

РЕГУЛЯРНОЕ ОТРАЖЕНИЕ ПЛОСКИХ ДЕТОНАЦИОННЫХ ВОЛН ОТ УПРУГОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА

В. В. Скрипачев

(Киев)

Указан эффективный метод приближенного решения уравнения [1] для интенсивности отраженной ударной волны при наклонном падении детонационной волны на упругое полупространство, описываемое одним частным видом уравнения состояния. Получены формулы, связывающие скорость распространения фронта и частиц за фронтом проходящей волны с физическими параметрами. Приводятся результаты расчета интенсивности волн и других величин на ЭЦВМ «Урал-2».

В работах [1,2] рассмотрено регулярное отражение ударных волн от границы раздела двух сред. В данной статье дается решение аналогичной задачи в случае наклонного падения детонационной волны на упругое полупространство. Под воздействием детонационной волны упругое полупространство деформируется и займет положение OK_1 (фиг. 1), составляющее угол β с первоначальным направлением KO границы полупространства. Будем считать, что акустическая жесткость полупространства больше акустической жесткости ВВ. В этом случае как отраженная 2, так и проходящая 3 волны будут ударными [3]. Обозначим через U_i ($i = 1, 2, 3$) соответственно скорость распространения детонационной, отраженной и проходящей волн; через u_i — скорости частиц за фронтами; через p_i — давление и через ρ_i — плотность ($i = 0, 1, 2, 3, 4$). Величины U_1 , α_1 , ρ_0 , ρ_4 считаются заданными. Требуется определить интенсивность волн 2 и 3, скорости их распространения и углы α_2 , α_3 , β . В пределах областей a , b , c и d параметры постоянны. В областях a и d среда неподвижна, т. е. $u_0 = u_4 = 0$. Основные уравнения задачи выражают математически условия на фронтах волн, динамические и кинематические соотношения.

На фронте детонационной волны

$$u_1 = \frac{U_1}{k+1}, \quad p_1 = \frac{\rho_0 U_1^2}{k+1},$$

$$a = \frac{k U_1}{k+1}, \quad \rho_1 = \frac{k+1}{k} \rho_0$$

где a и k — соответственно скорость звука и показатель адиабаты продуктов взрыва.

На фронте отраженной волны

$$(u_{1x} - u_{2x}) \cos \alpha_2 + (u_{1y} - u_{2y}) \sin \alpha_2 = u$$

$$U_2 + u_{1x} \cos \alpha_2 + u_{1y} \sin \alpha_2 = U$$

$$u_{1y} \cos \alpha_2 - u_{1x} \sin \alpha_2 = u_{2y} \cos \alpha_2 - u_{2x} \sin \alpha_2$$

где [4]

$$u = \frac{a}{k} \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) \left(1 + \frac{k+1}{2k} \frac{p_2 - p_1}{p_1} \right)^{-1/2}$$

$$U = a \left[1 + \frac{1}{2} k^{-1} p_1^{-1} (k+1) (p_2 - p_1) \right]^{1/2}$$

На фронте преломленной волны

$$u_3 = u' (p_4, p_3), \quad U_3 = U' (p_4, p_3)$$

Аналитические выражения для функций $U' (p_4, p_3)$, $u' (p_4, p_3)$ получены ниже. Чтобы замкнуть систему уравнений, запишем еще очевидные кинематические

$$u_{1x} = u_1 \cos \alpha_1, \quad u_{1y} = -u_1 \sin \alpha_1; \quad u_{3x} = u_3 \cos \alpha_3, \quad u_{3y} = -u_3 \sin \alpha_3$$

$$\frac{U_1}{\sin \alpha_1} = \frac{U_2}{\sin \alpha_2} = \frac{U_3}{\sin \alpha_3} = \frac{u_{2x} \cos \beta - u_{2y} \sin \beta}{\sin \beta} \quad (1)$$

$$u_{2x} \cos \beta - u_{2y} \sin \beta = u_{3x} \cos \beta - u_{3y} \sin \beta$$

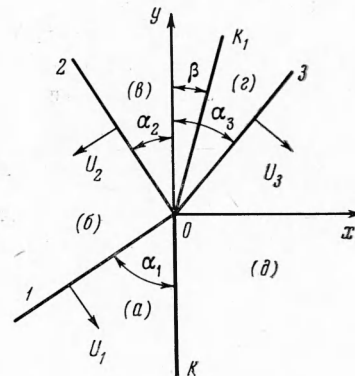
и динамические

$$p_2 = p_3, \quad p_0 = p_4$$

соотношения. Равенства (1) выражают абсолютную скорость перемещения точки O .

Найдем функции u' , U' в том случае, если упругая среда имеет уравнение состояния вида

$$p = A_1 [(V_4/V)^\gamma - 1] \quad (V = 1/\rho; A_1, \gamma = \text{const})$$



Фиг. 1

Давление p считается значительно большим давления p_4 . Это уравнение хорошо описывает поведение металлов при давлениях порядка ста тысяч атмосфер [5].

