

13. Е. С. Шетинков.— В сб.: Горение и взрыв. М.: Наука, 1972.
14. Л. А. Вулис.— В сб.: Горение и взрыв. М.: Наука, 1972.
15. Л. А. Вулис, Л. П. Ярин. Аэродинамика факела. Л.: Энергия, 1978.
16. A. Ferri. J. of Roy. Aer. Soc., 1964, 68, 648.
17. A. Ferri. Supersonic combustion progress Astronautics, 1964, 2, 8.
18. R. A. Cookson, P. Flanagan, G. S. Penny. XII-th Symposium of combustion, Pittsburg, 1969.
19. Ю. М. Аннушкин. Тр. ЦИАМ, № 857, 1979.
20. Ю. М. Аннушкин, Г. Ф. Маслов. ФГВ, 1980, 16, 1.
21. Л. Н. Дружинин, Л. И. Швец, А. И. Ланшин. Тр. ЦИАМ, № 832, 1979.
22. J. R. Henry, G. Y. Anderson. I-th International Symposium of Air Breathing Engines. Marsel, 1972.

НЕЛИНЕЙНАЯ ДЛИННОВОЛНОВАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ЛАМИНАРНОГО ФРОНТА ПЛАМЕНИ

В. И. Борисов, А. С. Плешанов
(Москва)

В [1], где излагалась линейная теория устойчивости ламинарного фронта пламени при произвольном изменении плотности, показано, что при числе Льюиса $Le \leq 1$, числе Пекле $Pe = u_1 \Lambda / \chi \gtrsim 25$ (u_1 — скорость газа в свежей смеси, Λ — длина волны возмущения, χ — температуропроводность) и реальных значениях безразмерной энергии активации $\bar{E} = E/(RT) \sim 10$ (T — температура, R — газовая постоянная) фронт пламени неустойчив. Высказано предположение, что устойчивость фронта достигается на нелинейном уровне. Данная работа содержит длинноволновый вариант нелинейной теории устойчивости.

В [1] показано, что основной границей области устойчивости является граница, на которой частота возмущений равна нулю. В случае, когда размеры всех диссипативных зон малы по сравнению с Λ , при малых числах Маха и в стационарной ситуации двумерные уравнения гидродинамики имеют известный вид

$$u_x + v_y = 0, \quad (1)$$

$$\rho(uu_x + vu_y) + p_x = 0, \quad \rho(uv_x + vv_y)p_y = 0, \quad (2)$$

где u и v — компоненты скорости по осям x и y соответственно; ρ — плотность; p — давление; индексы означают дифференцирование. Из (1) и (2) получим

$$B_x - vR = B_y + uR = 0, \quad (3)$$

где $B = p/\rho + 1/2(u^2 + v^2)$, $R = v_x - u_y$ — ротор скорости. Из (3) следуют условия вмерзженности

$$uB_x + vB_y = uR_x + vR_y = 0. \quad (4)$$

Введя функцию тока ψ соотношениями

$$u = \psi_y, \quad v = -\psi_x,$$

получим из (4)

$$\partial(\psi, B)/\partial(x, y) = \partial(\psi, R)/\partial(x, y) = 0,$$

т. е. $B = B(\psi)$, $R = R(\psi)$. Из (3) следует

$$-R = -B_\psi = \Delta\psi = f(\psi),$$

где f — произвольная функция.

Метод теории возмущений

Считая, что основное течение происходит со скоростью $u = \text{const}$, получим для возмущения функции тока уравнение ($k = 0, 1, \dots$)

$$\Delta \psi' = f(u y + \psi') = \sum_k \frac{1}{k!} f^{(k)}(u y) (\psi')^k,$$

где штрих относится к возмущению. Течение перед фронтом (индекс 1) является потенциальным и определяется уравнением Лапласа

$$\Delta \psi'_1 = 0, \quad (5)$$

за фронтом (индекс 2) — вихревым уравнением

$$\Delta \psi'_2 = f_2(u_2 y + \psi'_2) = \sum_k \frac{1}{k!} f_2^{(k)}(u_2 y) (\psi'_2)^k. \quad (6)$$

Будем считать, что x — координата фронта пламени ($\delta \xi$), трактуемого как гидродинамический разрыв, определяется уравнением $\delta \xi = a \cos k y$, где a — амплитуда, $k = 2\pi/\Lambda$ — волновое число. В дальнейшем используются безразмерные величины $\bar{x} = kx$, $\bar{y} = ky$; $\bar{\psi}' = k\psi'/u$; $\bar{u}, \bar{v}' = u', v'/u$; $\bar{p}' = p'/(u^2)$; $\bar{a} = ka$; черточки затем опускаются.

