9. **Шабунина З. А.** Пульсирующие течения нелинейно-вязкоупругих жидкостей в сооснocилиндрических каналах.— В кн.: Прикладная механика и реофизика. Минск: ИТМО АН БССР, 1983.
10. **Поздеев А. А., Шакиров Н. В.** О пульсирующем течении упруговязких жидкостей.— В кн.: Новое в реологии полимеров. М.: ИНХС АН СССР, 1982, вып. 1.
11. **Кекалов А. Н.** Пульсирующее течение в трубе жидкости с линейным законом текучести.— В кн.: Гидродинамика одно- и двухфазных систем. Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1982.
12. **Кекалов А. Н., Попов В. И.** Структурно-феноменологическая модель и некоторые результаты исследования характеристик течения концентрированных растворов высокополимеров.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1984, № 1.

Поступила 19/XII 1985 г.