Считая процесс адиабатическим, можно записать

$$dE = -p dV$$

где E — внутренняя энергия, отнесенная к единице массы среды. Интегрируя, получим

$$E_3 - E_4 = -A_1 \int_{V_4}^{V_3} (V_4^\gamma V^{-\gamma} - 1) dV = \frac{p_3 V_3 + A_1 \gamma (V_3 - V_4)}{\gamma - 1}$$

или, учитывая, что

$$V_3 = 1/\rho_3, \quad V_4 = 1/\rho_4, \quad p_3 = p_2, \quad E_3 - E_4 = \frac{p_2 \rho_4 - A_1 \gamma (\rho_3 - \rho_4)}{\rho_3 \rho_4 (\gamma - 1)}$$

Так как [3]

$$u_3 = u'(p_4, p_3) = u'(p_0, p_2) = u'(p_2) = \left[\frac{p_2 (\rho_3 - \rho_4)}{\rho_3 \rho_4} \right]^{1/2}$$

$$U_3 = U'(p_4, p_3) = U'(p_2) = \left[\frac{p_2 p_3}{\rho_4 (\rho_3 - \rho_4)} \right]^{1/2}$$

то

$$E_3 - E_4 = \frac{p_2}{2} (V_4 - V_3) \frac{p_2}{2} \frac{\rho_3 - \rho_4}{\rho_3 \rho_4}$$

Следовательно,

$$\frac{p_2 \rho_4 - A_1 \gamma (\rho_3 - \rho_4)}{\gamma - 1} = \frac{p_2}{2} (\rho_3 - \rho_4)$$

Откуда

$$\frac{\rho_3}{\rho_4} = \frac{(\gamma + 1) p_2 + 2 A_1 \gamma}{(\gamma - 1) p_2 + 2 A_1 \gamma}$$

так что u' и U' запишутся в виде

$$u'(p_2) = \frac{p_2 \sqrt{2}}{\sqrt{\rho_4 [(\gamma + 1) p_2 + 2 A_1 \gamma]}} \quad U'(p_2) = \sqrt{\frac{(\gamma + 1) p_2 + 2 A_1 \gamma}{2 \rho_4}}$$

Выражая все известные величины через $\mu = p_2 / p_1$, получим

$$U_2 / U_1 = \sin \alpha_2 / \sin \alpha_1 = f(\mu)$$

$$U_3 / U_1 = \sin \alpha_3 / \sin \alpha_1 = n(\mu)$$

$$\operatorname{ctg} \beta = \frac{U_1 - \sin^2 \alpha_1 [u_1 + u f(\mu)]}{u_1 \cos \alpha_1 - u [1 - f^2(\mu) \sin^2 \alpha_1]^{1/2}}$$

где

$$n(\mu) = U_1^{-1} (p_1 / 2 \rho_4)^{1/2} [(\gamma + 1) \mu + 2 A_1 \gamma p_1^{-1}]^{1/2}$$

$$f(\mu) = C U - (B - A U^2)^{1/2}, \quad A = u_1^2 Q^{-2} \cos^2 \alpha_1 \sin^2 \alpha_1$$

$$B = u_1^2 Q^{-1} \cos^2 \alpha_1, \quad C = Q^{-1} (U_1 - u_1 \sin^2 \alpha_1)$$

$$Q = (U_1 - u_1 \sin^2 \alpha_1)^2 + u_1^2 \cos^2 \alpha_1 \sin^2 \alpha_1$$

При этом интенсивность μ отраженной ударной волны определяется из уравнения [1]

$$\left(\frac{U_1}{\sin^2 \alpha_1} - \frac{p_1 \mu}{\rho_4 U_1} \right) \left[u_1 \cos \alpha_1 - \frac{a \sqrt{2} (\mu - 1) P(\mu)}{\sqrt{k(k-1) + k(k+1) \mu}} \right] =$$

$$= \left[\frac{U_1}{\sin^2 \alpha_1} - u_1 - \frac{a \sqrt{2} (\mu - 1) f(\mu)}{\sqrt{k(k-1) + k(k+1) \mu}} \right] \frac{(2 p_1 / \rho_4)^{1/2} \mu \Phi(\mu)}{[(\gamma + 1) \mu + 2 A_1 \gamma p_1^{-1}]^{1/2}} \quad (2)$$

$$\mu_{0i} = \frac{5k + 2 \sqrt{2} \Phi_{i-1} + 1 + \sqrt{17k^2 + 2k + 1 + 4 \Phi_{i-1} k^{-1} [(k-1) \Phi_{i+1} + k \sqrt{2} (3k-1)]}}{4(k + \sqrt{2} \Phi_{i-1} + 1/2 k^{-1} \Phi_{i-1}^2)} \quad (3)$$