Из постановки задачи следует, что u' — четная функция y , u , следовательно, ψ' — нечетная функция. Ниже будет показано, что ψ' должно содержать нечетные гармоники, так что общее решение (5), имеющее только акустическую (a) компоненту, имеет вид ($l = 1, 2, \dots$)

$$\psi'_1 = \psi_1'^a = \sum_l \psi_{1,2l-1}^a e^{(2l-1)x} \sin[(2l-1)y]. \quad (7)$$

Аналогично для вихревой (r) компоненты ψ'_2 имеем выражение

$$\psi_2'^r = \sum_l \psi_{2,2l-1}^r \sin[(2l-1)y], \quad (8)$$

так что

$$f_2(y) = \Delta \psi_2'^r = - \sum_l (2l-1)^2 \psi_{2,2l-1}^r \sin[(2l-1)y].$$

Решение (6) содержит также и акустическую компоненту

$$\psi_2'^a = \sum_l \psi_{2,2l-1}^a e^{-(2l-1)x} \sin[(2l-1)y]. \quad (9)$$

Общее решение (6) помимо (8) и (9) включает перекрестные члены и, например, с учетом членов 3-го порядка малости имеет вид

$$\begin{aligned} \psi'_2 = & (\psi_{21}^a e^{-x} s_1 + \psi_{21}^r s_1) + [1/6 \psi_{21}^a \psi_{21}^r e^{-x} s_2 + 1/8 (\psi_{21}^r)^2 s_2] + \\ & + [(\psi_{23}^a e^{-3x} s_3 + \psi_{23}^r s_3) + 1/8 (\psi_{21}^a)^2 \psi_{21}^r e^{-2x} (s_1 + 1/5 s_3) + \\ & + 1/3 \psi_{21}^a (\psi_{21}^r)^2 e^{-x} (-x s_1 + 1/8 s_3) + 1/16 (\psi_{21}^r)^3 (-5 s_1 + 1/3 s_3)], \end{aligned}$$

где $s_m = \sin m y$. Из (7) и (10) дифференцированием получим $u'_\alpha, v'_\alpha (\alpha = 1, 2)$.

Величина B' восстанавливается с помощью интегралов

$$B' = \varphi(y) + \int \psi'_x \Delta \psi' dx = \psi(x) + \int \Delta \psi' dy + \int \psi'_y \Delta \psi' dy,$$

где φ, ψ — произвольные функции. Из соотношения

$$B' = p' + u' + 1/2(u'^2 + v'^2)$$

получаем далее

$$p'_1 = -(\psi_{11}^a e^{3x} c_1 + 3\psi_{13}^a e^{3x} c_3) - 1/2 (\psi_{11}^a)^2 e^{2x}, \quad (11)$$

$$p'_2 = -\frac{1}{4} \psi_{21}^a e^{-x} c_1 - [1/2 (\psi_{21}^a)^2 e^{-2x} + \psi_{21}^a \psi_{21}^r e^{-x} (1 + 1/3 c_3)] - \\ - \{3\psi_{23}^a e^{-3x} c_3 + 1/30 (\psi_{21}^a)^2 \psi_{21}^r e^{-2x} (15 c_1 + c_3) + 1/3 \psi_{21}^a (\psi_{21}^r)^2 e^{-x} \times \\ \times [-x c_1 + 1/8 (15 c_1 + 2 c_3)]\}, \quad (12)$$

где $c_m = \cos m\gamma$. Выражения (11) и (12), как это и должно быть, не содержат чисто вихревой части.

Граничные условия на фронте в вариациях для размерных величин имеют вид

$$j = \rho_1 [(\dot{u}_1 + u'_1) \cos \alpha + v'_1 \sin \alpha] = \rho_2 [(u_2 + u'_2) \cos \alpha + v'_2 \sin \alpha], \quad (13)$$

$$v'_1 \cos \alpha - (u_1 + u'_1) \sin \alpha = v'_2 \cos \alpha - (u_2 + u'_2) \sin \alpha, \quad (14)$$

$$p'_1 + \rho_1 \{[(u_1 + u'_1) \cos \alpha + v'_1 \sin \alpha]^2 - u_1^2\} = p'_2 + \rho_2 \{[(u_2 + u'_2) \cos \alpha + \\ + v'_2 \sin \alpha]^2 - u_2^2\}, \quad (15)$$

где α — угол между нормалью к фронту в среду 2 и осью x , так что

$$d\delta\xi/dy = dy = -\tan \alpha = -ak \sin ky.$$

Эти условия определяют непрерывность нормального потока массы (13), тангенциальной компоненты скорости (14) и нормальной компоненты тензора потока импульса (15).

В [1] учитывались зависимости j от кривизны фронта и значения температуры на нем. Получено, что первая зависимость носит коротковолновой характер, а вторая при больших Pe приводит к соотношению на основной границе устойчивости

$$\bar{E}_L \approx 1/2\pi \cdot Pe/(1 - Le). \quad (16)$$

Выражение (16) подтверждается численными расчетами [1] при произвольных значениях $\varepsilon = 1 - \rho_2/\rho_1$ (имеет место слабое расщепление по ε). Можно показать, что такой же результат получается и при решении линейной задачи устойчивости в постановке Ландау [2], если считать, что при зависимости j от T по Аррениусу вариация T (δT) связана с амплитудой фронта так, как это имеет место в диффузионно-тепловой задаче [3] в длинноволновом приближении, а именно:

$$\delta T/T = 2\pi\varepsilon \cdot (1 - Le)/Pe \cdot k\delta\xi. \quad (17)$$

Считая

$$\delta j/j = e^z - 1 \approx z, \quad (18)$$

где

$$z = \frac{1}{2} \bar{E} \frac{\delta T}{T} = \frac{1}{2} \bar{E} 2\pi\varepsilon \frac{1 - Le}{Pe} k\delta\xi, \quad (19)$$

и имея из решения Ландау [2] $\delta j/j = 1/2\varepsilon k\delta\xi$, получим отсюда (16). Из (17)–(19) следует, что, учитывая независимость значения скаляра $E > 0$ на границе устойчивости от знака a , предположение о стабилизирующем влиянии зависимости j от T при $Le < 1$ правдоподобно: при $a > 0$ нормальная скорость возрастает на вогнутости фронта и убывает на его выпуклости (по отношению к свежей смеси).

Будем считать, что и в нелинейной ситуации z определяется согласно (19), что во всяком случае верно при достаточно больших Pe . Сделаем предположение, которое будет оправдано последующими расчетами, что $|z| \ll 1$, так что можно пользоваться разложением (18), которое гарантирует постоянство интегрального расхода через фронт

$$\left(\int_0^\pi \delta j dy = 0 \right).$$

Ограничимся здесь приведением граничных условий (13)–(15) и (18), во втором приближении (в безразмерном виде и $z \rightarrow zc_1$)

$$\begin{aligned}\psi_{11}^a e^{ac_1} c_1 - zc_1 &= \psi_{11}^a a e^{ac_1} s_1^2 + 1/2 a^2 s_1^2, \\ \psi_{21}^a e^{-ac_1} c_1 + \psi_{21}^r c_1 - zc_1 &= - \left(1/3 \psi_{21}^a e^{-ac_1} + 1/y \psi_{21}^r \right) \psi_{21}^r c_2 - \\ &\quad - \psi_{21}^a a e^{-ac_1} s_1^2 + 1/2 a^2 s_1^2, \\ \mu \psi_{11}^a e^{ac_1} + \psi_{21}^a e^{-ac_1} &= \varepsilon a - 1/3 \psi_{21}^a \psi_{21}^r e^{-ac_1} c_1 - \mu \psi_{11}^a a e^{ac_1} c_1 + \\ &\quad + \left(\psi_{21}^a e^{-ac_1} + \psi_{21}^r \right) a c_1, \\ \mu \psi_{11}^a e^{ac_1} c_1 - \psi_{21}^a e^{-ac_1} c_1 + 2\varepsilon z c_1 &= - 1/2 \mu (\psi_{11}^a)^2 e^{2ac_1} + \\ &\quad + \left[1/2 (\psi_{21}^a)^2 e^{-2ac_1} + \psi_{21}^a \psi_{21}^r e^{-ac_1} (1 + 1/3 c_2) \right] - \varepsilon z^2 c_1^2,\end{aligned}\tag{20}$$