Таблица 1

α_1	μ	α_2	α_3	10β	U_2 / U_1
0.17	1.82	0.12	0.16	0.83	0.69
0.35	1.81	0.25	0.31	0.80	0.72
0.52	1.79	0.40	0.47	0.76	0.78
0.66	1.78	0.54	0.59	0.71	0.84
0.70	1.78	0.58	0.62	0.70	0.85
0.73	1.79	0.62	0.65	0.68	0.87
0.77	1.79	0.67	0.68	0.67	0.89
0.80	1.80	0.72	0.70	0.66	0.92
0.84	1.81	0.77	0.73	0.65	0.94
0.87	1.84	0.84	0.76	0.64	0.97
0.91	1.89	0.92	0.79	0.64	1.01

Таблица 2

α_1	μ	α_2	α_3	β	U_2 / U_1
0.17	1.43	0.11	0.20	0.15	0.61
0.35	1.44	0.22	0.39	0.15	0.64
0.52	1.45	0.35	0.59	0.13	0.69
0.66	1.46	0.48	0.76	0.12	0.76
0.70	1.47	0.52	0.81	0.12	0.77
0.73	1.48	0.56	0.85	0.11	0.79
0.77	1.49	0.60	0.90	0.11	0.81
0.80	1.51	0.65	0.95	0.10	0.84
0.84	1.53	0.70	1.00	0.10	0.86
0.87	1.57	0.75	1.06	0.09	0.89
0.91	1.62	0.83	1.12	0.08	0.93

где

$$P(\mu) = [1 - f^2(\mu) \sin^2 \alpha_1]^{1/2}, \quad \Phi(\mu) = [1 - n^2(\mu) \sin^2 \alpha_1]^{1/2}$$

$$\Psi_{i-1} = (2\rho_1 / \rho_4)^{1/2} (k+1) U_1^{-1} \sqrt{\frac{k(k-1) + k(k+1)\mu_{0,i-1}}{(\gamma+1)\mu_{0,i-1} + 2A_1\gamma\rho_1^{-1}}}$$

Как показали расчеты по (3), уже первое приближение дает результаты, совпадающие с данными работы [3]. В случае абсолютно жесткой преграды $\varphi \equiv 0$ и

$$\mu_0 = 1/4 k^{-1} [5k + 1 + (17k^2 + 2k + 1)]^{1/2}$$

По описанному выше методу был произведен расчет величин μ , α_2 , α_3 , β , U_2 / U_1 , U_3 / U_1 , и ρ_3 / ρ_4 на ЭЦВМ «Урал-2» для двух случаев

- 1) для $A_1 = 4.41 \cdot 10^{10} \text{ н / м}^2$, $\rho_4 = 7.81 \cdot 10^3 \text{ кг / м}^3$
- 2) для $A_1 = 2.00 \cdot 10^{10} \text{ н / м}^2$, $\rho_4 = 2.70 \cdot 10^3 \text{ кг / м}^3$

В обоих случаях величины ρ_0 , U_1 , k и γ полагались равными $\rho_0 = 1.30 \cdot 10^3 \text{ кг / м}^3$, $U_1 = 6020 \text{ м / сек}$, $k = 3$, $\gamma = 4$. Для получения значения интенсивности μ отраженной ударной волны с тремя значащими цифрами требуется не более трех приближений. Результаты расчетов для двух отмеченных случаев приведены соответственно в таблицах 1 и 2.

С принятой степенью точности

$$0.90 \leq U_3 / U_1 \leq 0.91, \quad 0.083 \leq u_3 / U_1 \leq 0.087, \quad \frac{\rho_3}{\rho_4} = 1.10$$

для первого случая и

$$1.12 \leq U_3 / U_1 \leq 1.14, \quad 0.15 \leq u_3 / U_1 \leq 0.17, \quad 1.16 \leq \rho_3 / \rho_4 \leq 1.18$$

для второго.

Полученные данные показывают, что с уменьшением плотности упругой среды интенсивность отраженной ударной волны падает. Для отмеченных случаев при $\alpha_1 > 53^\circ$ и $\alpha_1 > 54^\circ$ соответственно наступает нерегулярное отражение, когда вышеприведенные уравнения становятся несправедливыми.

Поступила 27 X 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Г у б а н о в А. И. Отражение и преломление ударных волн на границе двух сред. II. Регулярное отражение при наклонном падении. ЖТФ, 1959, т. 29, стр. 615.
2. Г у б а н о в А. И. Отражение и преломление ударных волн на границе двух сред. I. Случай нормального падения. ЖТФ, 1958, т. 28, стр. 2035.
3. Б а у м Ф. А., С т а н ю к о в и ч К. П., Ш е х т е р Б. И. Физика взрыва. М., 1959.
4. Л о й ц я н с к и й Л. Г. Механика жидкости и газа. М.—Л., 1950.
5. З е л ь д о в и ч Я. Б., Р а й з е р Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., 1963.