где $\mu = 1 - \varepsilon$. Считаем в дальнейшем заданной амплитуду фронта. Система граничных условий (20) для неизвестных $\psi_{11}^a, \psi_{21}^a, \psi_{21}^r, z$ и аналогичная система в третьем и четвертом приближениях для неизвестных $\psi_{11}^a, \psi_{13}^a, \psi_{21}^a, \psi_{21}^r, \psi_{23}^a, \psi_{23}^r, z$ имеют линейные по искомым неизвестным левые части и нелинейные правые (за исключением известного члена εa в третьем уравнении). Задавая в качестве нулевого приближения для всех неизвестных в правых частях (20) некоторые значения (например, 0), получим задачу определения коэффициентов разложения известных функций, представляющих правые части (20), по известным функциям (вида $e^{\pm ac_1} c_1, c_1$). В данном случае эти функции не являются ортогональными. Для определения коэффициентов используем метод наименьших квадратов.

Пусть дана система линейных уравнений ($m = 1, 2, \dots, M; n, p = 1, 2, \dots, N; N \neq M$)

$$\sum_n \varphi_{mn} x_n = f_m, \tag{21}$$

где φ_{mn} и f_m — известные функции аргумента y ; x_n — неизвестные постоянные. Введем среднеквадратичное интегральное отклонение M системы (21) на интервале изменения y (0, π)

$$M = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \sum_m \left(\sum_n \varphi_{mn} x_n - f_m \right)^2 dy$$

и определим x_n из условий

$$\begin{aligned}\frac{\partial M}{\partial x_p} &= \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \sum_m \left(\sum_n \varphi_{mn} x_n - f_m \right) \varphi_{mp} dy = \sum_n \left(\sum_m \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \varphi_{mn} \varphi_{mp} dy \right) x_n - \\ &\quad - \sum_m \frac{1}{\pi} \int_0^\pi f_m \varphi_{mp} dy = \sum_n (\varphi_p \varphi_n) x_n - (\varphi_p f) = 0.\end{aligned}\tag{22}$$

В данном случае $M=4$, а $N=4$ (первое и второе приближения) и $N=7$ (третье и четвертое приближения). Определение x_n ведется итерациями, т. е. подстановкой в правые части (20) значений x_n , вычисленные на предыдущем шаге, начиная с нулевого приближения. Расчет ведется до тех пор, пока не станет

$$\max |\delta x_n / x_n| < \omega,$$

где δx_n — изменение x_n вследствие итерации; ω — эталон точности.

В первом приближении имеем результаты Ландау [2] (в безразмерном виде)

$$\psi_{11}^a = 1/2 \varepsilon a, \quad \psi_{21}^a = 1/2 \varepsilon (1 - \varepsilon) a, \quad \psi_{21}^r = -1/2 \varepsilon^2 a, \\ z_L = 1/2 \varepsilon a,$$

во втором приближении для z получим

$$\frac{z}{z_L} = 1 - \left\{ 1 + \frac{1}{4} \varepsilon \left[1 - \frac{1}{12} \varepsilon (1 + \varepsilon) \right] \right\} a^2, \quad (23)$$

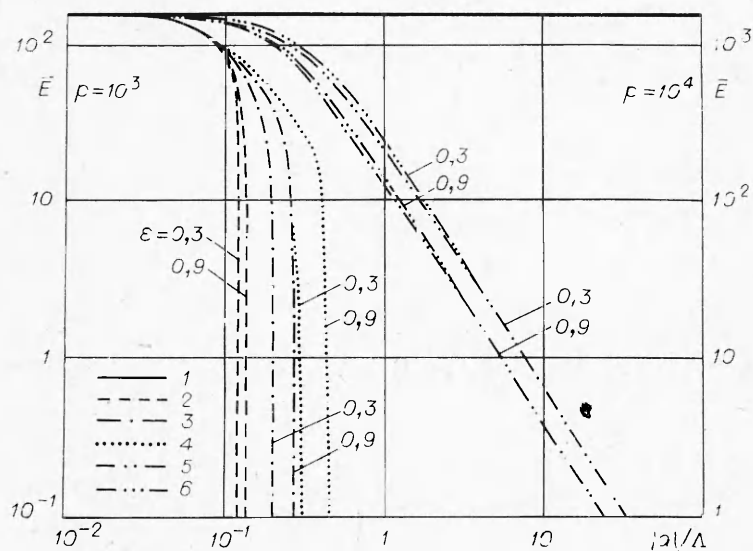
т. е. убывание энергии активации на границе устойчивости при росте амплитуды фронта, что подтверждает предположение [1] о стабилизирующем характере нелинейного уровня описания.

Численные расчеты проведены для третьего и четвертого приближений. Скалярные произведения функций, согласно (22), получались по формуле прямоугольников (число разбиений интервала $(0, \pi)$ бралось равным 8, 16 и 32, при этом основные расчеты были проведены при значении 16). Эталон точности ω принимался равным 0,05 и 0,005 (основные расчеты были проведены при значении 0,005). Точность метода наименьших квадратов была проверена на модельном примере системы из четырех уравнений с семью неизвестными, для которой было известно точное решение. Все эти контрольные расчеты показали хорошую сходимость использованного численного метода.

Важным обстоятельством является то, что выбор разложений (7) — (9) по нечетным гармоникам, сохранение показательных функций в системе (20) и процедура решения этой системы методом наименьших квадратов гарантировали инвариантность энергии активации при замене знака амплитуды фронта. Аналитическое доказательство этого факта основано на интегральном представлении функций Бесселя мнимого аргумента (см., например, [4])

$$I_m(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi e^{z \cos x} \cos mx dx$$

и формуле $I_m(-z) = (-1)^m I_m(z)$. Численные расчеты при $a < 0$ подтвердили эту инвариантность (с точностью численного интегрирования скалярных произведений (22)).



Расчеты проводились при $\varepsilon = 0,1 \div 1$ и $a = 0,01 \div 2,2$. При этом оказалось, что $\max |z| \leq 0,2$, так что разложение (18) в рамках принятого численного метода решения вполне корректно. На рисунке приведены зависимости безразмерной энергии активации E на основной границе устойчивости от отношения амплитуды фронта к длине волны $|a|/\Lambda$ при $P = \text{Re}/(1 - \text{Le}) = 10^3$ и $P = 10^4$, $\varepsilon = 0,3$ и $0,9$ для приближений 1—4 (кривые 1—4), при этом приближение 1 есть приближение типа Ландау (16). Из этих данных следует, что хотя проведенный нелинейный анализ в рамках теории возмущений и обеспечивает устойчивость фронта пламени при достаточно больших значениях P , но сходимость результатов с ростом номера приближения оказывается слабой, так что суждение о численном значении критической амплитуды фронта составить трудно. В связи с этим предприняты расчеты данной нелинейной задачи методом ортогональных проекций (см., например, [5]).

Метод ортогональных проекций

Этот метод обратен методу возмущений: если в последнем частные точные решения дифференциальных уравнений удовлетворяют приближенным краевым условиям, то в методе ортогональных проекций частные точные решения краевой задачи удовлетворяют дифференциальным уравнениям приближенно (в смысле ортогональности результата подстановки этих решений в уравнения некоторой полной системы функций). Отметим, что некоторые результаты, полученные ниже, совпадают с результатами применения известного метода Рунге (см., например, [5]).

Выбираем в качестве приближенных решений выражения

$$\psi_1' \equiv \psi_1^a = \sum_l \psi_{1,2l-1}^a e^{\lambda_{1,2l-1}(x - ac_1)} s_{2l-1}, \quad (24)$$

$$\psi_2' \equiv \psi_2^a + \psi_2^r = \sum_l \psi_{2,2l-1}^a e^{\lambda_{2,2l-1}(x - ac_1)} s_{2l-1} + \sum_l \psi_{2,2l-1}^r s_{2l-1}, \quad (25)$$

где $\lambda_{\alpha, 2l-1}$ — волновые числа, определяемые из исходных уравнений. Подставляя (24) и (25) в (13)–(15) и учитывая члены, неортогональные s_{2l-1} и c_{2l-1} , получим

$$\begin{aligned} \sum_l (2l-1) c_{2l-1} \psi_{1,2l-1}^a - c_1 \sqrt{1 + (as_1)^2} z &= 0, \\ \sum_l (2l-1) c_{2l-1} (\psi_{2,2l-1}^a + \psi_{2,2l-1}^r) - c_1 \sqrt{1 + (as_1)^2} z &= 0, \end{aligned} \quad (26)$$

$$\sum_l s_{2l-1} (\mu \lambda_{1,2l-1} \psi_{1,2l-1}^a - \lambda_{2,2l-1} \psi_{2,2l-1}^a) = \varepsilon as_1 / \sqrt{1 + (as_1)^2},$$

$$\sum_l s_{2l-1} (\mu \lambda_{1,2l-1}^2 \psi_{1,2l-1}^a - \lambda_{2,2l-1}^2 \psi_{2,2l-1}^a) + 2\varepsilon s_1 z = 0.$$

Ортогонализация этих уравнений дает

$$\begin{aligned} \psi_{1,2l-1}^a &= \frac{\varphi_{2l-1}}{2l-1} z, \\ \psi_{2,2l-1}^a &= \frac{1}{\lambda_{2,2l-1}} \left(i \frac{\varphi_{2l-1}}{2l-1} z \lambda_{1,2l-1} - \varepsilon a \omega_{2l-1} \right), \\ \psi_{2,2l-1}^r &= \left(1 - \mu \frac{\lambda_{1,2l-1}}{\lambda_{2,2l-1}} \right) \frac{\varphi_{2l-1}}{2l-1} z + \varepsilon a \frac{\omega_{2l-1}}{\lambda_{2,2l-1}}, \\ \mu \lambda_{1,2l-1}^2 \psi_{1,2l-1}^a - \lambda_{2,2l-1}^2 \psi_{2,2l-1}^a + 2\varepsilon z \delta_{l1} &= 0, \end{aligned} \quad (27)$$

где δ_{ll} — символ Кронекера и

$$\varphi_{2l-1} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} c_1 c_{2l-1} \sqrt{1 + (as_1)^2} dy,$$

$$\omega_{2l-1} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{s_1 s_{2l-1}}{\sqrt{1 + (as_1)^2}} dy,$$

причем φ_1 и ω_1 сводятся к полным эллиптическим интегралам.

В первом приближении ($l=1$) из (27) имеем

$$z = - \frac{\varepsilon_a \lambda_{21} \omega_1}{\mu \lambda_{11} (\lambda_{11} - \lambda_{21}) \varphi_1 + 2\varepsilon}, \quad (28)$$

где

$$\lambda_{11} = (1 + 3/4a^2)^{-1/2} > 0 \quad (29)$$

и $\lambda_{21} < 0$ удовлетворяет уравнению

$$\begin{aligned} \mu \varphi_1 \lambda_{11} (1 + 3/4a^2) \lambda_{21}^3 - [(1 + 3/4a^2) (\mu \varphi_1 \lambda_{11}^2 + 2\varepsilon) - 3/4 \varepsilon a^2 \varphi_1 \omega_1] \lambda_{21}^2 - \\ - \mu \varphi_1 \lambda_{11} \lambda_{21} + (1 + 3/8 \varepsilon a^2 \omega_1) (\mu \varphi_1 \lambda_{11}^2 + 2\varepsilon) = 0, \end{aligned} \quad (30)$$

имеющему единственный отрицательный корень. Выражение (29) получается из условия

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{ac_1} \Delta \psi_1 s_1 dx dy = 0$$

при подстановке в него

$$\psi_1 = \psi_{11}^a e^{\lambda_{11}(x - ac_1)} s_1.$$

Аналогично уравнение (30) следует из условия

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \int_{ac_1}^{\infty} (R'_{2x} + u'_2 R'_{2x} + v'_2 R'_{ay}) s_1 dx dy = 0$$

при подстановке в него

$$\psi_2 = \psi_{21}^a e^{\lambda_{21}(x - ac_1)} s_1 + \psi_{21}^r s_1.$$

Здесь для простоты в качестве полной системы функций принята последовательность s_{2l-1} . Аналогичные, но более громоздкие выражения получаются во втором приближении для λ_{11} , λ_{13} и λ_{21} , λ_{23} .

Порядок решения общей задачи может быть двояким: 1) задаваясь приближениями для $\lambda_{\alpha, 2l-1}$, считаем методом наименьших квадратов систему (26) для определения $\psi_{\alpha, 2l-1}^{a, r}$; зная последние, получаем новые значения $\lambda_{\alpha, 2l-1}$ и т. д.; 2) задаваясь приближениями для $\lambda_{\alpha, 2l-1}$, определяем по некоторому набору формул (27) значения $\psi_{\alpha, 2l-1}^r$ зная последние, получаем новые значения $\lambda_{\alpha, 2l-1}$ и т. д. Здесь во втором приближении использовался способ 2, при котором z определялось из (28), а $\psi_{\alpha, 2l-1}^{a, r}$ — из первых трех последовательностей (27).

На рисунке кривыми 5, 6 приведены результаты расчетов $\bar{E}$ по методу ортогональных проекций. Видно малое отличие приближений друг от друга и существенное отличие от результатов по методу возмущений. Отметим, что при $|a|/\Lambda \gtrsim 1$ имеет место зависимость $\bar{E} \sim |a|^{-3/2}$. Основываясь на результатах метода ортогональных проекций, можно сделать заключение, что при $Le \leq 1$, $Pe \sim 10^2$ и $\bar{E} \sim 10$ устойчивость ламинарного фронта пламени достигается при $|a| \sim \Lambda$, а при $Pe \sim 10^3$ — при

$|a|$ порядка нескольких длин волн. Таким образом парадокс Ландау заключающийся в несоответствии критического числа Пекле $Pe \sim 25$ [1], следующего из линейной теории, его экспериментальному значению $Pe \sim 10^3$, решается в рамках развитой нелинейной теории.

В заключение отметим, что известная попытка построения нелинейной теории устойчивости ламинарного фронта пламени [6, 7] учитывает лишь зависимость нормального потока массы от кривизны фронта, т. е. относится к коротковолновой области и потому некорректна в длинноволновом приближении. Далее, принятая в [6, 7] схема решения не обеспечивает естественным образом независимости искомого скаляра от знака амплитуды фронта. И, наконец, использованная в [6, 7] процедура решения методом возмущений, как показано в данной работе, некорректна при больших значениях амплитуды фронта.

*Поступила в редакцию
29/IV 1980*

ЛИТЕРАТУРА

1. П. П. Лазарев, А. С. Плешанов. ФГВ, 1980, 16, 6.
2. Л. Д. Ландау. ЖЭТФ, 1944, 14, 240.
3. Г. И. Баренблатт, Я. Б. Зельдович, А. Г. Istratov. ПМТФ, 1962, 4, 21.
4. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1962.
5. Л. Коллатц. Численные методы решения дифференциальных уравнений. М.: ИЛ, 1953.
6. G. H. Markstein. Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute, Stanford University press, 1957.
7. Нестационарное распространение пламени. Сб. Под ред. Д. Г. Маркштейна. М.: Мир, 1968.

ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОС И РАСПРОСТРАНЕНИЕ ГОРЯЩИХ ЧАСТИЦ В ПРИЗЕМНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ ПРИ ВЕРХОВЫХ ЛЕСНЫХ ПОЖАРАХ

*А. М. Гришин, А. Д. Грузин, В. Г. Зверев
(Томск)*

Процессы тепло- и массопереноса в атмосфере при наличии пожара рассматривались ранее в теоретических и экспериментальных работах [1—4]. В [1] для описания аэродинамики приземного слоя атмосферы при больших пожарах использовались квазистационарные уравнения типа пограничного слоя в приближении Буссинеска. В [2] предложена общая математическая модель лесных пожаров для непродуваемых (терминология из [5]) лесных массивов. Установлено, что основными критериями подобия, характеризующими тепло- и массоперенос в приземном слое атмосферы, являются числа Струхала, Фруда, Рейнольдса, Кориолиса и безразмерная скорость вдува продуктов горения. Анализ этих критериев показывает, что крупный пожар представляет собой нестационарное трехмерное явление, большую роль в развитии которого играет сила Кориолиса.

Как показывают экспериментальные исследования [3], большое значение при распространении верховых лесных пожаров имеет перенос